

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математической теории
упругости и биомеханики

**Сравнительный анализ методов обработки экспериментальных данных
с целью исследования распространения краевых волн в пластинах**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 431 группы

направления 01.03.03 – Механика и математическое моделирование

механико-математического факультета

Холодовой Надежды Алексеевны

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н.

М.В. Вильде

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор

Л.Ю. Коссович

Введение

Настоящая бакалаврская работа посвящена сравнению методов исследования краевых волн в пластинах на основе экспериментальных измерений волнового поля, возбуждаемого источниками, расположенными вблизи края пластины.

Актуальность темы. В настоящее время краевые волны достаточно полно исследованы теоретически, однако практического применения они пока не нашли. Это может быть связано с отсутствием экспериментальных данных, подтверждающих выводы теории. В недавней работе представлены результаты экспериментов по исследованию краевых волн в алюминиевой пластине. Один из способов наблюдения за распространением волн – это сканирующая лазерная виброметрия, специальный метод, использующийся для анализа всех видов колебательных систем, измерения скорости и определения положения. В работе использованы экспериментальные данные о волновых процессах в алюминиевой пластине, полученные посредством оптического виброметра. Для обработки результатов экспериментов применяется метод спектрального анализа. Сравнение с теоретическими решениями показывает, что при работе с реальными экспериментальными данными картина волнового процесса искажается.

Целью работы является выбор метода обработки экспериментальных данных, наиболее подходящего для исследования краевых волн, и анализ результатов реального эксперимента с помощью выбранного метода.

Задачами выполняемой работы являются:

1. Вывод дисперсионных уравнений для планарной и изгибной краевых волн.
2. Создание массива псевдоэкспериментальных данных.
3. Изучение методов обработки данных, основанных на спектральном анализе:
 - а) Дискретное преобразование Фурье;
 - б) Оконное преобразование Фурье;

в) Вейвлет-анализ.

4. Изучение влияния размера области, величины шага, уровня шума для каждого из изученных методов, выбор наиболее подходящего метода.

5. Применение выбранного метода к реальным экспериментальным данным и анализ результатов.

Материалами исследования являются дисперсионные уравнения краевых волн, теория вейвлет-преобразования, а также данные экспериментов на алюминиевой пластине, полученные с помощью лазерной виброметрии.

Научная значимость работы состоит в изучении возможностей вейвлет-анализа как инструмента обработки данных при экспериментальном исследовании краевых волн.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка используемых источников, включающего 21 наименование. Работа изложена на 48 листах машинописного текста, содержит 30 рисунков.

Основное содержание работы

Во введении описывается актуальность темы, формулируется цель исследования и ставятся задачи.

Первый раздел состоит из трех подразделов. В первом подразделе выводится дисперсионное уравнение для планарной краевой волны с помощью теории обобщенного плоского напряженного состояния для случая полубесконечной пластины толщиной $2h$, срединная плоскость которой занимает область $x_1 \leq 0$, $-\infty < x_2 < \infty$ (рисунок 1). Выведенное уравнение имеет вид

$$\left(2\gamma^2 - \frac{\omega^2}{c_2^2}\right)^2 - 4\lambda_2\lambda_1\gamma^2 = 0,$$

где ω – угловая частота, γ – волновое число.

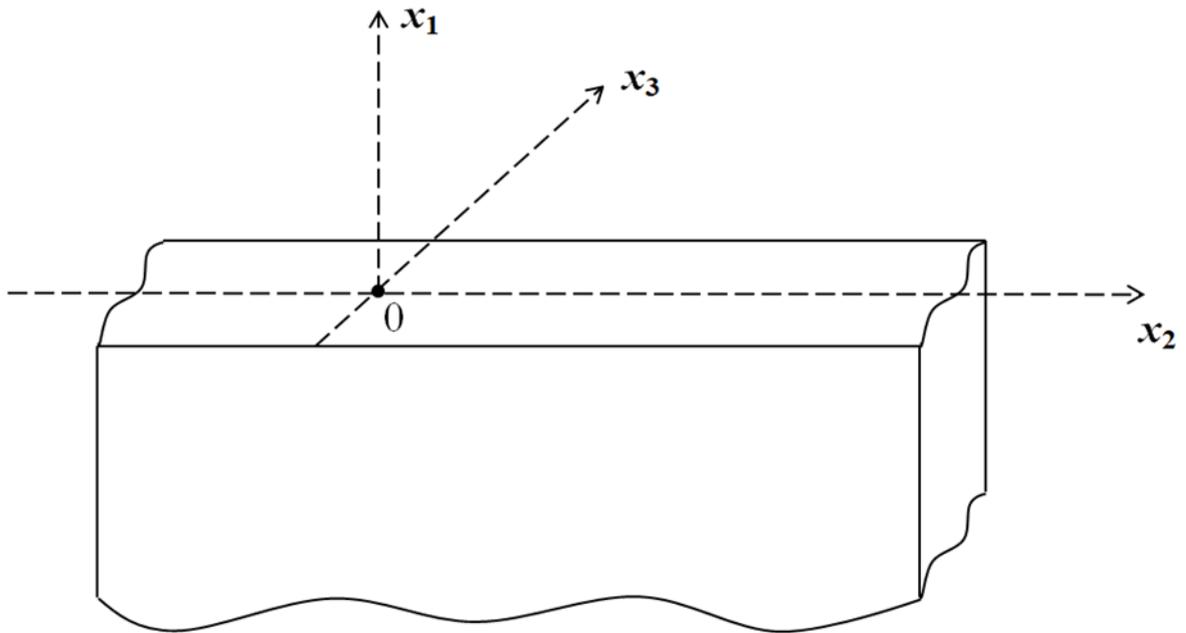


Рисунок 1 – Полубесконечная пластина

Во втором подразделе ставится задача об изгибных колебаниях полубесконечной пластины, описываемых теорией изгиба пластин Кирхгофа, выводится дисперсионное уравнение для изгибной краевой волны, впервые описанной Коненковым (Акустический журнал. 1960. Т.6(1). С. 124-126):

$$\gamma = \pm \sqrt{(\omega\psi)^4 \frac{1 - 3\nu + 2\sqrt{2\nu^2 - 2\nu + 1}}{(3 + \nu)(1 - \nu)^2}}.$$

В третьем подразделе производится сравнение полученных уравнений с трехмерным решением.

Второй раздел посвящен описанию спектральных методов исследования. Поскольку преобразование Фурье не всегда дает хорошей детализации в конкретный момент времени, применяют оконное преобразование Фурье, представляющее из себя умножение исходного сигнала на весовую (оконную) функцию со сдвигом и задающееся формулой

$$F(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)W(\tau - t)d\tau.$$

В самом простом случае окно является прямоугольником и задается формулой

$$w(n) = \begin{cases} 1, n \in [0, N - 1], \\ 0, n \notin [0, N - 1]. \end{cases}$$

Вейвлет-преобразование может быть выражено следующим уравнением:

$$W(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t - b}{a}\right) dt.$$

Здесь:

$\psi(t)$ – материнская функция;

a – масштаб;

b – сдвиг.

Для поставленной задачи был выбран вейвлет, задающийся формулой

$$\psi_g = \pi^{0.25} (\omega_0 / \gamma)^{0.5} \exp\left(-0.5G \left(\frac{\omega_0 t}{\gamma}\right)^2 + i\omega_0 t\right),$$

где $\gamma = \pi \sqrt{\frac{2}{\ln 2}}$;

G – численно подбираемый параметр;

ω_0 – центральная частота подаваемого сигнала.

Третий раздел посвящен сравнению спектральных методов исследования и состоит из двух подразделов. В первом подразделе описывается экспериментальная установка, изображенная на рисунке 2. Эксперименты проводились на алюминиевой пластине толщиной 4,85 мм. Актуатор был приклеен к поверхности исследуемой области пластины. С помощью функционального генератора создавались волны произвольной формы. Для получения данных о волнах использовался оптический виброметр с лазерным источником излучения (может регистрировать движение в диапазоне частот до 2,5 МГц). На основе эффекта Доплера были получены значения скорости перемещения частиц пластины в направлении нормали к поверхности.

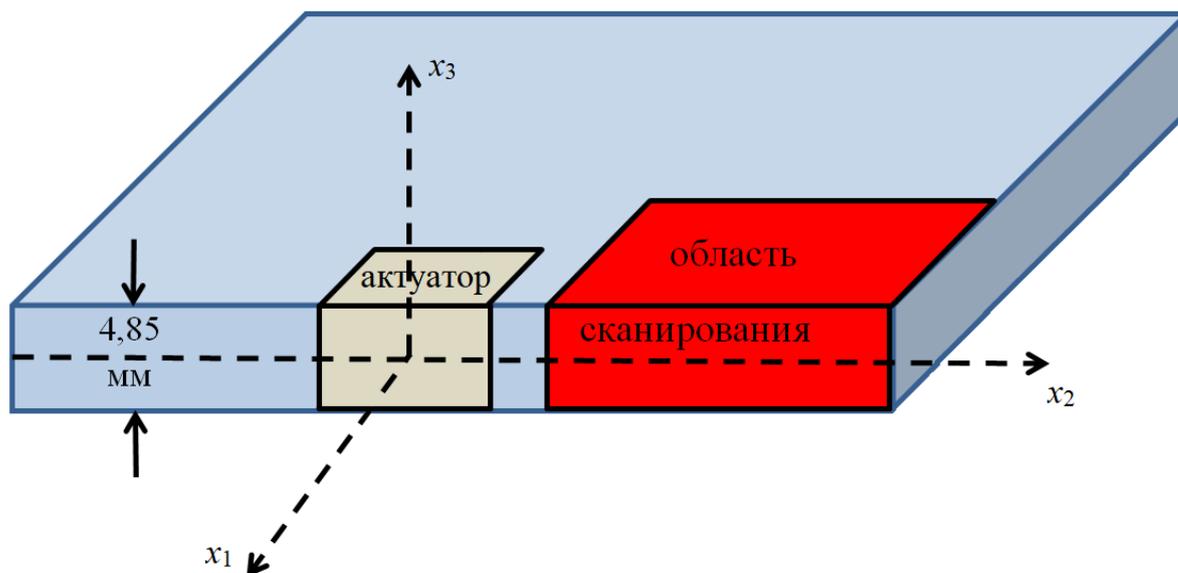


Рисунок 2 – Схема экспериментальной установки

К алюминиевой пластине, показанной на рисунке 2, приклеиваются актуаторы, после чего к ним прикладывается напряжение.

Так как проводить реальные эксперименты в нужном нам количестве достаточно затруднительно, было решено заменить их численными. В пакете Mathcad была написана программа, которая рассчитывает волновое поле на основе теоретического решения из статьи М. В. Вильде, М. В. Голуба, А. А. Ерёмина (J. Sound Vib. 2019. V. 441. P. 26-49).

$$u(y) = I_0 \frac{c_{pl} B_{pl}}{8k_3^2} \left[\frac{H^2 \alpha^2}{\text{ch}(\alpha l_a)} (J_1(y) + J_2(y)) \right], \quad (1)$$

где $I_0 = Y_a d_{31} \frac{V_0}{\mu H}$, $y = x - c_{pl} t$, $\alpha = \frac{3.46}{H}$, $c_{pl} = k_{pl} c_2$, $c_2 = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$, c_{pl} – скорость краевой волны, м/с; H – толщина пластины, м; ν – коэффициент Пуассона пластины; ρ – плотность пластины, кг/м³; E – модуль Юнга, Па; l_a – длина актуатора, м; d_{31} – пьезоэлектрическая постоянная, Кл/Н; Y_a – модуль Юнга актуатора, Па.

С помощью теоретического решения (1) были сформированы псевдоэкспериментальные данные. В итоге был получен массив $u_{ij} = u(x_i, t_j)$ – сигнал, измеренный в точках $x_i, i = \overline{0..N}$ в моменты времени $t_j, j = \overline{0..M}$.

Для моделирования зашумленности экспериментального сигнала при вычислении массива добавлялся шум, который моделировался с помощью встроенной функции `rnd`, возвращающей случайное число, равномерно распределенное между 0 и δ_0 .

Второй подраздел посвящен выбору спектрального метода анализа сигнала. Для нашего эксперимента наиболее подходящим оказалось вейвлет-преобразование с материнской функцией Габора. Оконное преобразование оказалось непригодным для очистки изображения от шумовых сигналов: на всех изображениях наблюдалось растекание спектра.

Что касается шага, то по времени следует брать промежуток, равный не менее $1,5t_0$, если t_0 – длина одного сигнала. Минимальный шаг по частоте, при котором обеспечивается хорошее разрешение, составил 250 точек. При выборе метода ось частот разбивалась на 500 точек, в дальнейшем при обработке реальных данных мы будем использовать разбиение на 500 точек. Размер частотной области следует выбирать как $2f_0$, где f_0 – частота основного тона. Если выбрать размер области меньше, то можно потерять часть важной информации о локальных максимумах.

Четвертый раздел посвящен анализу экспериментальных данных. Колебания пластины в реальном эксперименте возбуждались прямоугольным актуатором, приклеенным на лицевой поверхности вблизи края пластины, измерения проводились на трех линиях, отстоящих от края актуатора по оси x_2 на 50, 100 и 150 мм (см. рисунок 3). На каждой из трех линий было измерено волновое поле $u(x_{3,k})$ в 19 точках $x_{3,k}$ ($k = \overline{0,18}$), расположенных симметрично относительно оси x_2 . Далее мы будем рассматривать по отдельности симметричную и антисимметричную части сигнала, определяемые по формулам:

$$u_S = 0.5(u(x_{3,k}) + u(x_{3,18-k})), \quad u_A = 0.5(u(x_{3,k}) - u(x_{3,18-k})), \quad k = \overline{0,9}.$$

Сравнение показывает, что антисимметричная часть имеет меньшую амплитуду, что приводит к гораздо более значительному влиянию шума.

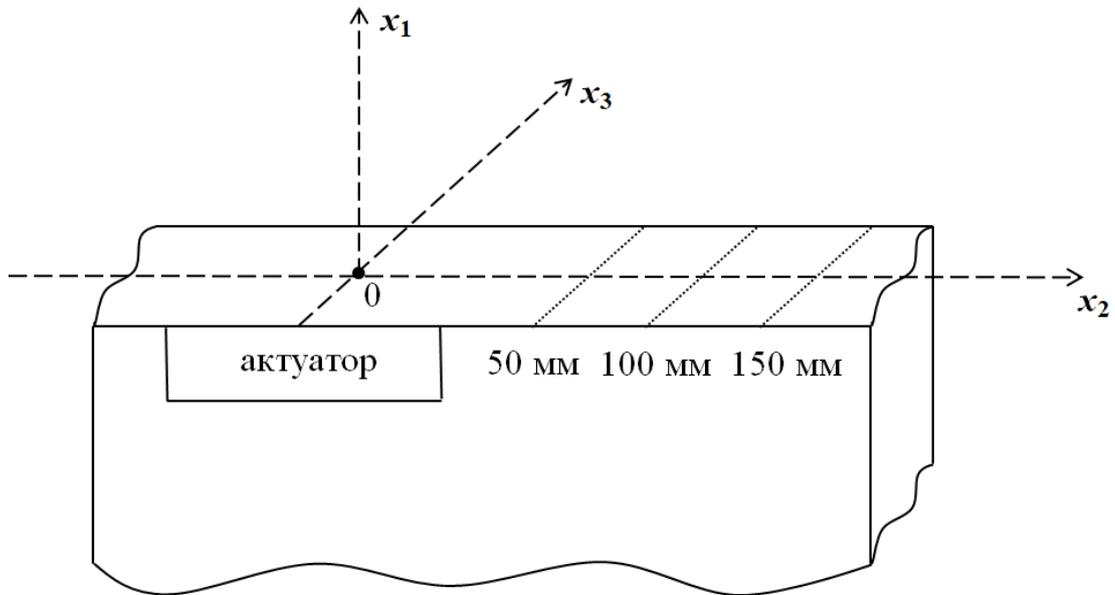


Рисунок 3 – Направление осей в реальном эксперименте

Далее было получено частотно-временное представление (вейвлет-преобразование) для каждой из частей на различных частотах (см. пример для частоты 100 кГц на рисунке 4). По этим графикам были найдены временные координаты локальных максимумов, так называемых пиков волн.

При распространении волнового пакета, характеризующегося узким частотным спектром, положение пиков по оси времени определяется групповой скоростью c_g . В рассматриваемом эксперименте можно определить групповую скорость по формулам

$$c_g^{(1)} = \frac{0.05}{t_{(100)} - t_{(50)}}, \quad c_g^{(2)} = \frac{0.05}{t_{(150)} - t_{(100)}}, \quad c_g^{(3)} = \frac{0.1}{t_{(150)} - t_{(50)}}, \quad c_g = \frac{c_g^{(1)} + c_g^{(2)} + c_g^{(3)}}{3},$$

где $t_{(d)}$ – временная координата пика для измерений на расстоянии d от края актуатора ($d = 50, 100, 150$ мм).

Полученные средние значения скоростей были наложены на теоретические кривые групповых скоростей. Как видно из рисунков 5,6, экспериментально найденные скорости располагаются в окрестности кривых фундаментальных краевых волн ES_0 и EA_0 .

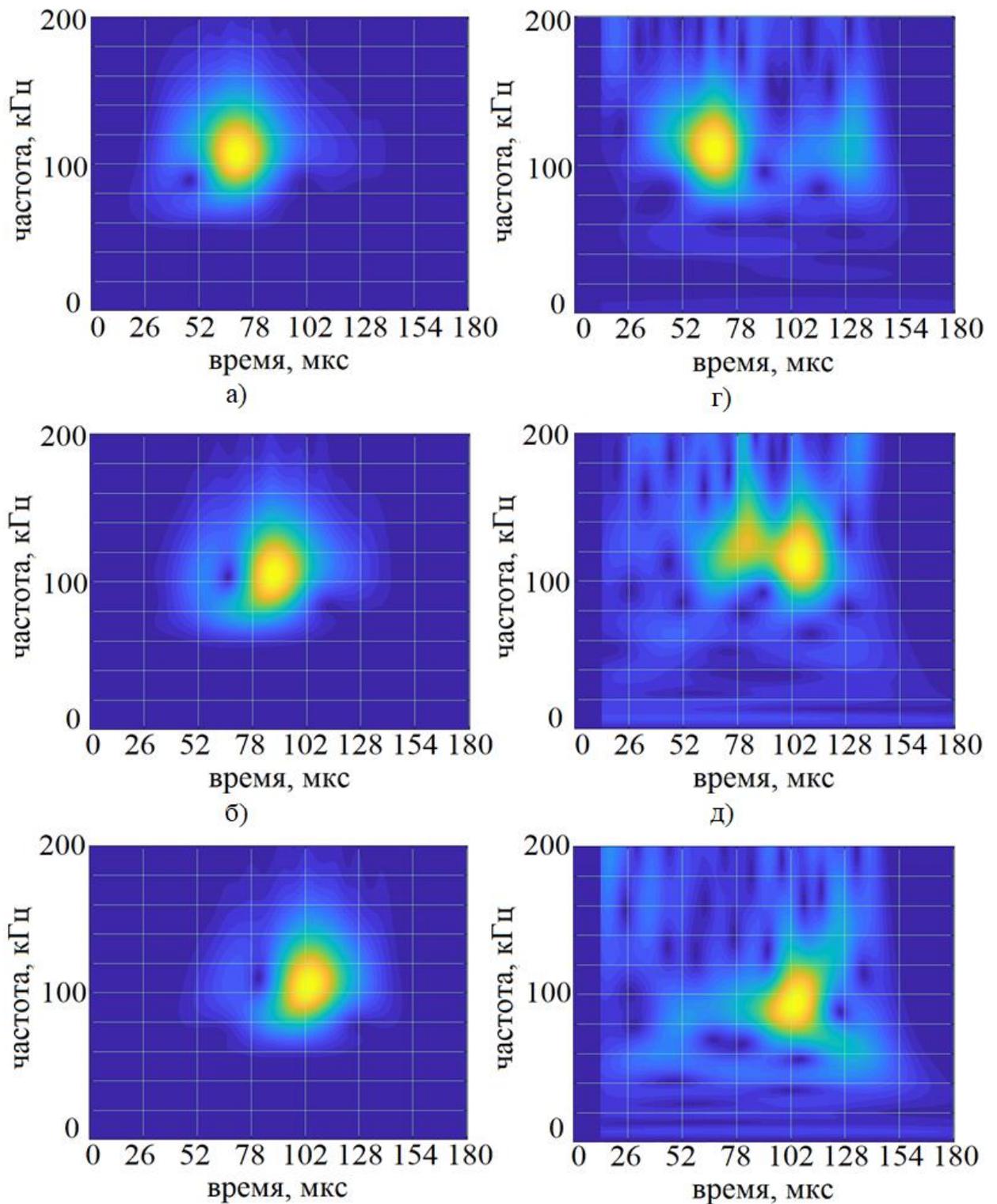


Рисунок 4 – Частотно-временное представление сигнала на частоте 100 кГц в точках $x_2 = 50$ мм (а,г), $x_2 = 100$ мм (б,д), $x_2 = 150$ мм (в,е) для симметричной и антисимметричной части, соответственно

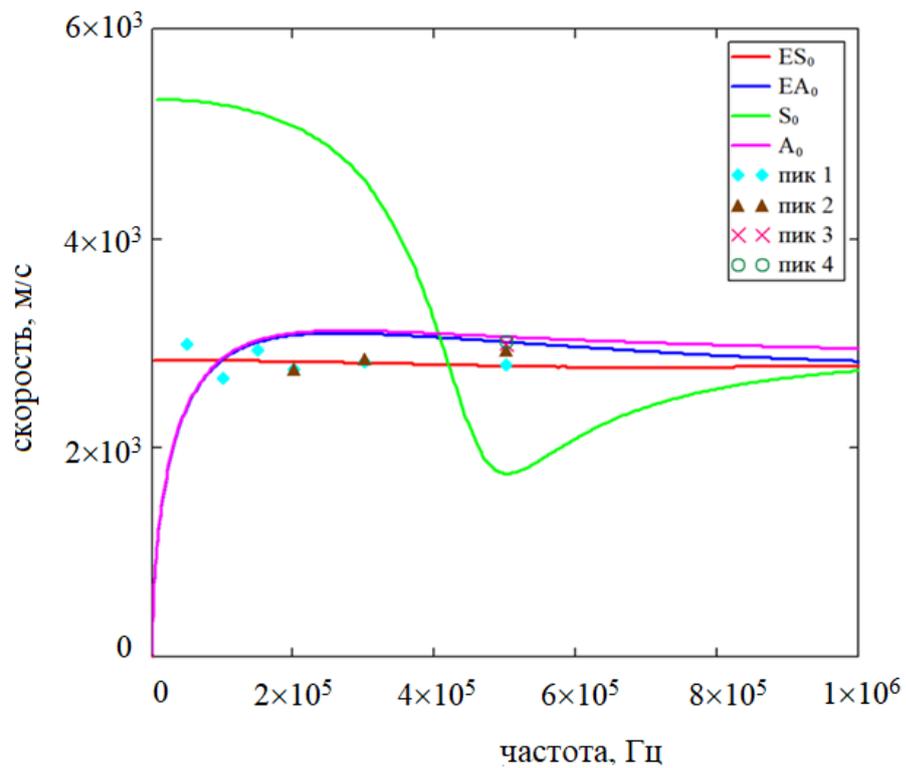


Рисунок 5 – Сравнение теоретических и экспериментально определенных групповых скоростей для симметричной части

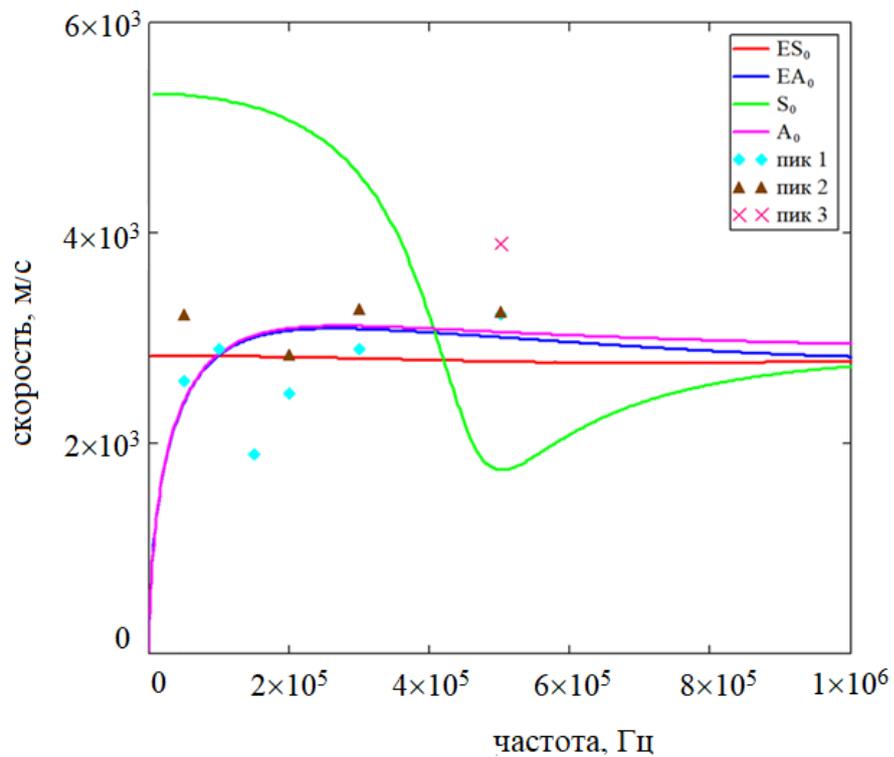


Рисунок 6 – То же, что рис. 5, для антисимметричной части

Разброс экспериментальных значений групповой скорости и появление дополнительных пиков можно объяснить многими факторами: собственными колебаниями актуатора, геометрическими несовершенствами пластины, погрешностями измерения скорости частиц виброметром, посторонними шумами. Однако в целом следует отметить, что использование вейвлет-преобразования позволяет получить больше информации о волнах, возбуждаемых в пластине, чем непосредственный анализ волнового поля. Особенно большое значение это имеет для сигналов малой амплитуды (антисимметричная часть), для которых из-за сильного влияния шумов затруднительно определить время прихода волны.

Заключение

В ходе данной работы были изучены различные методы спектрального анализа сигналов, такие как а) оконное преобразование Фурье; б) вейвлет-преобразование. С помощью серии численных экспериментов, основанных на псевдоэкспериментальных данных, составленных по теоретическому решению, для дальнейшей работы был выбран вейвлет Габора, показавший лучшую точность.

По экспериментальным данным были получены частотно-временные представления, на основе которых по локализации пиков во времени были найдены групповые скорости. Опыт показал, что экспериментально полученные скорости для симметричной краевой волны хорошо ложатся на теоретическую кривую.

Для изгибающей волны разброс скоростей оказался больше. Также на частотно-волновых представлениях для низких частот (50 и 100 кГц) была замечена отраженная волна, возникшая, вероятно, от незадействованного актуатора, прикрепленного к пластине в области точки $x_2 = 100$ мм, который, как считалось ранее, не оказывает влияния на распространение волн. В точке $x_2 = 150$ мм наблюдаются помехи и искажение данных, а скорость, рассчитанная на основе координат, полученных в этой точке, всегда меньше,

чем скорость, полученная для точек, расположенных перед актуатором, что обусловлено отражением и затуханием.

В целом, использование вейвлет-преобразования показало себя эффективным инструментом экспериментального исследования краевых волн. Практическая значимость работы состоит в возможности использования метода в области неразрушающего контроля для обнаружения дефектов на краю пластины.

Автор выражает благодарность сотрудникам Института математики, механики и информатики КубГУ Голубу М. В. и Еремину А. А. за предоставленные экспериментальные данные.