

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического обеспечения вычислительных комплексов и
информационных систем

Цифровая обработка сигналов

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 441 группы

направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Усталкова Александра Олеговича

Научный руководитель:

профессор, д.ф.-м.н.

_____ Д.К. Андрейченко

подпись, дата

Зав. кафедрой:

профессор, д.ф.-м.н.

_____ Д.К. Андрейченко

подпись, дата

Саратов 2021

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы.

Цифровая обработка сигналов – это одно из наиболее динамично развиваемых и перспективных направлений современной радиотехники.

Самыми важными свойствами цифровой обработки сигналов являются:

1. высокая точность,
2. технологичность,
3. нечувствительность к дестабилизирующим факторам,
4. функциональная гибкость.

Поэтому удельный вес цифровой обработки сигналов в радиоэлектронных устройствах и системах по мере повышения ее быстродействия и снижения стоимости все более возрастает. По определению цифровая обработка сигналов – это обработка цифровых сигналов цифровыми методами и цифровыми средствами.

Методами цифровой обработки сигналов являются математические соотношения или алгоритмы, в соответствии с которыми выполняются вычислительные операции над цифровыми сигналами.

Средствами реализации цифровой обработки сигналов являются жесткая логика, программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС), микропроцессоры общего назначения, микроконтроллеры, персональные компьютеры (компьютерная обработка сигналов), одноплатные компьютеры и цифровые сигнальные процессоры (ЦСП).

Исторически цифровая обработка сигналов как новое научное и техническое направление начала формироваться в начале 60-х годов XX века. Она опиралась на достижения цифровой вычислительной техники и известные задолго до этого в математике Z -преобразование, преобразования Лапласа, Фурье, линейные разностные уравнения и другие. Фундаментальными для цифровой обработки сигналов стали проведенные в 30–40-е годы прошлого века работы по теории дискретизации и восстановления сигналов Котельникова–Шеннона–Найквиста. Большую роль

в развитии цифровой обработки сигналов сыграли исследования Кайзера по цифровой фильтрации и предложенные в 1965 году Кули и Тьюки алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ). К тому же, в 60-х годах XX века был создан цифровой полосной вокодер, который был изобретён ещё в 1939 года. К историческим вехам ЦОС можно отнести также создание в 60-х гг. XX в. цифрового полосного вокодера, изобретенного еще в 1939 году Дадли, многоканального цифрового приемника (Стивенсон, 1971), цифрового сигнального процессора (1982). В то же время были получены теоретические результаты по адаптивной обработке сигналов, спектрально-корреляционному анализу, вейвлет-анализу и их приложениям.

Целью данной выпускной квалификационной работы является реализация фильтра с конечной импульсной характеристикой и фильтров с бесконечной импульсной характеристикой и сравнение их эффективности.

Для достижения данной цели требуется выполнить следующие задачи:

1. Изучение алгоритмов анализа сигнала;
2. Ознакомление с форматом WAVE;
3. Изучение алгоритмов создания цифровых фильтров в системе MatLab;
4. Реализация считывания WAVE сигнала и его зашумление;
5. Реализация фильтров и использование их для фильтрации зашумлённого сигнала;
6. Сравнение результатов фильтрации.

Цель бакалаврской работы – реализация фильтра с конечной импульсной характеристикой и фильтров с бесконечной импульсной характеристикой и сравнение их эффективности.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Изучение алгоритмов анализа сигнала;
2. Ознакомление с форматом WAVE;
3. Изучение алгоритмов создания цифровых фильтров в системе MatLab;
4. Реализация считывания WAVE сигнала и его зашумление;

5. Реализация фильтров и использование их для фильтрации зашумлённого сигнала;
6. Сравнение результатов фильтрации.

Методологические основы цифровой обработки сигналов представлены в работах А.И. Солониной, Д.М. Клионского, Т.В. Меркучевой, С.Н. Перова, А.С. Глинченко, А.И. Одинец, А.И. Гребенникова и С.Г. Миронова. Среди зарубежных учёных можно выделить Эрика Флейшмана.

Структура и объём работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и 7 приложений. Общий объём работы – 48 страниц, из них страниц – основное содержание, включая 13 рисунков и 1 таблицы, список использованных источников информации – 21 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Сигналы и их преобразования» посвящен сигналам и их различным преобразованиям, которые требуются для их анализа.

Сигнал – это функция, связывающая какие-либо физические параметры. Сигнал, как функцию, отождествляют с каким-либо физическим процессом и, соответственно, его параметрами.

Системой обработки сигналов называется объект, выполняющий требуемое преобразование входного сигнала или воздействия в выходной сигнал или реакцию.

Математическая модель системы – это ее соотношение вход/выход, которое устанавливает связь между входным и выходным сигналами.

Бесконечную импульсную характеристику имеют рекурсивные фильтры, поэтому их называют также БИХ-фильтрами. По импульсной характеристике можно судить об устойчивости рекурсивных фильтров. Нерекурсивные цифровые фильтры относятся к классу КИХ-фильтров или же фильтров с конечной импульсной характеристикой.

При описании дискретных сигналов используют Z-преобразование, которое представляет собой модификацию дискретного преобразования Лапласа:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) * z^{-n},$$

где $f(nT)$ – отсчёты дискретного сигнала, а $z = e^{pT}$.

Пусть на вход цифрового фильтра подается входной сигнал $x_n = X(nT)$ в виде последовательности числовых значений, следующих с интервалом дискретизации T . Тогда выходной сигнал цифрового фильтра $y_n = Y(nT)$ записывают в виде линейного разностного уравнения:

$$Y(nT) = a_0X(nT) + \dots + a_NX(nT - NT) + b_0X(nT) + \dots + b_MX(nT - MT),$$

где a, b – постоянные вещественные коэффициенты.

Применяя к уравнению Z-преобразование, передаточная функция принимает вид:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_Nz^{-N}}{1 - b_1z^{-1} - \dots - b_Mz^{-M}} = \frac{\sum_{i=0}^N a_i z^{-i}}{1 - \sum_{j=0}^M b_j z^{-j}}.$$

Дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) называется пара взаимно однозначных преобразований:

7. Прямое ДПФ

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, k = 0, 1, \dots, N - 1;$$

8. Обратное ДПФ

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-nk}, n = 0, 1, \dots, N - 1,$$

где n – дискретное нормированное время, k – дискретная нормированная частота, $x(n)$ – N-точечная последовательность, $X(k)$ – N-точечное ДПФ, N – период последовательности и ДПФ, $W_N^{nk} = e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$ – поворачивающий множитель, $X(k)W_N^{-nk} = X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$ – k-я дискретная гармоника.

Второй раздел «WAV-файл» посвящен формату WAV-файлу.

WAVE – это набор спецификации Microsoft RIFF для хранения мультимедийных файлов. Файл RIFF начинается с заголовка файла, за

которым следует последовательность блоков данных. WAVE файл часто является просто рифф-файлом с одним «волновым» фрагментом, который состоит из двух суб-фрагментов – фрагмента «fmt », задающего формат данных, и фрагмента «data», содержащего фактически данные выборки. На рисунке 1 изображён формат WAV-файла.

Существует довольно много типов секций, заданных для файлов WAV, но большинство WAV-файлов содержат только две из них – секцию формата («fmt ») и секцию данных («data»). Именно эти секции требуются для описания формата выборок аудиоданных и для хранения самих аудиоданных. Однако официальная спецификация не задает строгий порядок следования секций, наилучшей практикой будет размещение секции формата перед секцией данных. Многие программы требуют именно такой порядок секций, и он наиболее разумен для передачи аудиоданных через медленные, последовательные источники наподобие Интернет. Иначе если формат придет после данных, то перед стартом воспроизведения необходимо считать и запомнить все аудиоданные, только после получения формата запускать воспроизведение.

Секция формата содержит информацию о том, как сохранены аудиоданные и как они должны воспроизводиться. Информация включает в себя тип используемой компрессии, количество каналов, скорость выдачи выборок (sample rate), количество бит в выборке (bits per sample) и другие атрибуты.

Секция данных Wave (Wave Data Chunk) содержит данные цифровых выборок аудиосигнала, которые можно декодировать с использованием формата и метода компрессии, указанных в секции формата Wave (Wave Format Chunk).

Третий раздел «Алгоритмы реализации цифровых фильтров» посвящен алгоритмам разработки КИХ-фильтра методом оконной функции Кайзера и БИХ-фильтров различных типов и их реализация в среде MatLab.

Задача расчета хороших окон фактически сводится к математической задаче отыскания ограниченных во времени функций, преобразования Фурье которых наилучшим образом аппроксимируют функции, ограниченные по частоте, иными словами имеют минимальную энергию за пределами заданного интервала частот. При решении этой задачи в замкнутой форме для непрерывных функций времени был введен класс так называемых вытянутых сфероидальных волновых функций. Эти функции имеют достаточно сложный вид. Поэтому Кайзер в качестве наилучшего окна предложил относительно простую аппроксимацию этих функций. Эта аппроксимация, названная окном Кайзера, записывается в следующем виде:

$$w_k(n) = \frac{I_0\left(\beta\sqrt{1 - [2n/(N-1)]^2}\right)}{I_0(\beta)}, -\left(\frac{N-1}{2}\right) \leq n \leq \frac{N-1}{2},$$

где β – константа, определяющая компромисс между максимальным уровнем боковых лепестков и шириной главного лепестка (или долей общей энергии в главном лепестке) частотной характеристики окна, а $I_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка.

Формулы проектирования, лежащие в основе окна Кайзера и его применения к дизайну фильтра КИХ, являются:

$$\beta = \begin{cases} 0,1102(\alpha - 8,7), & \alpha > 50 \\ 0,5842(\alpha - 21)^{0,4} + 0,07886(\alpha - 21), & 21 \leq \alpha \leq 50, \\ 0, & \alpha < 21 \end{cases}$$

где $\alpha = -20\log_{10}(\delta)$ – это затухание полосы задержки, выраженное в децибелах, и

$$n = \frac{\alpha - 7,95}{2,285 * \Delta w},$$

где n – порядок фильтра, а Δw – это ширина наименьшей переходной полосы.

Расчёт коэффициентов фильтра основан на методе наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов – математический метод, основанный на определении аппроксимирующей функции, которая строится в ближайшей близости от точек из заданного массива данных. Близость исходной и аппроксимирующей функции определяется числовой мерой, которая

определена так: сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от аппроксимирующей кривой должна быть наименьшей.

Формула предсказания порядка Баттерворта работает в аналоговой области как для аналоговых, так и для цифровых случаев. Для цифрового случая он преобразует частотные параметры в s -область перед оценкой порядка и собственной частоты. Затем функция преобразуется обратно в z -домен.

Передаточная функция фильтра нижних частот Баттерворта n -го порядка характеризуется следующим выражением:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^{2n}}.$$

Квадрат модуля передаточной функции фильтра Чебышева определяется выражением:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_n^2(\omega)},$$

где $T_n(\omega)$ – полином Чебышева, а $\epsilon = \sqrt{10^{R/10} - 1}$, где R – допустимая ошибка.

В отличие от фильтров Чебышева первого рода, инверсные фильтры Чебышева обладают гладкой амплитудно-частотной характеристикой в полосе пропускания и обеспечивают равноволновые пульсации в полосе заграждения.

Аппроксимация квадрата амплитудно-частотной характеристики нормированного фильтра Чебышева второго рода представляется в виде:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{C_N^2(1/\omega)}{C_N^2(1/\omega) + \epsilon_s^2},$$

где $C_n(\omega)$ – многочлен Чебышева порядка N первого рода.

Аппроксимация квадрата амплитудно-частотной характеристики нормированного эллиптического фильтра представляется в виде:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon_p^2 R_N^2(\omega, k_\omega)},$$

где $R_N(\omega, k_\omega)$ – эллиптическая дробно-рациональная функция порядка $N = 2L + r$, зависящая от эллиптического модуля k_ω .

Поскольку основная мощность спектра находится от 0 до 1000 Гц, то использовался фильтр нижних частот с пропускной полосой в данный частотный промежуток. Так как на протяжении всего сигнала средняя мощность лежит в пределах от 1000 до 4200 Гц, то данная частотная полоса будет являться переходной полосой фильтра. Всё то, что выше 4200 Гц будет находится в полосе задержки и будет заглушаться.

Также в данном разделе проведено сравнение каждого фильтра между собой.

Лучше всего справились с поставленной целью КИХ-фильтр и БИХ-фильтр Чебышева II рода, поскольку основной диапазон остался неизменным, но также произошло заглушение шумов из полосы задержания. Эллиптический БИХ-фильтр справился немного хуже, поскольку в полосе задержки данный тип фильтров имеет равноволновые пульсации в полосе пропускания, когда требуется монотонность. БИХ-фильтр Чебышева I рода и БИХ-фильтр Баттерворта справились хуже, поскольку в полосе пропускания они оставили шумы, от которых требовалось избавиться.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

MatLab – прекрасная среда для разработки, синтеза фильтров, с помощью которых можно отфильтровать нужный сигнал, где уже реализован функционал.

Экспериментально было выявлено, что лучше всего с фильтрацией WAV-файла лучше всего справились БИХ-фильтр Чебышева II рода и КИХ-фильтр, реализованный с помощью оконной функции Кайзера. Остальные фильтры справились гораздо хуже.

Основные источники информации:

1. А.И. Солонина, Д.М. Клионский, Т.В. Меркучева, С.Н. Перов. – Цифровая обработка сигналов и MatLab – Санкт-Петербург «БХВ-Петербург», 2013
2. А.С. Глинченко. – Цифровая обработка сигналов – Красноярск ИПК СФУ, 2008
3. А.И. Одинец, А.И. Гребенников, С.Г. Миронов. – Цифровая обработка сигналов – Омск, 2003
4. E.Fleischman. – WAVE and AVI Codec Registries – Internet Engineering Task Force, 1998
5. 3.11. Окно Кайзера [Электронный ресурс]. URL: https://scask.ru/c_book_r_cos.php?id=42
6. kaiserord (Signal Processing Toolbox) [Электронный ресурс]. URL: <http://matlab.izmiran.ru/help/toolbox/signal/kaiserord.html>
7. fir1 (Signal Processing Toolbox) [Электронный ресурс]. URL: <http://matlab.izmiran.ru/help/toolbox/signal/fir1.html>