МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

Электронный образовательный курс
«Обыкновенные дроби»

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 – Педагогическое образование**

механико-математического факультета

Кенжибаевой Кристины Игорьевны

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н. ____________ Ю.В.Матвеева

Заведующий кафедрой
и.о.зав.кафедрой, к.ф.-м.н. ____________ А.М.Захаров

Саратов 2020

Введение В процессе преподавания математики в средней школе в 5-7 классах, появилась идея создания электронного образовательного курса математики и в первую очередь разобрать тему «Обыкновенные дроби». Данная тема является достаточно значимой для 5-9 классов.

Тема «Обыкновенные дроби» относится к базовому уровню подготовки и на данный момент вызывает затруднения не только при ее изучении, но и при дальнейшем применении знаний в более старших классах.

Цель магистерской работы разработать электронный образовательный ресурс (ЭОР) по теме «Обыкновенные дроби» для 5-7 классов. При написании работы решены следующие задачи:

1. Проведен анализ литературы по выбранной теме;
2. Разработано теоретическое и практическое содержание ЭОР «Обыкновенные дроби» в системе «Ipsilon»;
3. Научная новизна магистерской работы состоит в разработке дидактического материала трех уровней сложности.

Электронный образовательный курс «Обыкновенные дроби» был апробирован в МБОУ СОШ №2 с. Александров-Гай. При апробации пришли к выводу: разработанный курс заданий по теме «Обыкновенные дроби», предназначенный для уроков математики, а также элективных курсов по математике, послужит хорошей основой усвоения данной темы на более глубоком уровне.

Научная новизна магистерской работы состоит в разработке дидактического материала трех уровней сложности. Выпускная квалификационная работа состоит из введения, 6 глав, заключения, списка использованных источников.

Глава 1: Историческая справка. В этой главе рассказывается о том, откуда появились дроби, как люди пришли к этому понятию, как раньше записывались дроби.

Глава 2: Основные понятия обыкновенных дробей. Само название говорит за себя. Тут показаны основные определения дробей.

Глава 3: Действия с дробями. В данной главе говорится о том, какие действия можно выполнять с обыкновенными дробями.

Глава 4: Психологические особенности усвоения дробей. В этой главе говорится о том, с какими трудностями школьники сталкиваются при изучении дробей и как с ними бороться.

Глава 5: Сравнительный анализ методических подходов к изучению «Дроби». Здесь рассмотрена структура изучения дробей.

Глава 6: Сравнительный анализ формирования понятия дроби в учебниках математики для 5-7 классов. Многие учащиеся с большим трудом могут самостоятельно по книге изучать новый материал, это связано в первую очередь с тем, что они по разным причинам не в состоянии отделить главное от второстепенного. В этой главе рассмотрены подходы формирования понятия дроби в разных учебниках.

Так же представлена практическая часть. В нее входят тесты 1-ого, 2-ого, 3-ого уровня сложности и даны к ним ответы.

Основная часть В жизни человеку приходилось не только считать предметы, но и измерять величины. Люди столкнулись с измерениями длин, площадей земельных участков, объемов, массы тел. При этом случалось, что единица измерения не укладывалась целое число раз в измеряемой величине. Например, измеряя длину участка шагами, человек встречался с таким явлением: в длине помещалось десять шагов, и оставался остаток меньше одного шага. Дроби связаны у многих народов с делением добычи на охоте. Поэтому с этой необходимой работой люди стали употреблять выражения: половина, треть, два с половиной шага. Отсюда можно было сделать вывод, что дробные числа возникли как результат измерения величин.

1. <u>Из истории возникновения дробей и операций над ними.</u>

Обыкновенные дроби известны человечеству с незапамятных времен. Еще в Древнем Египте дроби использовались при решении задач прикладного характера. Тогда еще не было сформировано понятие дроби, поэтому использовались дроби конкретного вида - $\frac{1}{n}$, так называемые аликвотные дроби. При решении задач ответ записывался не в виде обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$, а в виде суммы аликвотных дробей. Для облегчения таких записей были составлены таблицы представления дробей в виде суммы аликвотных дробей. При сложении дробей имеющих разные знаменатели, египтяне умножали их на вспомогательные числа. В Древнем Вавилоне использовалась шестидесятеричная система счисления. Существовали таблички с правилами арифметических действий, как с натуральными числами, так и с дробями.

Одним из дошедших до наших дней древнеегипетских папирусов является папирус древнеегипетского писца Ахмеса «Райнда», представляющий собой сборник из 84 задач прикладного характера. Одна из этих задач звучит так: «Разделить 7 хлебов между 8 людьми».

Сейчас школьник предложит такое решение: разрезать каждый хлеб на 8 частей каждому человеку дать по одной части от каждого хлеба. Но если резать каждый хлеб на 8 частей, придется провести 49 разрезов. Египтяне решали бы эту задачу так. Дробь $\frac{7}{8}$ записывали в виде долей: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$. Значит, каждому человеку надо дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба; поэтому четыре хлеба разрезаем пополам, два хлеба - на 4 части и один хлеб - на 8 долей, после чего каждому даем его часть. Всего при египетском методе решения делается лишь 17 разрезов. Таким образом, египетский вариант решения этой задачи почти в 3 раза экономичнее.

При столь давнем использовании обыкновенных дробей, десятичные дроби стали выделяться из них значительно позже. Появление десятичной записи числа связано в первую очередь с относительной простотой арифметических действий с ними. В начале XIV века десятичные дроби ввёл в рассмотрение персидский математик и астроном Джамшид Гияс-ад-дин аль-Каши в трактате «Ключ арифметики». В XV веке они были принесены в Византию. Спустя полтора столетия десятичные дроби были заново открыты в Западной Европе. Автором первого печатного сочинения о десятичных дробях был Симон Стевин, изложивший правила действия с ними в книге «Десятина».

В математике дробь - это число, состоящее из одной или нескольких частей (долей) единицы. По форме записи дроби делятся на обыкновенные (пример $\frac{5}{8}$) и десятичные (например 123,45).

Обыкновенной (простой) дробью называется число вида $\frac{m}{n}$ где m и n – натуральные числа. Число m называется ***числителем*** этой дроби, а число n – её ***знаменателем***.

Горизонтальная или косая черта обозначает знак деления, то есть $\frac{m}{n}=\frac{m}{n}=m:n$.

Числитель дроби – это число, стоящее в обыкновенной дроби над горизонтальной чертой, то есть сверху. Числитель показывает количество взятых долей.

Знаменатель дроби – это число, стоящее в дроби под горизонтальной чертой, то есть снизу. Знаменатель показывает, какие это доли (или, что тоже самое – на сколько равных частей разделена единица, от которой взяты доли).

Обыкновенные дроби делятся на два вида: правильные и неправильные.

Правильной называется дробь, у которой модуль числителя меньше модуля знаменателя. Например, $\frac{9}{11}$, ведь 9 < 11.

Неправильной называется дробь, у которой модуль числителя больше или равен модулю знаменателя. Такая дробь представляет собой рациональное число, по модулю большее или равное единице. Примером будут дроби $\frac{11}{2},\frac{8}{5},\frac{7}{6}$

Наряду с неправильной дробью существует иная запись числа, которая называется смешанной дробью (смешанным числом). Такая дробь не является обыкновенной.

Смешанной дробью называется дробь, записанная в виде целого числа и правильной дроби и понимается как сумма этого числа и дроби. Например, $2\frac{5}{7}$

Для того, чтобы смешанную дробь превратить в неправильную нужно: знаменатель умножить на целую часть и прибавить числитель, результат записать в числитель, а знаменатель оставить прежним. Например, $2\frac{5}{7}=\frac{7*2+5}{7}=\frac{19}{7}$.

Действия с дробями. Чтобы **сложить дроби с одинаковыми знаменателями**, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить без изменения.

$$\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2+1}{4}=\frac{3}{4}$$

Чтобы **сложить дроби с разными знаменателями**, нужно воспользоваться алгоритмом:

1. Найти НОК знаменателей дробей;
2. Разделить НОК на знаменатель каждой дроби и получить дополнительный множитель для каждой дроби;
3. Умножить числители и знаменатели дробей на свои дополнительные множители;
4. Сложить дроби, у которых одинаковые знаменатели;

5. Если в ответе получилась неправильная дробь, то выделить её целую часть.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{3}{4}=1\frac{1}{6}$$

Чтобы **вычесть из одной дроби другую**, нужно из числителя первой дроби вычесть числитель второй дроби, а знаменатель оставить без изменения.

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3-1}{4}=\frac{2}{4}$$

Чтобы **вычесть дроби с разными знаменателями**, нужно воспользоваться алгоритмом:

1. Найти НОК знаменателей дробей;
2. Разделить НОК на знаменатель каждой дроби и получить дополнительный множитель для каждой дроби;
3. Умножить числители и знаменатели дробей на свои дополнительные множители;
4. Вычесть дроби, у которых одинаковые знаменатели.

$$\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{8}{12}-\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$$

Чтобы **умножить дробь на число**, нужно числитель данной дроби умножить на это число, а знаменатель оставить без изменений.

$$\frac{2}{4}*4=\frac{2*4}{4}=\frac{8}{4}$$

Чтобы **перемножить дроби**, нужно перемножить их числители и знаменатели. Если в ответе получится неправильная дробь, нужно выделить в ней целую часть.

$$\frac{\frac{2}{3}*5}{2}=\frac{2*5}{4*2}=\frac{10}{8}=1\frac{2}{8}$$

Чтобы **разделить дробь на число**, нужно эту дробь умножить на число, обратное делителю.

$$\frac{1}{2}:2=\frac{\frac{1}{2}*1}{2}=\frac{1}{4}$$

Чтобы **разделить число на дробь**, нужно умножить это число на дробь, обратную делителю.

$$2:\frac{1}{2}=\frac{2*2}{1}=\frac{2*2}{1}=\frac{4}{1}=4$$

Чтобы разделить дробь на дробь, нужно первую дробь умножить на дробь, обратную второй.

$$\frac{2}{3}:\frac{1}{7}=\frac{\frac{2}{3}*7}{1}=\frac{2*7}{3*1}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$$

Одной из целей обучения учащихся является развитие навыков работы с книгой. Многие учащиеся с большим трудом могут самостоятельно по книге изучать новый материал, это связано в первую очередь с тем, что они по разным причинам не в состоянии отделить главное от второстепенного. Тем не менее, самостоятельная работа учащегося с учебником необходима. В соответствии с этим возникает необходимость написания учебников на языке, доступном большинству учащихся данной возрастной категории.

И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович «Математика»

Отличительная особенность этого учебника в том, что объяснительный материал дается через систему упражнений, в результате выполнения которых ученики могут самостоятельно сформулировать вывод.

Тема «Обыкновенные дроби» начинается иначе, нежели в других учебниках математики. Сначала напоминается алгоритм деления с остатком, его компоненты и свойство остатка. Как логическое продолжение этой темы дробь вводится как результат деления натуральных чисел. Рассматриваются несколько задач, которые и подводят к формулированию определения обыкновенной дроби.

Кусок проволоки длиной 1 м разрезали на 2 равные части. Какова длина одной части?

Ответ в этой задаче 5 дм, потому что 1 (м):2=10 (дм):2=5 (дм).

Кусок проволоки длиной 1 м разрезали на 3 равные части. Какова длина одной части?

Авторы предлагают эту задачу решить тем же способом, что и предыдущую: перейти к более мелким единицам измерения.

м=10 дм, 10:3=3 (1 ост);

м=100 см, 100:3=33 (1 ост);

м=1000 мм, 1000:3=333 (1 ост);

После чего автор делает вывод: «во всех случаях получаем остатки, но ведь в условии задачи сказано, что проволоку разрезали, и <u>ничего не осталось</u>».

«Как же можно записать результат такого деления? В русском языке есть известное вам слово треть, которое используется, чтобы обозначить результат деления целого на три равные части. Разрезав кусок на три равные части, мы получили три куска, длиною в треть метра каждый. В математике треть записывают в виде дроби: $\frac{1}{3}$.»

После этого авторы говорят, как называются верхняя и нижняя часть дроби. И в заключение для закрепления изученного материала предлагается следующая задача:

Кусок проволоки длиной 2 м разрезали на 3 равные части. Какова длина одной части?

Ниже в учебнике приведен план решения этой задачи.

После этого даётся вывод, который должны были сделать сами учащиеся, ответив на вопросы: как можно записать частное от деления натуральных чисел? каким компонентам деления соответствуют числитель и знаменатель дроби?

После учащимся предлагается учебное задание пропедевтическое к основному свойству дроби, выполняя которое ребята приходят к выводу, что отрезки длиной $\frac{1}{2}$ м и $\frac{2}{4}$ м равны, а значит, равны и дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{4}$. Здесь авторы не называют это свойство, но уточняют, что обязательно будут использовать его в дальнейшем при выполнении арифметических действий с дробями.

После этого дробь рассматривается как одна или несколько равных долей и обобщаются два способа получения дроби. В этом пункте учебника приведены несколько заданий, в которых нужно указать, какая часть изображенной фигуры закрашена, какая не закрашена.

Далее рассматриваются вопросы отыскания части от целого и целого по его части. Рассматривается основное свойство дроби, с применением рисунков.

Основные достоинства учебника: При объяснении практически каждой новой темы авторы опираются на жизненный опыт учащихся и на иллюстрации. Показывается практическая необходимость введения многих понятий. В учебнике достаточное количество иллюстраций для формирования понятия дроби как результата деления натуральных чисел и как части целого. В объяснении в учебнике даются полные обоснования, для чего необходимо рассматривать данный материал, рассматривается большое количество упражнений. Некоторые задания сформулированы так, что позволяют готовить учащихся к самостоятельным выводам.

Недостатки: Именно это можно считать недостатком, потому что большие тексты сами по себе отталкивают учеников. Основная идея учебника - развитие познавательной активности учащихся, однако полнота изложения полностью удовлетворяет эту познавательную активность и лишает учеников стимулов к самостоятельным размышлениям и поиску информации.

Заключение Электронный образовательный курс «Обыкновенные дроби» был апробирован в МБОУ СОШ №2 с. Александров-Гай Саратовской области. Было проведено тестирование по теме «Обыкновенные дроби». Статистика усвоения материала по тестам трех уровней сложности представлена в таблице:

Вопрос (№)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Качество знаний (%) 1 уровень сложности	100	100	75	83,3	66,6	81	69	73	50	33,3

Качество знаний (%) 2 уровень сложности	100	83,3	50	65	66,6	66,6	50	93	50	89
Качество знаний (%) 3 уровень сложности	100	100	53,2	66,6	83,3	78	66,6	84	50	69

Оценивая полученные результаты можно заметить, что предоставленные тесты решили с затруднением. Данные затруднения вызывались нарастанием уровня сложности проводимых тестов. Несмотря на это, стоит отметить, что в результате анализа статистики видно наличие хорошей теоретической базы у учеников. По итогу можно сказать, что данный курс является эффективным и подходит для изучения в школе, ученики справились с тестами, показав процент выполнения выше среднего.

При апробации пришли к выводу: разработанный курс заданий по теме «Обыкновенные дроби», предназначенный для уроков математики, а также элективных курсов по математике, послужит хорошей основой усвоения данной темы на более глубоком уровне.