

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа
наименование кафедры

ЭЛЕКТРОННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КУРС
наименование темы выпускной квалификационной работы полужирным шрифтом

“СИСТЕМА КООРДИНАТ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ”

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 3 курса 322 группы

направление 44.04.01 Педагогическое образование

механико-математического факультета

АСМАМБЕТОВА МАКСИМА МАГАЗОВИЧА

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

доцент, к. ф-м. н.

должность, уч.степень, уч.звание

подпись, дата

Захаров А.М

инициалы, фамилия

Зав.кафедрой

профессор, д. ф-м. н.

должность, уч.степень, уч.звание

подпись, дата

Д.В. Прохоров

инициалы, фамилия

Саратов 2019

Введение

В моей магистерской работе представлена разработка электронного образовательного курса по теме: «Система координат на плоскости и в пространстве». Этот образовательный курс предназначен для учащихся основного общего и полного среднего образования. Курс содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Система координат на плоскости и в пространстве» содержит полный комплекс учебно-методических материалов, которые необходимы для освоения данной темы, согласно учебному плану. Данный образовательный курс является своеобразным электронным ресурсом, предполагающий все основные виды работ в соответствии с образовательной программой. В него входят, как теоретический материал и методические рекомендации по изучению данной темы, так и средства для контроля усвоения материала и практикум.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- создание электронной информационно-образовательной среды, с помощью которой упрощается осуществление индивидуального подхода в образовательном процессе.
- улучшение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- повышение эффективности деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре и отдельным элементам электронного образовательного курса (ЭОК);

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими материалами по теме «Система координат на плоскости и в пространстве», реализуемого в системе дистанционного обучения;
- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Большая часть задач о положении объектов на какой-либо плоскости или в пространстве сводится к решению различных видов уравнений с использованием систем координат. Такие задачи не только имеют важное теоретическое значение, но и служат чисто практическим целям. Овладевая способами их решения, мы находим ответы на различные вопросы из науки и техники (геология, география, астрономия, транспорт, промышленность и т. д.). Стандарт образования ставит целью формирование умения решать подобные задачи и применять их на практике. Они часто встречаются в задачах повышенной трудности, в заданиях математических олимпиад, в вариантах выпускных и вступительных экзаменационных работ в вузы.

Основные этапы изучения системы координат и координатного метода в основной школе.

В школьном курсе математики учащиеся сталкиваются с понятием система координат (или координатная плоскость) на протяжении всего обучения. В зависимости от класса меняется как способ решения уравнений, так и его обоснование.

Впервые с системой координат учащиеся встречаются в 5 классе. Исследование системы координат в 5-6 классах имеет ряд отличительных особенностей: с одной стороны они изучаются как самостоятельные понятия, с другой стороны - используются как служебные единицы для решения текстовых задач и формирования вычислительных навыков.

В последующих классах учащиеся знакомятся с уравнениями прямой и окружности. Данные понятия изучаются ими как в алгебре, так и в геометрии с разной содержательной целью, поэтому учащиеся часто не видят связи между

ними, а, значит, и плохо усваивают суть координатного метода. Так, в курсе алгебры 7 класса графики основных функций вводятся путем построения ряда точек, координаты которых вычисляются по аналитическому заданию функции. В курсе геометрии уравнение прямой и окружности вводится на основе геометрических характеристических свойств, как множество точек, обладающих определенным свойством (равноудаленности от 2 точек – для прямой, от одной точки – для окружности). Обучение применению самого метода координат для решения задач происходит в 8-9 классах. Для этого сначала раскрываются основные этапы применения метода, а затем на примере ряда задач показывается непосредственное применение метода координат. В 10-11 классах изучается система координат в пространстве, овладев знаниями и проработав основные способы решения математических задач по данной теме, учащиеся могут успешно сдать экзамены.

Для изучения данного курса учащиеся должны владеть базовыми навыками и умениями:

- иметь представления о координатной плоскости
- уметь решать различного рода уравнения с координатами
- знать и уметь применять формулы по данной тематике;
- уметь формулировать и доказывать теоремы.

Планируемые результаты обучения теме электронного образовательного курса: «Система координат на плоскости и в пространстве» с помощью электронного курса, а именно цели, которые необходимо достичь, при формировании умений и навыков, выработанных данным курсом:

1. приобретение информации для обучения и установление интеллектуальных умений при изучении основных понятий, при доказательстве теорем и закреплении материала в ходе решения задач.
2. контроль усвоения теоретических знаний при решении уравнений высокого порядка.
3. применение знаний и умений при решении учебных задач разного уровня сложности.

4. формирование коммуникативных умений учащихся при работе в группах; организация взаимоконтроля и взаимопроверки на всех уровнях.
5. формирование организационных умений (определение цели, составление плана, его реализация, самоконтроль и самооценка).

Достижение указанных целей в целом приведет к успешному освоению электронного образовательного курса по теме: «Система координат на плоскости и в пространстве» и окажет помощь обучающимся в дальнейшем.

Основная часть

1. Система координат и ее виды

Положение любой точки P в пространстве (в частности, на плоскости) может быть определено при помощи той или иной системы координат. Числа, определяющие положение точки, называются координатами этой точки.

Наиболее употребительные координатные системы декартовы прямоугольные.

Кроме прямоугольных систем координат существуют косоугольные системы. Т.к. я не встречал примеров применения косоугольных систем, то я их не рассматриваю. Прямоугольные и косоугольные координатные системы объединяются под названием декартовых систем координат (рис.1).

Иногда на плоскости применяют полярные системы координат, а в пространстве - цилиндрические или сферические системы координат. Обобщением всех перечисленных систем координат являются криволинейные системы координат.

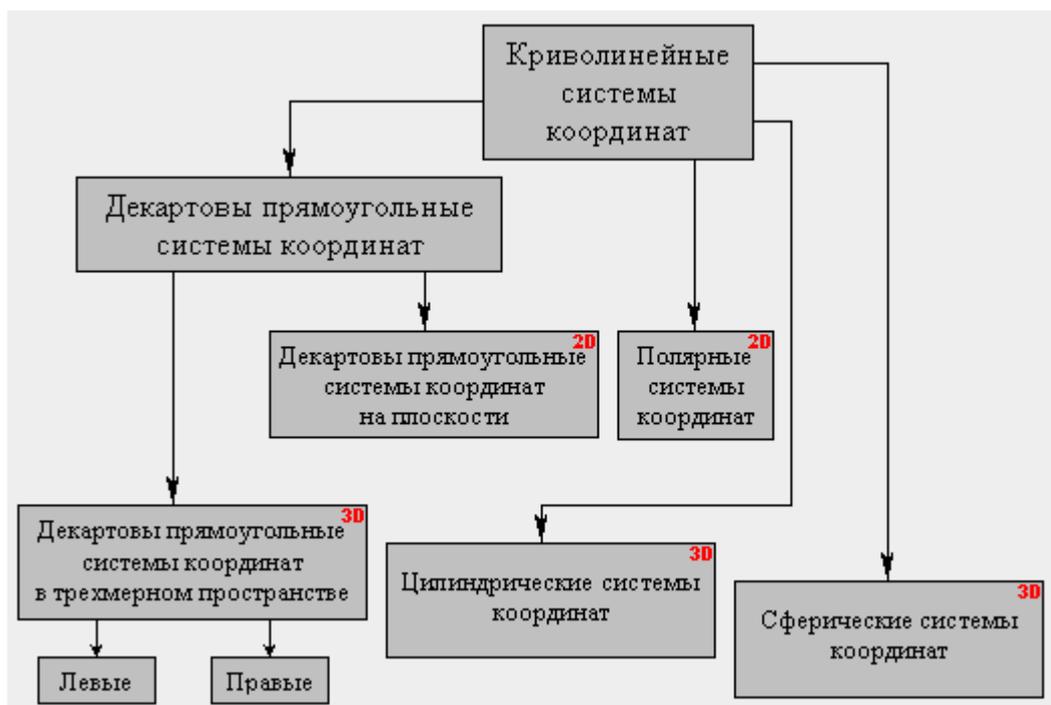


Рис. 1 – Классификация систем координат

2. Построение графиков функции на плоскости

Примеры построения кривых в случае, когда $x(t)$ и $y(t)$ - многочлены.

$$x=t^2, y=\frac{2}{3}t(3-t^2).$$

1⁰. Функции $x(t)$ и $y(t)$ определены для всех значений параметра t и дифференцируемы во всех точках. Так как производные $x'_t=2t, y'_t=2-2t$ не обращаются в нуль одновременно, т.е. $r'(t)$ нигде не обращается в нуль, то кривая $r(t)$ регулярна (не имеет особых точек) при всех значениях t .

Угловой коэффициент касательной определяется из уравнения $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{1-t^2}{t}$.

В частности, при $t=0$, т.е. в начале координат, касательная совпадает с осью ординат.

2⁰. Отметим, что хотя каждому значению t соответствует одна вполне определенная точка кривой, одной и той же точке кривой соответствовать разные значения параметра t .

Так как для двух значений t и t' абсцисса x и ордината y в точке самопересечения должны быть одними и теми же, то из уравнения кривой следуют два условия для t и t' .

$$t^2 = t'^2, t(3-t^2) = t'(3-t'^2).$$

Поскольку t и t' предполагаются различными, из первого уравнения следует $t'=-t$. Подставляя это значение во второе уравнение, получим $t(3-t^2) = 0$. Если $t=0$, то $t'=0$, и значения t и t' совпадут, что невозможно. Остается только одна возможность: $t=\sqrt{3}$, и $t'=-\sqrt{3}$. Этим значениям соответствует одна и та же точка $M_3(3;0)$, но угловые коэффициенты касательных различны:

$$y'_x \Big|_{t=\sqrt{3}} = \frac{1-t^2}{t} \Big|_{t=\sqrt{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}, y'_x \Big|_{t=-\sqrt{3}} = \frac{1-t^2}{t} \Big|_{t=-\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Через точку M_3 кривая приходит дважды (точка самопересечения).

3⁰. Так как $y'_x=0$ при $t=\pm 1$, то касательные параллельны оси абсцисс в точках $M_1 \left(1; \frac{4}{3} \right)$ и $M_2 \left(1; -\frac{4}{3} \right)$. Кроме того, при $t=0$ (т.е. в начале координат) касательная параллельна оси ординат.

4⁰. Дифференцируя первую производную $y'_x = \frac{1-t^2}{t}$ по переменной x как сложную функцию, получим $y''_{xx} = -\frac{1+t^2}{2t^3}$; аналогично, $x''_{yy} = -\frac{1+t^2}{2(1-t^2)^3}$. Если $t > 0$, то $y''_{xx} < 0$, и выпуклость кривой обращена в положительную сторону оси ординат (кривая выпукла вверх), а если $t < 0$ – в отрицательную (выпукла вниз). При $t=0$ кривая меняет характер выпуклости, но здесь нет точки перегиба. В самом деле, в этой точке касательная параллельна оси ординат, и мы должны рассматривать уравнение вида $x = \varphi(y)$; так как $x''_{yy} = -\frac{1+t^2}{2(1-t^2)^3} \Big|_{t=0} = \frac{1}{2} > 0$, то выпуклость кривой обращена в отрицательную сторону оси абсцисс.

5⁰. Точка кривой уходит в бесконечность при $t \rightarrow \infty$, т.е. при $x \rightarrow \infty$ и $y \rightarrow \infty$. Далее, из того, что $\frac{y}{x} = \frac{2}{3} \frac{3-t^2}{t} \rightarrow \infty$, следует, что может существовать только асимптота, параллельная оси ординат. Однако если $t \rightarrow \infty$, то $x \rightarrow \infty$, т.е. кривая не имеет асимптоты.

6⁰. Из уравнений кривой видно, что кривая симметрична относительно оси абсцисс: при изменении знака t меняется только знак ординаты и сохраняется знак абсциссы. Следовательно, достаточно построить кривую только для положительных значений t . Составим таблицу значений для опорных точек:

	t	x	y	y'_x

	0	0	0	∞
M_1	1	1	$4/3$	0
M_2	3	3	0	-1,1
M_3	2	4	$-4/3$	-1,5

Кривая изображена на рис. 1.

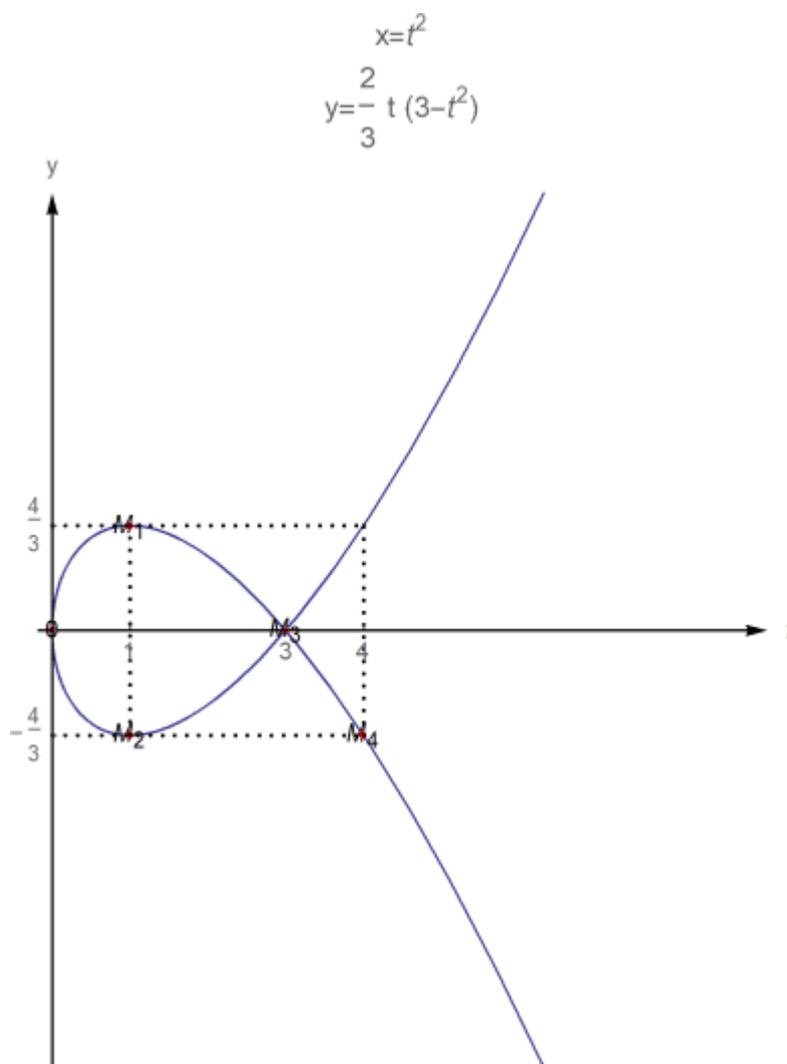


Рис. 1 – График кривой $x=t^2, y=\frac{2}{3}t(3-t^2)$

3. Графики функции в пространстве

Прямоугольная декартова система координат в пространстве

Декартовы координаты в пространстве вводятся в полной аналогии с декартовыми координатами на плоскости. Три взаимно перпендикулярные оси в пространстве (координатные оси) с общим началом O и одинаковой масштабной единицей образуют декартову прямоугольную систему координат в пространстве.

Одну из указанных осей называют O_x , или осью абсцисс, другую – осью O_y , или осью ординат, третью – осью O_z , или осью аппликат. Пусть M_x, M_y, M_z – проекции произвольной точки M пространства на оси O_x, O_y, O_z соответственно.

Проведём через точку M плоскость, перпендикулярную оси O_x . Эта плоскость пересекает ось O_x в точке M_x . Проведём через точку M плоскость, перпендикулярную оси O_y . Эта плоскость пересекает ось O_y в точке M_y . Проведём через точку M плоскость, перпендикулярную оси O_z . Эта плоскость пересекает ось O_z в точке M_z (рис. 41).

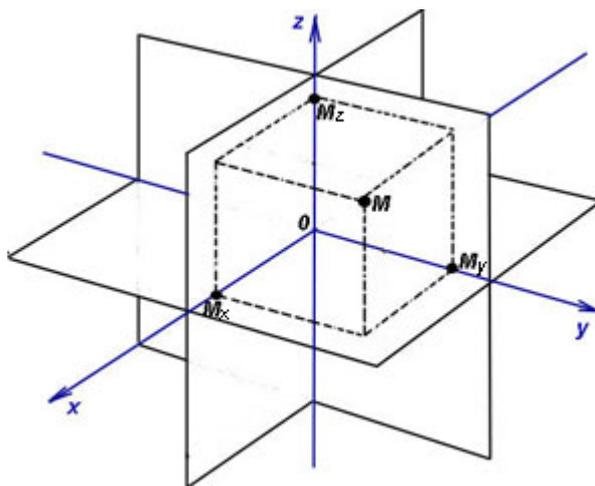


Рис. 41 - Прямоугольная декартова система координат

Декартовыми прямоугольными координатами x, y, z точки M будем называть соответственно величины направленных отрезков OM_x, OM_y и OM_z . Попарно взятые координатные оси располагаются в координатных плоскостях xOy, yOz и zOx

Заключение

Электронный образовательный курс написан по теме «Система координат на плоскости и в пространстве».

Основой образовательного процесса при дистанционном обучении является целеобозначенная и контролируемая активная самостоятельная работа, где обучающийся может заниматься в удобном для себя месте, по своему собственному расписанию, имея при себе специальные средства для обучения и обозначенную возможность контакта с преподавателем в процессе обучения.

Электронный образовательный курс «Система координат на плоскости и в пространстве» был апробирован в МОУ «Лицей №107» г. Саратов, в результате чего выполнены следующие задачи:

- изучен и проанализирован теоретический материал по данной теме, новизна и значимость данного материала для подготовки к текущему контролю и экзаменам;
- определены методические особенности данной темы, методику её преподавания каждый учитель подбирает для себя самостоятельно, учитывая способности учащихся;
- разработана система заданий, разбитая по 3-м уровням сложности;
- расширен кругозор учащихся, ограниченный информацией учебника.

Ниже приведены результаты тестов по уровням сложности.

Тесты первого (базового) уровня сложности:

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% правильных ответов	86	90	84	79	85	80	77	69	81	79

В целом проверочная работа по решению тестов первого уровня сложности показала, что в среднем учениками дано 81% правильных ответов.

Тесты второго (среднего) уровня сложности:

№ вопроса	1	2	2	4	5	6	7	8	9	10
% правильных ответов	75	78	74	71	64	67	70	70	69	70

В целом проверочная работа по решению тестов второго уровня сложности показала, что в среднем учениками дано 71% правильных ответов.

Тесты третьего (повышенного) уровня сложности:

№ вопроса	1	2	2	4	5	6	7	8	9	10
% правильных ответов	64	65	59	60	58	64	59	56	53	59

В целом проверочная работа по решению тестов третьего уровня сложности показала, что в среднем учениками дано 59% правильных ответов.

Анализ результатов проверочных работ по решению тестов различного уровня сложности позволяет увидеть соответствие практических навыков уровню усвоения теоретического материала, проследить пробелы у учащихся и в дальнейшем устранить их.

Практическая значимость данной темы заключается в том, что этот электронный образовательный курс могут использовать учащиеся средних общеобразовательных школ, студенты средних специальных учебных заведений, студенты педагогических вузов и преподаватели. Теоретический материал работы по большей части отсутствует в школьных учебниках, а изучение темы «Система координат на плоскости и в пространстве» является важным на любом этапе школьного обучения, так как на данной информации базируются другие разделы алгебры и геометрии.

Список использованных источников

1. <https://studfiles.net/preview/2224387/>
2. <http://stud24.ru/geometry/istoriya-vozniknoveniya-koordinat-na-ploskosti/501431-1967470-page1.html>
3. https://vuzlit.ru/832032/sistemy_koordinat
4. <https://mydocx.ru/4-20059.html>
5. <http://allrefs.net/c23/3yiah/p24/>
6. https://vuzlit.ru/832034/tsilindricheskie_sistemy_koordinat
7. Райхмист, Р.Б. Графики функций. Справочное пособие для ВУЗов изд. Высшая школа, 1991 г., 160 с.
8. <https://pandia.ru/text/78/534/57446.php>
9. <http://mirznanii.com/a/314609/sistema-koordinat>
10. Райхмист, Р.Б. Задачник по математике для учащихся средней школы и поступающих в вузы (с решениями и ответами): Учеб. пособие., изд. М. Просвещение, 2007 г., 304 с.
11. Виленкин, Н.Я. и др. Учебник для общеобразовательных организаций. 6 класс изд. Мнемозина, 2013, 290 с.
12. https://infourok.ru/vkr_po_teme_metod_koordinat_i_ego_izuchenie_v_shkolnom_kurse_geometrii-407836.htm
13. <https://infourok.ru/lekcija-dekartova-pryamougolnaya-sistema-koordinat-v-prostranstve-3109892.html>
14. http://www.academiaxxi.ru/WWW_Books/HM/Ag/05/01/t.htm
15. http://math.phys.msu.ru/archive/2016_2017/24/konspekt1.pdf

ПОДПИСЬ