

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Модифицированный многомасштабный анализ сигналов

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
института физики
Фомина Дмитрия Владимировича

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

О.Н. Павлова

И.о. зав. кафедрой

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Саратов 2021

ВВЕДЕНИЕ

Вейвлет – это математическая функция, позволяющая анализировать различные частотные компоненты данных. Вейвлеты широко используются в обработке сигналов, нередко заменяя обычное преобразование Фурье во многих областях физики, включая молекулярную динамику, астрофизику, геофизику, оптику, исследования турбулентности, квантовую механику, обработку изображений, анализ биомедицинских данных, исследования климата и т.д. По форме реализации обычно выделяют дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) и непрерывное вейвлет-преобразование (НВП). Вейвлеты, применяемые в ДВП, могут рассматриваться как разновидность фильтра конечного импульсного отклика. ДВП обычно используется для кодирования сигналов (системы связи, компьютерные науки).

Дискретное вейвлет-преобразование часто осуществляется в рамках метода многомасштабного вейвлет-анализа (МВА), который представляет собой мощный инструмент цифровой обработки сигналов [1]. Он предусматривает пирамидальный алгоритм разложения сигнала с применением двух наборов сопряженных фильтров – скейлинг-функций, выполняющих роль фильтров нижних частот, и вейвлет-функций, являющихся фильтрами верхних частот. Стандартные отклонения вейвлет-коэффициентов являются эффективной мерой диагностики структурных изменений сигналов, и они часто анализируются как функции масштаба (или уровня разрешения) [2]. Чтобы расширить возможности этого инструмента, можно провести более детальное исследование коэффициентов разложения, не ограничивающееся только такими простыми характеристиками, как дисперсия или стандартное отклонение.

Одним из вариантов является совместное использование МВА и флуктуационного анализа коэффициентов разложения по вейвлетам для каждого уровня разрешения, которое позволяет линейные корреляции в структуре коэффициентов на разных масштабах [3]. В работе будет показано, что такой комбинированный подход позволяет получать больше информации

о сложной организации временных рядов по сравнению со стандартной версией МВА.

Целью выпускной квалификационной работы является исследование на различных примерах тестовых и экспериментальных данных возможностей модифицированного метода многомасштабного анализа сигналов, предусматривающего объединение стандартного подхода с флукуационным анализом коэффициентов разложения по вейвлетам.

Материалы исследования. Исследования проводились, используя модельные системы (связанные системы Рёсслера, взаимодействующие нейроны), а также экспериментальные данные (сигналы ЭЭГ).

Выпускная квалификационная работа содержит введение, две главы (1. Методы, модели и экспериментальные данные; 2. Результаты исследований), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 40 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Методы, модели и экспериментальные данные. В работе в качестве основного инструмента исследований был выбран многомасштабный вейвлет-анализ (МВА) [1], который включает разложение сигнала с помощью набора сопряженных зеркальных фильтров: фильтров нижних и верхних частот, которые вводятся двумя математическими операциями, а именно изменением масштаба и сдвигом скейлинг-функций $\varphi(t)$ и вейвлет-функций $\psi(t)$. Сигнал $x(t) \in L^2(R)$ можно разложить как

$$x(t) = \sum_k s_{j_n, k} \varphi_{j_n, k}(t) + \sum_{j \leq j_n} \sum_k d_{j, k} \psi_{j, k}(t) \quad (1)$$

на выбранном уровне разрешения j_n , где коэффициенты аппроксимации $s_{j, k}$ связаны со скейлинг-функциями и отражают низкочастотную информацию, а коэффициенты детализации $d_{j, k}$ связаны с вейвлет-функциями и отражают информацию об особенностях более высоких порядков. МВА выполняется в

несколько этапов, чтобы охватить все доступные временные масштабы. В результате получается несколько наборов детальных коэффициентов $d_{j,k}$, связанных с каждым уровнем разрешения j . Поскольку сигнал меняется во времени, $d_{j,k}$ также демонстрируют изменения на каждом уровне разрешения. Простая мера их вариабельности – стандартное отклонение как функция уровня разрешения. Такая мера использовалась во многих исследованиях, где МВА применялся в качестве диагностического инструмента.

В отличие от стандартных отклонений детальных коэффициентов, в рамках модифицированного МВА предлагается проводить их флуктуационный анализ на основе метода DFA [3] на каждом уровне разрешения j , где есть достаточное количество коэффициентов детализации $d_{j,k}$. Когда разложение сигнала по пирамидальной схеме проводится для всех возможных масштабов, количество коэффициентов на последнем шаге становится равным длине области задания вейвлет-функции, т.е. 4 для вейвлета Добеши D^4 или 8 для вейвлета Добеши D^8 . Такой размер набора данных делает невозможным проводить анализ особенностей скейлинга, в частности, для дальнедействующих степенных корреляций, и мы будем использовать масштабы, где количество коэффициентов разложения составляет не менее 100, поскольку совсем малая выборка не подходит для применения DFA. На каждом масштабе j , удовлетворяющем этому ограничению, выполняем DFA для $d_{j,k}$.

Этот анализ начинается с построения профиля (или одномерного случайного блуждания) по коэффициентам

$$y_j(l) = \sum_{k=0}^{l-1} [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle], \quad l = 1, \dots, L. \quad (2)$$

Тогда $y_j(l)$ разбивается на части равной длины $n \ll L$, и кусочно-линейная функция $z_j(l)$, описывающая локальный тренд, оценивается

методом наименьших квадратов. Стандартное отклонение профиля $y_j(l)$ от тренда $z_j(l)$ затем анализируется в зависимости от длины сегмента n

$$F_j(n) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L [y_j(l) - z_j(l)]^2}. \quad (3)$$

В динамике природных систем, действующих в присутствии различных источников флуктуаций, $F_j(n)$ часто наблюдается степенное поведение для этой зависимости $F_j(n) \sim n^{\alpha_j}$. Показатель степени α_j , который обычно называют показателем скейлинга метода DFA, связан с показателями, характеризующими спад автокорреляционной функции или частотную зависимость спектральной плотности мощности. Индекс j определяет уровень разрешения. Показатель α лучше оценивается в области дальних корреляций, в то время как для коротких корреляций обычная автокорреляционная функция может быть предпочтительнее (если конечно речь идет об анализе стационарных процессов).

Стандартный вариант реализации метода DFA оценивает одну глобальную характеристику – единственный показатель скейлинга, характеризующий особенности далекодействующих корреляций для всего сигнала целиком [4, 5]. В отличие от этого традиционного подхода в данной работе рассматривается другой вариант – независимый анализ сигнала в пространстве вейвлет-коэффициентов для каждого уровня разрешения. Таким образом, показатель скейлинга α_j ассоциируется с одним из уровней разрешения j , и для каждого уровня изучаются особенности корреляций между коэффициентами разложения.

Результаты исследований. Ранее проводившиеся исследования показали возможность обнаружения переходов между синхронной и асинхронной хаотической динамикой на основе корреляционного анализа последовательностей времен возврата в сечение Пуанкаре с использованием мультифрактального формализма, применяющего вейвлет-преобразование, и

DFA. В частности, хаотическая синхронизация была описана как уменьшение степени мультифрактальности, а также выявлены значительные изменения показателя скейлинга DFA. В данной работе изучается модифицированный подход, который расширяет возможность характеризовать изменения в корреляционных свойствах для различных диапазонов временных масштабов. Для этого рассмотрим переход от противофазных синхронных колебаний (аттрактор CA_1) к асинхронным хаотическим колебаниям (аттрактору AC) в модели связанных систем Рёсслера, возникающим при увеличении параметра Δ в диапазоне $[0.0096, 0.010]$ и $c=6.8$ – рисунок 1.

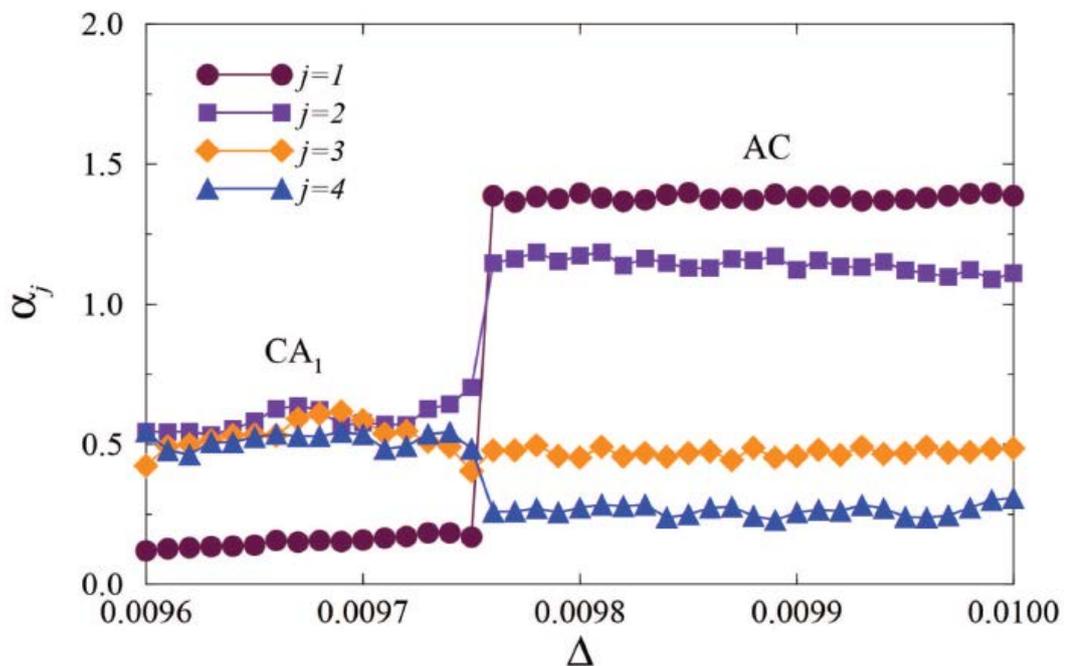


Рисунок 1 – Переход от синхронных хаотических колебаний (аттрактор CA_1) к асинхронным хаотическим колебаниям (аттрактор AC) в модели двух связанных систем Рёсслера

Наиболее сильные различия связаны с уровнем разрешения $j=1$, и они хорошо согласуются с ранее рассмотренными изменениями показателя скейлинга DFA для исходных последовательностей времен возврата. Однако предложенный двухэтапный метод дает нам больше информации о

наблюдаемых явлениях. Для аттрактора CA_1 показатели α_2 , α_3 и α_4 , соответствующие $j = 2, 3, 4$, принимают значения, близкие к величине 0,5 (некоррелированная динамика), вплоть до границы области синхронизации ($\Delta \approx 0,00975$). За пределами этой области, где появляется аттрактор АС, эти показатели демонстрируют различное поведение: α_2 увеличивается по аналогии с α_1 , α_3 остается почти неизменным, а α_4 уменьшается и демонстрирует антикоррелированное поведение в соответствующем диапазоне масштабов.

С одной стороны, некоторые из этих результатов можно было бы ожидать, а именно, уменьшение различий показателей скейлинга и близкие значения α_j (по крайней мере, для части из них) для синхронных хаотических колебаний. С другой стороны, качественные изменения, состоящие в различных типах поведения (антикоррелированная, некоррелированная и коррелированная динамика) для различных частотных диапазонов являются довольно интересным явлением, которое позволяет предположить, что такой анализ может предложить информативные маркеры сложной структуры наборов данных, связанных с различными типами поведения.

Рисунок 2 иллюстрирует изменения в скейлинговых показателях модифицированного метода МВА при переходе от гиперхаотических колебаний (аттрактор НА) к асинхронным хаотическим колебаниям (аттрактор АС), которые возникают, когда Δ увеличивается в диапазоне $[0.0093, 0.0097]$ и $c=7.2$. Хотя есть различия в поведении α_1 и α_2 , сходные изменения проходят для α_3 и α_4 . По аналогии с предыдущим примером (рисунок 4), синхронные колебания (аттрактор НА) характеризуются практически одинаковыми значениями трёх показателей (α_1 , α_3 и α_4), а асинхронный режим характеризуется более сильными различиями значений показателей скейлинга, по крайней мере для 3 диапазонов масштабов. Заметим, что аттрактор АС теперь рассматривается для другого набора параметров ($c=7.2$, $\Delta=0.0097$ вместо $c=6,8$, $\Delta=0,010$), и его характеристики изменяются по сравнению с рисунком 1.

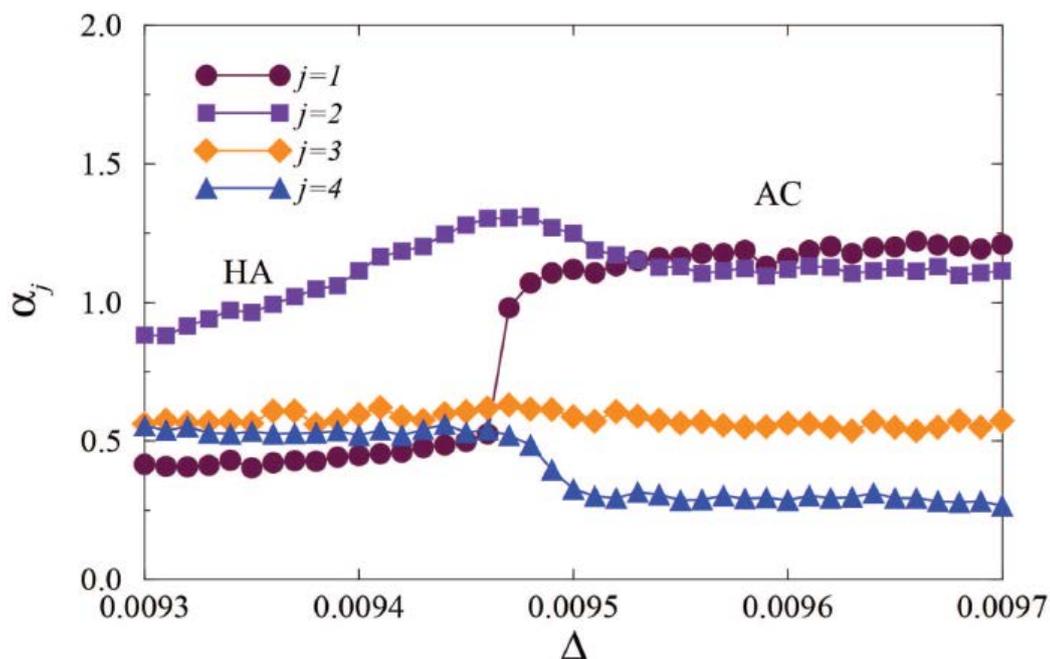


Рисунок 2 – Переход от гиперхаотических колебаний (аттрактор НА) к асинхронным хаотическим колебаниям (аттрактор АС) в модели двух связанных систем Рёсслера

На примере модели парных нефронов было показано, что как быстрые, так и медленные ритмы колебаний соседних нефронов характеризуются различными значениями α_j . Для медленных колебаний $\alpha_j \in [0,5, 1,1]$ для первого нефрона и $\alpha_j \in [0,4, 1,7]$ для второго нефрона. Для быстрых колебаний α_j находятся в диапазонах $[0,0, 1,1]$ и $[0,0, 1,5]$ соответственно. На уровнях разрешения $j=1$ и $j=2$ наблюдаются сильные различия в характеристиках медленных колебаниях, которые сопровождаются почти одинаковым поведением для быстрых колебаний. При увеличении уровня разрешения $j=3$ и $j=4$ возникает противоположный эффект, когда явно различное поведение для быстрых колебаний сопровождается почти одинаковыми характеристиками для медленного режима обоих нефронов. Такие изменения статистики вейвлет-коэффициентов для различных масштабов ранее не изучались в поведении сложных осцилляторов. Они дают основание предполагать, что введенные меры модифицированного

метода МВА обеспечивают проведение более тщательного многомасштабного анализа сложной динамики нелинейных систем.

Анализ записей ЭЭГ также демонстрирует значительный потенциал комбинированного метода, предусматривающего проведение флуктуационного анализа коэффициентов разложения по вейвлет-базисам на разных уровнях разрешения, при изучении экспериментальных данных физиологических систем.

Пример для случая депривации сна, приведенный на рисунке 3, показывает, как изменяются характеристики далекодействующих корреляций в зависимости от уровня разрешения. В дополнение к j мы указываем здесь средние значения диапазонов частот, соответствующих этим уровням разрешения.

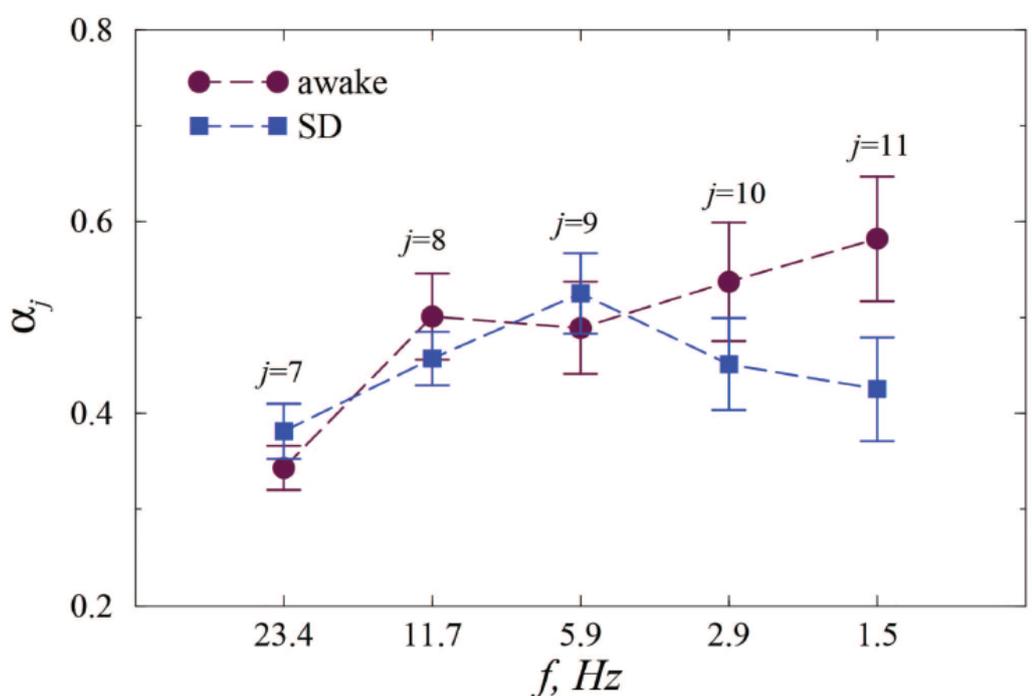


Рисунок 3 – Изменения показателей скейлинга сигналов ЭЭГ, вычисленные с помощью модифицированного метода многомасштабного анализа, которые вызваны однодневной депривацией сна.

Отметим, что широкие возможности математического аппарата вейвлет-преобразования и его практическая польза привлекают к себе внимание исследователей, работающих как над фундаментальными, так и над чисто прикладными проблемами. Уникальные математические свойства вейвлетов сделали их очень мощным инструментом анализа и последующего синтеза любого сигнала. Свойство ортогональности позволяет получать независимую информацию на разных масштабах. Нормируемость обеспечивает сохранение информации на различных этапах преобразования. Свойство локальности помогает получить знание о тех конкретных областях, в которых проявляют себя изучаемые масштабы (частоты). Наконец, полнота вейвлет-базиса, образованного сжатиями и сдвигом единственной функции, обеспечивает возможность совершить обратное преобразование. Многомасштабный анализ приводит к быстрому вейвлет-преобразованию и в сочетании с процедурой нестандартного матричного умножения — к эффективным вычислительным алгоритмам. С помощью вейвлет-преобразования можно изучать аналитические свойства функций, локальные и глобальные показатели Гёльдера, мультифрактальные размерности и т.п. Естественное обобщение на случай дифференциальных операторов привело к эффективному решению с помощью вейвлетов некоторых дифференциальных уравнений. Все эти свойства позволяют, используя вейвлет-преобразование, анализировать сложные сигналы на разных масштабах и в разных точках, решать уравнения, описывающие исключительно сложные нелинейные системы, содержащие взаимодействия на многих шкалах, изучать резко изменяющиеся функции и т.д. Вейвлет-преобразование легко обобщается на множества любых размерностей и потому может применяться также и для анализа многомерных объектов. Благодаря этому вейвлеты незаменимы при распознавании образов.

В данной работе рассмотрена комбинация МВА сложных сигналов с DFA детальных вейвлет-коэффициентов, относящихся к разным уровням разрешения, то есть различным диапазонам масштабов. В отличие от обычно

применяемого метода, который учитывает стандартные отклонения вейвлет-коэффициентов, совместное применение алгоритмов МВА и DFA позволяет извлекать информацию о дальнедействующих корреляциях в последовательностях коэффициентов детализации, относящихся к каждому уровню разрешения. Это улучшает возможность характеризовать сложный процесс на разных масштабах. Были рассмотрены три примера наборов данных:

1) последовательности времен возврата в секущую Пуанкаре для связанных осцилляторов Рёсслера, которые демонстрируют множество сложных динамических явлений, в том числе фазовую мультистабильность для синхронных хаотических колебаний, гиперхаотические колебаний, асинхронную хаотическую динамику и др.;

2) последовательности времен возврата в секущую Пуанкаре для модели соседних нефронов, демонстрирующей явления частичной синхронизации медленных движений, связанных с механизмом КГОС, и быстрых колебаний, связанные с миогенной регуляцией мелких сосудов;

3) сигналы ЭЭГ мышц в состоянии бодрствования до и после депривации сна.

Используя смоделированные наборы данных, было показано, что модифицированный метод МВА дает существенно больше информации о сложной структуре исследуемых сигналов. Несмотря на то, что эффекты уменьшения различий показателей скейлинга, вызванные хаотической синхронизацией, обсуждались ранее, мы обнаружили качественные изменения в различных частотных диапазонах, включающие переходы к последовательностям детальных коэффициентов с другой статистикой - антикоррелированным, положительно коррелированным или некоррелированным. Последний эффект позволяет сделать вывод, что модифицированный метод МВА вводит в рассмотрение информативные количественные характеристики для оценки изменений в сложной структуре аттрактора, возникшие из-за различных бифуркационных переходов. Анализ

осцилляторов с несколькими разными временными масштабами на примере взаимодействующих нефронов показывает, что возможность более полного описания возникающих типов колебательных режимов. Исследования сигналов ЭЭГ также подтверждают новые возможности, которые обеспечивает данный подход.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] G. Mallat, “A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation,” *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 11, 674–693 (1989).
- [2] S. Thurner, M. C. Feurstein, and M. C. Teich, “Multiresolution wavelet analysis of heartbeat intervals discriminates healthy patients from those with cardiac pathology,” *Phys. Rev. Lett.* 80, 1544–1547 (1998).
- [3] H. E. Stanley, L. A. N. Amaral, A. L. Goldberger, S. Havlin, P. C. Ivanov, and C.-K. Peng, “Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches,” *Physica A* 270, 309–324 (1999).
- [4] C. Heneghan and G. McDarby, “Establishing the relation between detrended fluctuation analysis and power spectral density analysis for stochastic processes,” *Phys. Rev. E* 62, 6103–6110 (2000).
- [5] N. S. Frolov, V. V. Grubov, V. A. Maksimenko, A. Luttjohann, V. V. Makarov, A. N. Pavlov, E. Sitnikova, A. N. Pisarchik, J. Kurths, and A. E. Hramov, “Statistical properties and predictability of extreme epileptic events,” *Sci. Reports* 9, 7243 (2019).