

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

**Электронный образовательный курс  
«Предел функции в точке»**

**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_ курса \_\_\_\_\_ 322 \_\_\_\_\_ группы  
направления \_\_\_\_\_ 44.04.01 – Педагогическое образование \_\_\_\_\_  
код и наименование направления  
\_\_\_\_\_ профиль подготовки: Математическое образование \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ механико-математического факультета \_\_\_\_\_  
наименование факультета, института, колледжа  
\_\_\_\_\_ Жадаевой Екатерины Михайловны \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ фамилия, имя, отчество

Научный руководитель  
\_\_\_\_\_ доцент, к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Е.В.Разумовская \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ должность, уч. степень, уч. звание \_\_\_\_\_ подпись, дата \_\_\_\_\_ инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ и.о.зав.кафедрой, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ А.М.Захаров \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ должность, уч. степень, уч. звание \_\_\_\_\_ подпись, дата \_\_\_\_\_ инициалы, фамилия

Саратов 2020

**Введение.** Магистерская работа представляет собой материалы для разработки электронного образовательного курса «Пределы функций». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 10-11 классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся больше к классам с профильной подготовкой, но так же могут быть полезны в обучении на базовом уровне, в зависимости от построения учебного плана.

Электронный образовательный курс «Пределы функций» — это электронный ресурс, содержащий весь необходимый учебно-методический материал, для изучения данной темы в рамках образовательной программы. Курс включает в себя не только теоретический материал по теме, но и практические задания, разбитые на 3 уровня сложности, с возможностью самоконтроля усвоения учебного материала.

Целью магистерской работы является разработка электронного образовательного ресурса (ЭОР) «Пределы функции» для учеников 10-11 классов и учителей школ.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Провести анализ литературы по предоставленной теме.
2. Разработать теоретическое и практическое содержание ЭОР «Пределы функций» в системе «Ipsilon».

Для решения поставленных задач были проанализированы математические и учебно-методические материалы и литература; проводилось наблюдение за учебным процессом; принималось участие в педагогической практике, а также был проведён анализ данных, полученных в ходе данной практики.

Научная новизна магистерской работы состоит в разработке дидактического материала трёх уровней сложности.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трёх разделов, заключения, списка использованных источников.

Во введении обоснована актуальность исследования, кратко описаны степень его разработанности и результаты апробации тестов, сформулированы его цель, задачи, методы исследования, практическая значимость, описана структура работы по главам.

В первом разделе «Пределы функций» описаны: краткая историческая справка; основы теории по теме пределов: определения, их виды, свойства, основные неопределённости и способы их раскрытия; методы вычисления пределов функций.

Во втором разделе «Контрольные вопросы» представлены контрольные вопросы по теоретической части курса.

В третьем разделе «Тестовые задания» разработаны тесты трёх уровней сложности для отработки полученных знаний.

В заключении работы сформулированы основные выводы.

Список использованных источников состоит из 20 наименований.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- применение дистанционных образовательных программ и электронного обучения с целью повышение качества обучения при реализации образовательных программ;
- работа с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий для оптимизации деятельности педагогического состава;
- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять возможность дистанционного обучения.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;
- разработка учебно-методических и контрольно-измерительных материалов по теме «Пределы функций», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

Базовые навыки и умения, которыми должен обладать учащийся перед изучением курса:

- уметь преобразовывать различные выражения;
- иметь представление о простейших формулах тригонометрии и уметь их применять;

Умения и навыки, которые формируются курсом:

Цель 1: контроль усвоения теоретических знаний при работе

- а) с разными видами пределов;
- б) с основными неопределённостями.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

Базовом	Среднем	Повышенном
1) Знает виды пределов функций и основных неопределённостей	1) Знает некоторые методы вычисления пределов функций	1) Знает методы вычисления пределов функций
2) Знает определения предела функции и его свойства	2) С помощью этих методов может вычислить пределы	2) Может определить метод вычисления предела функции
3) Решает задачи базового уровня сложности	3) Решает задачи среднего уровня сложности	3) Решает задачи повышенного уровня сложности

Цель 2: применение знаний и интеллектуальных умений при решении задач по поставленной теме.

Цель считается достигнутой, если ученик:

- 1) Решает задачи своего уровня сложности.
- 2) Применяет знания по другим темам для упрощения задачи.
- 3) Может составить задачи по аналогии.

Цель 3: формирование коммуникативных умений через

- а) включение в групповую работу;
- б) взаимопомощь, проверку и обсуждение ответов;
- в) организацию взаимоконтроля и взаимопроверки на всех уровнях.

Цель считается достигнутой, если ученик:

- 1) Работая в группе, оказывает помощь товарищам, рецензирует их ответы по выполненным заданиям предыдущих уровней с обоснованием, организует взаимоконтроль.
- 2) Оказывает помощь ученикам, работающим на предыдущих уровнях;
- 3) Может составить контрольную работу опираясь на свой уровень усвоения материала по теме.

Цель 4: формирование организационных умений.

Цель считается достигнутой, если ученик:

- 1) Может сформировать цели своей учебной деятельности.
- 2) Может самостоятельно выбрать задачи под свой уровень и решить их.
- 3) Может самостоятельно составить контрольную работу для своего уровня усвоения материала по теме.
- 4) Может самостоятельно определить свой уровень усвоения и сделать выводы о дальнейших действиях для повышения своих навыков.

Успешное изучение данного электронного образовательного курса поможет глубже понять тему пределов функций и в будущем облегчит изучение данной темы в высших учебных заведениях.

**Основное содержание работы.** Основная часть состоит из трёх разделов. Первый раздел начинается с описания истории пределов, что легло в основу изучения данной темы и какие выдающиеся учёные внесли свой вклад в её развитие. В последующих подразделах описывается весь необходимый теоретический материал, который включает в себя определения пределов функций, их свойства и геометрический смысл, а также описание различных видов пределов: пределы функций в точке, пределы функций на бесконечности и односторонние пределы. После каждой темы представлено достаточное количество примеров с подробным решением, среди которых первый и второй замечательный предел. В последнем подразделе описаны основные неопределённости пределов и способы их раскрытия.

Второй раздел представляет собой краткий список вопросов по теории, выполненный в виде теста с выбором правильного ответа.

Последний раздел описывает практическую часть курса. Для проверки полученных знаний и отработки приобретённых навыков и умений, данная работа включает в себя тренировочные задания трёх уровней сложности: базового, среднего и повышенного.

Тестовые задания базового уровня ориентированы на умения учащихся вычислять простейшие пределы функций. Оценка данного уровня проводится в соответствии: 1 задание — 1 балл. Тестирование считается пройденным успешно, если ученик набрал от 8 до 10 баллов, и это соответствует оценке «5». Если ученик набрал от 5 до 7 баллов, то это соответствует оценке «4», от 2 до 4 баллов — оценке «3». Наконец, если учеником было набрано менее 2

баллов, то тест считается непройденным и это значит, что следует вернуться к изучению теоретического материала и уделить больше времени разбору примеров, после чего пройти тест повторно.

Тесты среднего уровня содержат более усложнённый вариант заданий и проверяют способность учащихся преобразовывать выражения и умение решать простые задачи на раскрытие неопределённостей. Каждая задача данного уровня будет оцениваться в 2 балла. Соответственно, если ученик набрал от 18 до 20 баллов, то это оценка «5», от 12 до 17 — оценка «4», от 6 до 11 — оценка «3». Наконец, если ученик набрал меньше 6 баллов, то это говорит о том, что тестирование считается непройденным и необходимо снова обратиться к теоретическому материалу и, возможно, ещё раз пройти тестирование на уровень ниже.

Тестовые задания повышенного уровня ориентированы на умение учащихся определять каким методом решать ту или иную задачу. Для успешного выполнения заданий, учащиеся должны быть способны определить вид неопределённости предела и знать способы его раскрытия, а также знать первый и второй замечательный предел. Максимальное количество баллов за каждое задание в этих тестах — 3. Соответственно, если ученик набрал от 27 до 30 баллов, то это оценка «5», от 18 до 26 — оценка «4», от 9 до 17 — оценка «3». Наконец, если ученик набрал меньше 9 баллов, то это говорит о том, что тестирование считается непройденным.

После каждого уровня тестов есть ключи к каждому варианту, а также первый вариант во всех уровнях содержит полное подробное решение.

Примеры полного решения некоторых заданий из первого варианта для тестов базового уровня:

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5}{x^3} + 1 \right) \left( -\frac{8}{x^2} - 2 \right)$$

Подставим  $x_0 = \infty$  в выражение, получим  $\left( \frac{5}{\infty} + 1 \right) \left( -\frac{8}{\infty} - 2 \right)$ . По свойству  $\forall m \in \mathbb{N}, \forall k : \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x^m} = 0$  имеем:  $\left( \frac{5}{\infty} + 1 \right) \left( -\frac{8}{\infty} - 2 \right) = (0 + 1)(0 - 2) = -2$ .

**Ответ: 3**

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 4}{2x + 7}$$

Разделим числитель и знаменатель на  $x$ :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{4}{x}}{2 + \frac{7}{x}}$ .

Применим свойство для частного пределов:  $\frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{4}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{7}{x}\right)}$ .

Применим свойство для суммы пределов:  $\frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 3 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x}}$ .

По свойству  $\forall m \in \mathbb{N}, \forall k: \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x^m} = 0$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0} C = C$  имеем:  $\frac{3 - 0}{2 + 0} = \frac{3}{2}$

**Ответ: 3**

Примеры полного решения некоторых заданий из первого варианта для тестов среднего уровня:

$$8) \lim_{x \rightarrow 3} \left( x\sqrt{25 - x^2} + \sqrt{x + 46} \right)$$

Подставим  $x_0 = 3$ :  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( x\sqrt{25 - x^2} + \sqrt{x + 46} \right) = 3\sqrt{16} + \sqrt{49} = 12 + 7 = 19$ .

**Ответ: 3**

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{1 + 40x + 16x^4} + \sqrt{x + 9x^2}}{2x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

Если подставим  $x_0 = \infty$ , то получим  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ . Тогда разделим числитель и знаменатель на  $x$ , так как это максимальная степень  $x$ , и преобразуем с помощью свойств пределов

$$\begin{aligned}
& \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{1 + 40x + 16x^4} + \sqrt{x + 9x^2}}{2x + \sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{\frac{1}{x^4} + \frac{40}{x^2} + 16} + \sqrt{\frac{1}{x} + 9}}{2 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \\
& = \frac{\sqrt[4]{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^4} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{40}{x^2} + \lim_{x \rightarrow \infty} 16} + \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} 9}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}}} = \\
& = \frac{\sqrt[4]{0 + 0 + 16} + \sqrt{0 + 9}}{2 + \sqrt{1 + 0}} = \frac{2 + 3}{2 + 1} = \frac{5}{3}.
\end{aligned}$$

**Ответ:** 4

Примеры полного решения некоторых заданий из первого варианта для тестов повышенного уровня:

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot 4x}{3 \cdot \sin 3x} = \frac{4}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 3x} = \frac{4}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{\sin 3x}{3x}} = \frac{4}{3} \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x}}$$

Так как  $3x \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow 0$ , то по свойству первого замечательного предела

$$\frac{4}{3} \frac{1}{\lim_{3x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x}} = \frac{4}{3}.$$

**Ответ:** 1

$$10) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Если подставим  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ , то получим  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Тогда преобразуем

$$\begin{aligned}
& \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{1 - \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x) \cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \\
& = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x) \cos^2 x}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x}{\cos x + \sin x} =
\end{aligned}$$



$$= \frac{\cos^2 \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

**Ответ:** 3

По итогам выполнения практической части можно судить о качестве усвоения данного электронного образовательного курса – «Пределы функций». Минимальное количество баллов, свидетельствующее о прохождении всех модулей, – 17 баллов, максимальное количество баллов, свидетельствующее об успешном изучении курса, – 60 баллов. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить около 4 дней, при условии, что у учащихся есть необходимая база знаний перед началом курса.

**Заключение.** В данном электронном образовательном курсе реализована тема «Пределы функций».

В основу образовательного процесса при дистанционном обучении положена целенаправленная и контролируемая интенсивная самостоятельная работа обучающегося, который мог бы учиться в удобное для себя время, по индивидуальному расписанию, имея при себе комплект специальных средств обучения и согласованную возможность контакта с преподавателем в процессе обучения.

К достоинствам дистанционного обучения для учащихся можно отнести:

- возможность построить график обучения в соответствии со своей занятостью;
- независимая от преподавателя оценка знаний;
- возможность консультироваться с преподавателем в ходе обучения;
- возможность самостоятельно изучать интересующий материал, не завися от учебной программы.

Для преподавателя такая форма обучения тоже носит положительный характер, так как является дополнительным способом подачи информации обучающимся и даёт возможность более оптимально распределить материал для базового и профильного уровня при меньшей затрате времени.

В целом, основными достоинствами ЭОК являются:

- 1) Доступность материалов курса из любого места, где есть выход в интернет.
- 2) Возможность не собирать информацию по разным источникам, а получить весь необходимый материал по теме в одном месте.
- 3) Гибкий график обучения. Учащийся сам решает как и когда изучать нужный ему материал.
- 4) Доступность материала и наличие обратной связи позволяет быстрее и качественнее корректировать его, на основании замечаний и уточнений.
- 5) После изучения теоретической части курсов, можно пройти тестирование и сразу же получить и разобрать результаты, что значительно сокращает временные затраты.

Электронный образовательный курс «Пределы функций» был апробирован в муниципальном автономном общеобразовательном учреждении «Средняя общеобразовательная школа № 51», в результате чего реализованы следующие задачи:

- изучен и проанализирован теоретический материал по данной теме, а также новизна и значимость данного материала;
- разработана система задач, дифференцированная по уровню сложности;
- предоставлен более полный объём информации, чем даётся в учебниках.

При апробации пришли к выводу, что разработанный курс по теме «Пределы функций», послужит хорошим материалом, при изучении данной темы, как для уроков математики и элективных курсов в рамках школьной программы, так и для самостоятельного изучения темы на более глубоком уровне.

Таким образом, практическое значение данной темы заключается в том, что этот электронный образовательный курс могут использовать учащиеся средних общеобразовательных школ, студенты средних специальных учебных заведений, студенты педагогических вузов и преподаватели. Курс так же содержит теоретический материал, который отсутствует в школьных учебниках. Изучение темы «Пределы функций» является важным этапом в процессе обучения математики.