

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра компьютерной физики и метаматериалов на базе Саратовского
филиала Института радиотехники и электроники имени В.А.Котельникова РАН

**РАСПАД МНОГОСОЛИТОННЫХ ИМПУЛЬСОВ
ПРИ СЕЛЕКТИВНОМ СПЕКТРАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4022 группы
направления 03.03.02 «Физика»

Института физики

Мясникова Никиты Николаевича

Научный руководитель –
к.ф.-м.н. доцент А.И.Конюхов

Заведующий кафедрой компьютерной физики и метаматериалов
на базе Саратовского филиала Института радиотехники и электроники
имени В.А.Котельникова РАН –
д.ф.-м.н. профессор В.М.Аникин

Саратов 2021 г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Явление распада многосолитонных импульсов обеспечивает возможность передачи информации в солитонных линиях связи без потери информации с помощью модуляции сигналов. В данной работе были приведены данные о характере распространения многосолитонных импульсов при наличии возмущения. Передача информации мультиплексированными сигналами в солитонных линиях связи является перспективным методом оптической обработки информации.

Цель работы – моделирование процесса распада солитона на два импульса посредством внесения в солитон двух низкоинтенсивных возмущений смещенных по частоте и фазе.

Задачи работы:

- рассмотреть солитонные решения уравнения Шрёдингера;
- составить программу на языке C++ , работа которой заключается в расчете данных и моделировании процесса распространения многосолитонных импульсов;
- протестировать программу на известных аналитических решениях;
- смоделировать распад солитона второго порядка.

Методы исследования использованные в работе — теоретический, компьютерное моделирование.

Объектом исследования являются солитоны вида (18), а **предметом исследования** — моделирование распада солитонов вида (18) на несколько импульсов при внесении возмущений в спектральную область.

Проводится обзор теории солитонов в контексте проблемы их распада, приводятся результаты работы соответствующей компьютерной программы.

Достоверность результатов моделирования подтверждается благодаря тестированию программы с известными аналитическими решениями для солитонов вида (18).

Теоретическая и практическая значимость работы. Изложены данные о характере распространения оптических солитонов в оптических линиях связи с возможными применениями результатов для кодирования оптических сигналов и разработки новых методов обработки информации.

Структура ВКР. Выпускная квалификационная работа (ВКР) содержит введение, 4 главы, заключение, список использованных источников (16 наименований) и 1 приложение.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. В физике понятие солитонов было расширено от строго математического, введённого для узкого класса полностью интегрируемых нелинейных моделей, до гораздо большего класса реалистичных, но не совсем интегрируемых физических систем, обладающих локализованными устойчивыми и долгоживущими нелинейными уединёнными волнами. На текущий момент найдено более сотни нелинейных динамических моделей в различных отраслях современной науки и техники, обладающих солитоноподобными решениями. Солитонная парадигма объединила учёных из различных областей современной физики, таких как физика конденсированного вещества и плазмы, сверхбыстрая фотоника, механика жидкости, теория турбулентности и фазовых переходов, физика элементарных частиц и нелинейная квантовая теория поля, биофизика, космология и нелинейные волны-монстры в океанах.

Так, в работе [1] продемонстрировано исследование, в котором численным методом рассматриваются формирование и распад солитоноподобных импульсов в режиме усиления затравочных стоксовых импульсов при нестационарном попутном ВКР в среде с пикосекундным временем поперечной релаксации.

В [2] основываясь на формальной аналогии между туннелированием солитонов через классически запрещенный потенциальный барьер и туннелированием и распадом частиц, вводят солитонную модель ядра и демонстрируют, что аналог закона Гейгера-Натталла может быть обнаружен для солитонов Шредингера. В работе раскрывается и объясняется аналогия с механизмами образования и аннигиляции виртуальных пар частица–античастица и показывается, как нелинейный волновой пакет, подобный частице, "одевается в оболочку виртуальных пар" и преобразуется в солитон.

В [3] представлены результаты численного анализа процесса распада N-солитонного оптического импульса в волоконных световодах, индуцированного нелинейным взаимодействием с возмущающим импульсом. Основное внимание в работе уделяется выявлению условий, при которых разделение солитонных компонент происходит на минимальном расстоянии.

В [4] отражены результаты исследования динамики нелинейных уединённых волн в рамках математической модели нелинейного уравнения Шредингера с внешним гармоническим потенциалом. Рассмотренная в работе модель позволяет с единых позиций проанализировать широкий круг различных нелинейных явлений, которые возникают как в конденсате Бозе — Эйнштейна, находящемся в магнитной ловушке с профилем описываемым квадратичной функцией координат, так и в нелинейной оптике, биофизике и физике лазеров.

Оптический солитон в волокнах представляет собой отличный пример, в котором абстрактная математическая концепция оказала влияние на реальный мир высоких технологий. Благодаря своим свойствам, солитоны могут выглядеть

как идеализированные математические структуры для описания протяженных элементарных частиц.

В настоящей работе нашей целью является изучение распространения оптических солитонов вида

$$A = \frac{N}{\cosh\left(\frac{t}{t_0}\right)}, \quad (1)$$

подчиняющихся нелинейному уравнению Шрёдингера. Будет составлена программа на языке C++, которая будет описывать динамику солитонов высшего порядка. Проведя тестирование программы на известных аналитических решениях, далее будет проведён анализ распада солитона, при добавлении возмущения в спектральной области.

Применение Н.У.Ш. в нелинейной оптике. Уравнение [6 – 15]

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A, \quad (2)$$

где

$$\gamma = \frac{\omega n_2}{c A_{eff}}, \quad n_2 = \frac{2 \overline{n_2}}{\varepsilon_0 n c}, \quad (3)$$

$$A_{eff} = \frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy \right]^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^4 dx dy}, \quad (4)$$

описывает распространение оптических импульсов в одномодовых световодах. Оно также является нелинейным уравнением Шрёдингера (α характеризует эффекты оптических потерь, которыми мы в данном случае пренебрегаем, β_2 - дисперсию групповой скорости, γ - нелинейность; n_2 в нелинейном коэффициенте γ является нелинейным показателем преломления [5].

Параметр A_{eff} называется эффективной площадью моды и зависит от таких параметров как радиус сердечника и разности показателей преломления сердцевины и оболочки. Если $F(x,y)$ приближенно функцией Гаусса,

$$F(x,y) \approx \exp\left[-\frac{(x^2+y^2)}{\omega^2}\right], \text{ то } A_{eff} = \pi \omega^2.$$

Обычно $A_{eff} = 1 - 100 \mu\text{m}^2$ в видимой области спектра. Так, γ может изменяться в зоне $1 - 100 \frac{\text{Вт}^{(-1)}}{\text{км}^{(-1)}}$ в зависимости от длины волны, если положить, что $n_2 \approx 2.6 * 10^{(-20)} \frac{\text{м}^2}{\text{Вт}}$.

В уравнении (2) используем следующие замены:

$$U = \frac{A}{\sqrt{P_0}}, \quad \xi = \frac{z}{L_D}, \quad \tau \leftarrow \frac{\tau}{\tau_0}. \quad (5)$$

Получаем следующее уравнение:

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} = \operatorname{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - N^2 |U|^2 U, \quad (6)$$

где P_0 - значение пиковой мощности, T_0 - длительность начального импульса. Параметр N определяется как

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}. \quad (7)$$

Дисперсионная длина L_D и нелинейная длина L_{NL} определяются формулами

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}. \quad (8)$$

Параметр N из уравнения (6) возможно исключить следующей заменой:

$$u = NU = \left(\frac{\gamma T_0^2}{|\beta_2|} \right)^{\frac{1}{2}} A. \quad (9)$$

Таким образом, уравнение (6) принимает вид:

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0. \quad (10)$$

Общее решение для солитонов имеет вид:

$$u(\xi, \tau) = -2 \sum_{j=0}^N \lambda_j \psi_{2j}, \quad (11)$$

где

$$\lambda_j = \sqrt{c} \exp(i\zeta_j \tau + i\zeta_j^2 \xi) \quad (12)$$

(ζ_j - собственное значение).

Канонический вид солитона получается при выборе $u(0,0) = 1$, так что $2\eta_1 = 1$, где $\eta_1 = N$:

$$u(\xi, \tau) = \operatorname{sech}(\tau) \exp\left(\frac{i\xi}{2}\right) \quad (13)$$

Метод Фурье расщепления по физическим процессам (SSFM). Так как уравнение распространения является нелинейным дифференциальным уравнением с частными производными, которое практически невозможно решить аналитическими методами, то необходимо именно численное моделирование для изучения нелинейных эффектов в световодах.

Наиболее широко используемый метод для решения задачи распространения импульсов в нелинейной среде с дисперсией является фурье-метод расщепления по физическим параметрам.

Чтобы понять принцип метода SSFM, удобно формально записать уравнение:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\bar{D} + \bar{N})A, \quad (14)$$

где \bar{D} - дифференциальный оператор, учитывающий дисперсию и поглощение в линейной среде, а \bar{N} - нелинейный оператор, описывающий действие нелинейностей световода на распространение импульса.

Эти операторы записываются следующим образом:

$$\bar{D} = \frac{-i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3}{\partial T^3} - \frac{\alpha}{2} \quad (15)$$

$$\bar{N} = i\gamma[|A|^2 + \frac{2i}{\omega_0 A} (|A|^2 A) - T_R \frac{\partial |A|^2}{\partial T}] \quad (16)$$

Дисперсия и нелинейность действуют в световоде совместно. В SSFM приближенное решение получают, предполагая, что при распространении оптического поля на малое расстояние h в световоде нелинейные и дисперсионные эффекты действуют независимо, а именно, распространение от точки z к $z+h$ описывается в два уже последовательных шага. На первом действует только нелинейность и $\bar{D} = 0$ в уравнении (14) на втором шаге действует только дисперсия и $\bar{N} = 0$ в уравнении (14). Математически:

$$A(z+h, T) \approx e^{h\bar{D}} e^{h\bar{N}} A(z, T). \quad (17)$$

Формально точное решение уравнения (17) дается уравнением:

$$A(z+h, T) = e^{h(\bar{D}+\bar{N})} A(z, T). \quad (18)$$

Результаты работы программы. С помощью фурье-метода расщепления по физическим параметрам мы можем смоделировать солитоны, сохраняющие форму при прохождении световода, до четвертого порядка.

Солитоны второго и пятого порядка, графики интенсивности которых показаны на Рисунке 1 и рисунке 2, соответственно, заданы начальным полем (1). Солитоны вида (1) распространяются по волноводу длиной $Z=12$ и имеют период равный $\frac{\pi}{2}$. Рисунки отображают цветом интенсивность — от белого, самое малое значение, к красному, самое большое значение. Как показано на рисунке 1, солитон второго порядка ($N=2$) сохраняет свою форму при прохождении волновода, а изображённый на Рисунке 2, солитон пятого порядка ($N=5$), уже распадается.

Рисунок 1

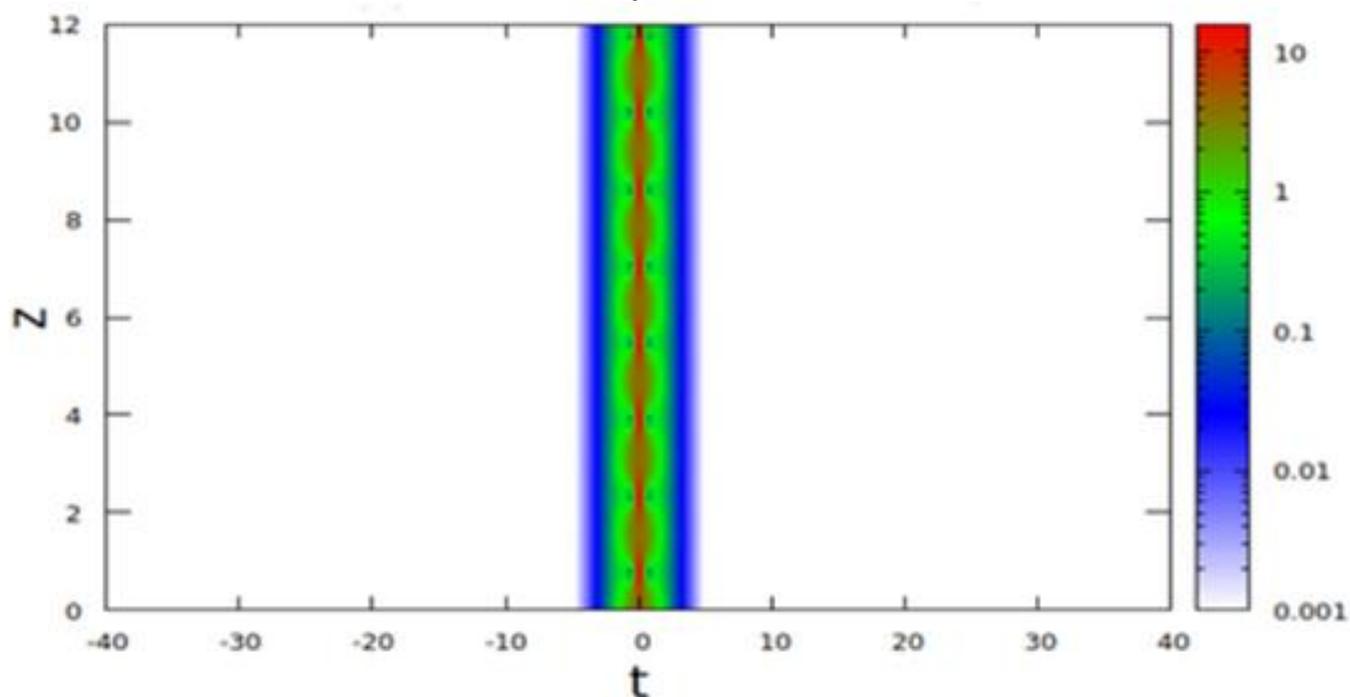


График интенсивности при распространении солитона второго ($N=2$) порядка в оптическом волноводе длиной $Z_{\max}=12$, при $t_0=1$ и $-40 < t < 40$. Цветом показана величина интенсивности, от белого, самого слабоинтенсивного, до красного, самого интенсивного.

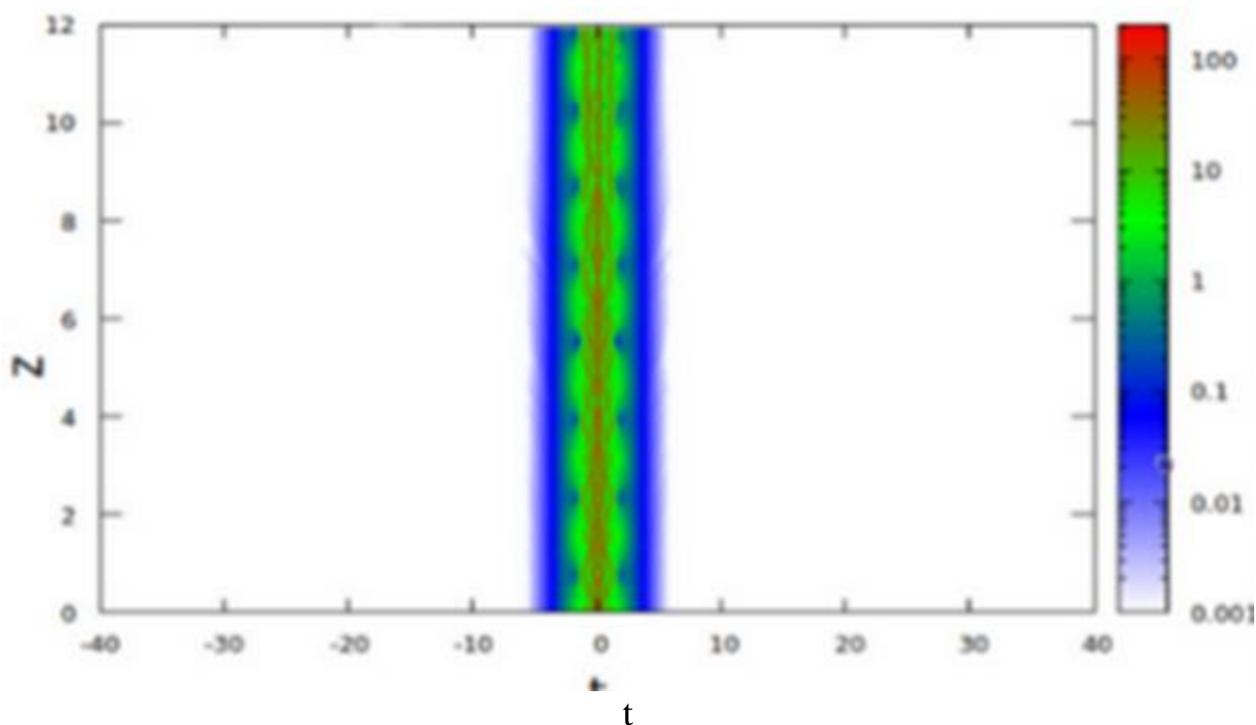


Рисунок 2. График интенсивности при распространении солитона пятого порядка ($N=5$) в оптическом волноводе длиной $Z_{\max}=12$, при $t_0=1$ и $-40 < t < 40$. Цветом показана величина интенсивности, от белого, самого слабоинтенсивного, до красного, самого интенсивного.

Солитон второго порядка, при добавлении к нему двух смещённых по частоте волн,

$$A_0 = \frac{N}{\cosh t} + \frac{dA}{\cosh t} e^{-i d \Omega t} + \frac{dA}{\cosh t} e^{i d \Omega t}, \quad (19)$$

распадается, как показано на рисунке 3. Но разделения не происходит из-за того, что возмущения добавлены не в тот момент времени и при начальной форме солитона, отображенной на рисунке 4.

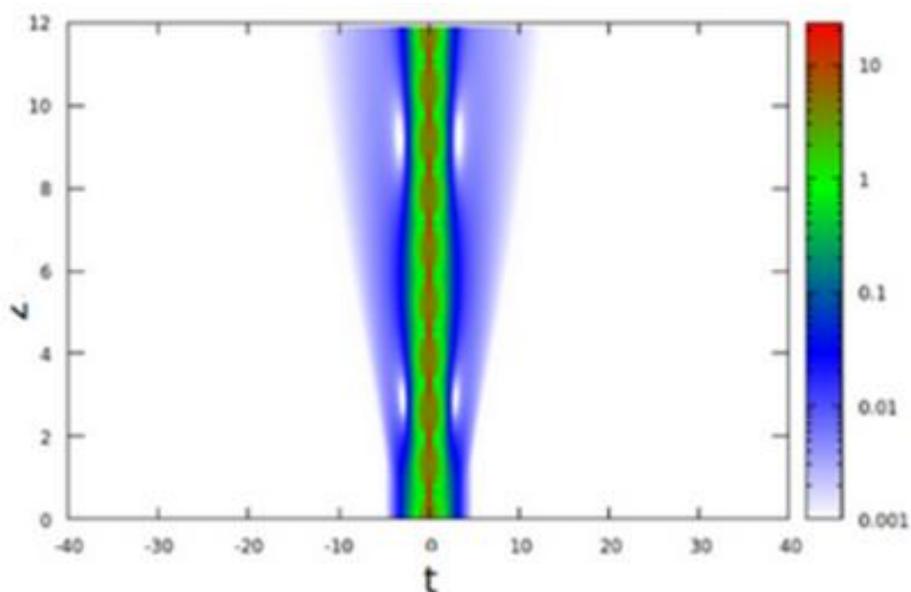


Рисунок 3. График интенсивности солитона второго порядка ($N=2$) вида (1) при распространении его в волноводе длиной $Z_{\max}=12$ и учитывая, что $t_0=1$ и $-40 < t < 40$. Цветом показана величина интенсивности, от белого, самого слабоинтенсивного, до красного, самого интенсивного.

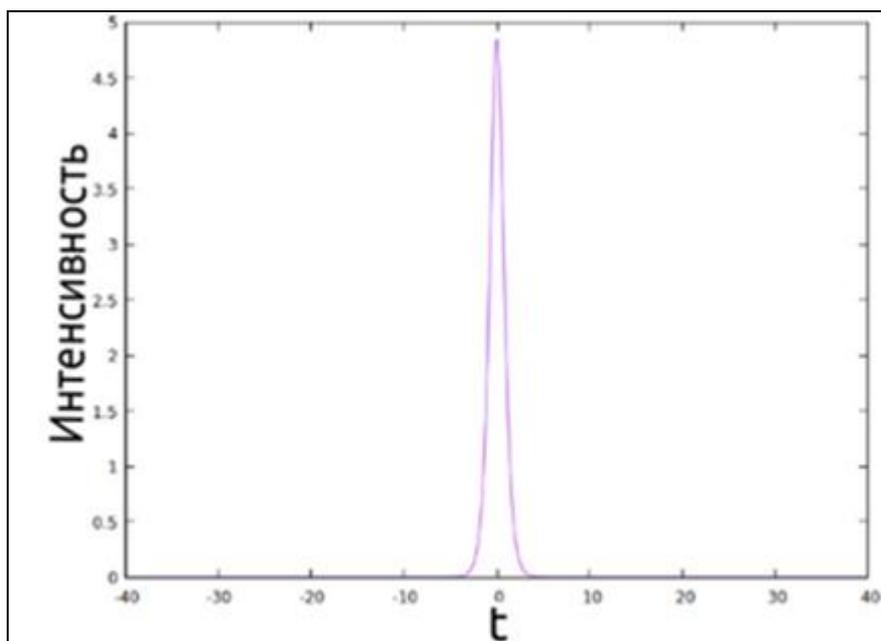


Рисунок 4. Начальная форма солитона

Для разделения солитона на два импульса необходимо производить воздействие в момент сильнейшего самосжатия солитона. Для этой цели изменим начальное значение амплитуды поля с уравнения (1) на уравнение (20) [16].

$$A_0 = \left(4e^{\frac{-izz}{2}} \left(\frac{\cosh(3t) + 3e^{(-4izz)} \cosh(t)}{\cosh(4t) + 4\cosh(2t) + 3\cos(4zz)} \right) \right). \quad (20)$$

Итогом такого изменения является начальная форма солитона, изображённая на рисунке 5.

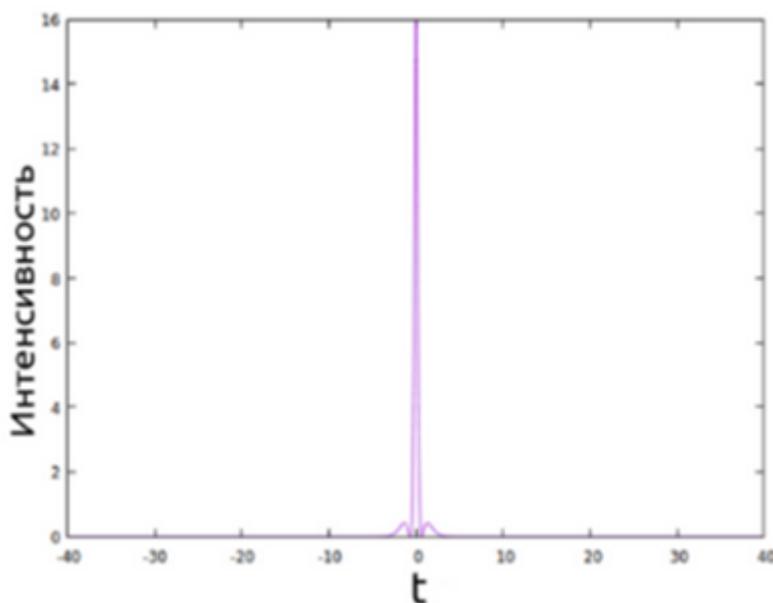


Рисунок 5. Начальная форма солитона второго порядка

Уравнение (19) описывает солитон в момент, когда тот проходит расстояние $\frac{\pi}{4}$, равное полупериоду солитона.

При прибавлении к формуле (20) двух смещённых по частоте волн мы получаем уравнение:

$$A_0 = \left(4e^{\frac{-izz}{2}} \left(\frac{\cosh(3t) + 3e^{(-4izz)} \cosh(t)}{\cosh(4t) + 4\cosh(2t) + 3\cos(4zz)} \right) \right) + \left[\left(\frac{dA}{\cosh(t_1)} \right) e^{(-id\Omega(t))} + \left(\frac{dA}{\cosh(t_1)} \right) e^{(id\Omega(t))} \right] \quad (21)$$

По нему строится график интенсивности солитона (рисунок 6). Здесь хорошо видно, как происходит распад солитона второго порядка. Конечная форма солитона (рисунок 7) так же наглядно демонстрирует его распад на два импульса.

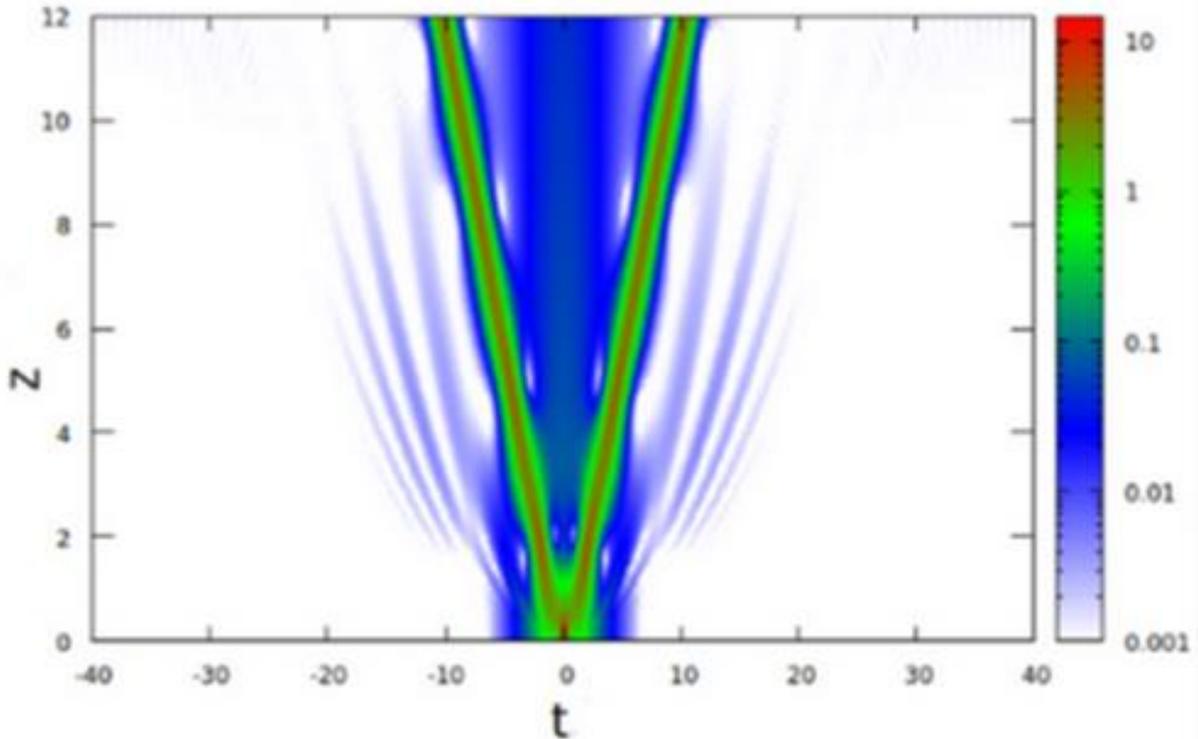


Рисунок 6. График интенсивности солитона второго порядка с добавлением к начальному полю несолитонной части, низкоинтенсивной волны, при распространении по волноводу длиной $Z_{max}=12$ и при $t_0=1$ и $-40 < t < 40$. Цветом показана величина интенсивности, от белого, самого слабоинтенсивного, до красного, самого интенсивного.

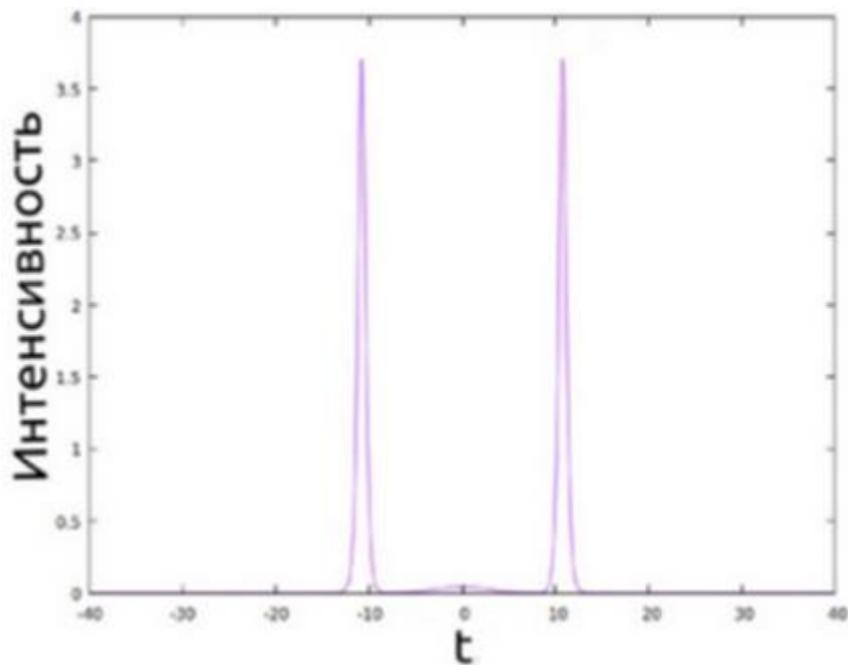


Рисунок 7. Конечная форма солитона второго порядка ($N=2$), начальное поле которого задано уравнением (21)

Заключение

В работе рассмотрены солитонные решения нелинейного уравнения, отлажена программа, которая описывает их динамику. Программа была протестирована на известных аналитических решениях для солитонов вида (1). Был проанализирован распад солитонов при добавлении возмущения в спектральной области, на примере солитона второго порядка, заданного уравнением (20). Было успешно продемонстрировано, что начальное поле с двумя смещёнными по частоте волнами заданное как (21) даёт солитон распадающийся на два импульса.

Список используемой литературы

1. Гирдаускас В., Дементьев А. С., Ризгялис М., Чегис Р. // Квантовая электроника. 1994. Т. 21. № 1. С. 67–71.
2. Serkin V.N., Hasegawa Akira, Belyaeva T.L. Geiger–Nuttall law for Schrödinger solitons // Journal of Modern Optics. 2013. DOI:10.1080/09500340.2012.753478.
3. Алешкевич В. А., Выслоух В. А., Жукарев А. С., Карташов Я. В., Синило П. В. // Квантовая электроника. 2003. Т 33, № 5. С. 460–464.
4. Эрнандес Тенорио С., Виллагран Варгас Э., Серкин В. Н., Агуеро Гранадос М., Беляева Т. Л, Пеня Морено Р., Моралес Лара Л. // Квантовая электроника. 2005. Т. 35, № 9. С.778–786.
5. Агравал Г., Нелинейная волоконная оптика: Пер. с англ.-М.: Мир, 1996. 323 с.
6. Mitschke F.M., Mollenauer L.F., Opt.Lett., 11, 659 (1986).
7. Gordon J.P. // Opt. Lett., 12, 662 (1986).
8. Kodama Y., Hasegawa A. // IEEE J. Quantum Electron., QE-22, 197 (1986).
9. Bourkoff E. // Opt. Lett., 12, 272 (1987) .
10. Головченко Е.А. и др. // Письма в ЖЭТФ, 1987, т. 45, с. 73.
11. DeMartini F. Et al. // Phys. Rev., 164, 312 (1967).
12. Anderson D., Lisak M. // Phys. Rev. A27 1393 (1983).
13. Головченко Е.А. и др. // ДАН СССР. 1986. Т. 288. С. 851 – 856.
14. Kodama Y., Nozaki K. // Opt. Lett., 12, 1038 (1987).
15. Yang G., Shen Y. P. // Opt. Lett., 9, 510 (1984).
16. Satsuma J., Yajima N. // Prog. Theor. Phys. Suppl., 55, 284 (1974).