МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Пространственно-временная динамика одномерных и двумерных ансамблей дискретных осцилляторов ван дер Поля

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Бединой Татьяны Васильевны

Научный руководитель
зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
д.ф.-м.н., доцент ____________________Г.И. Стрелкова

Зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
д.ф.-м.н., доцент ____________________ Г.И. Стрелкова

Саратов 2021 г.

Введение. Исследования, проведенные в бакалаврской работе, являются актуальными для различных областей науки. Коллективная динамика сложных систем еще мало изучена, и каждое новое исследование подобных систем привносит вклад в изучение нелинейной динамики. В лекционных материалах высших учебных заведений так же могут использоваться результаты исследований, полученные в рамках данной бакалаврской работы.

В выпускной квалификационной работе рассматривается коллективная динамика одномерных и двумерных ансамблей дискретных осцилляторов ван дер Поля. В первую очередь была рассмотрена динамика одного дискретного осциллятора ван дер Поля, затем было построено кольцо нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля. И завершающим этапом в данной бакалаврской работе стало исследование динамики двумерной решетки дискретных осцилляторов ван дер Поля с локальной связью между элементами.

Целью выпускной квалификационной работы является исследование пространственно-временной динамики одномерного и двумерного ансамблей нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля, иллюстрация и описание найденных пространственно-временных режимов, выявление условий их возникновения, исследование их особенностей и свойств.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Провести численное моделирование динамики дискретного осциллятора ван дер Поля при изменении значений его управляющих параметров: параметра возбуждения и параметра дискретизации.

2. Исследовать пространственно-временную динамику кольца нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля в хаотическом режиме при различных значениях параметров нелокальной связи и управляющих параметров парциальных элементов.

3. Провести численные исследования динамики двумерного ансамбля (решетки) связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля и проиллюстрировать типичные пространственно-временные структуры при

вариации параметров связи. Построить карту режимов на плоскости параметров «сила связи — параметр дискретизации».

Бакалаврская работа содержит пять основных разделов:

1 Литературный обзор химерных состояний в ансамблях хаотических отображений;

2 Модель дискретного осциллятора Ван дер Поля;

3 Режимы динамики дискретного осциллятора ван дер Поля при различных значениях параметров;

4 Динамика кольца нелокально связанных дискретных осцилляторов Ван дер Поля;

5 Пространственно-временная динамика двумерной решетки связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля.

А так же подразделы:

3.1 Исследование режимов динамики дискретного осциллятора Ван дер Поля;

3.2 Динамика осциллятора при фиксированном параметре λ и изменении параметра ε;

3.3 Динамика осциллятора при фиксированном параметре ε и изменении параметра λ;

4.1 Модель кольца нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля;

4.2 Особенности динамики кольца нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля при $\lambda = 0.12$ и $\varepsilon = 1.17931$;

4.3 Особенности динамики кольца нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля при $\lambda = 1$ и $\varepsilon = -1.62$.

Помимо этого, содержание, введение, заключение и список использованных источников.

Основное содержание работы. Дискретная модель осциллятора ван дер Поля в математическом виде описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + \varepsilon y_{n+1} \\ y_{n+1} &= y_n + \varepsilon(\lambda y_n - x_n^2 y_n - x_n)' \end{aligned} \tag{1}$$

где λ – отрицательная диссипация, ε – параметр дискретизации.

При исследовании режимов динамики данной системы, путем изменения параметров λ и ε, был обнаружен переход от предельного цикла к хаотическому аттрактору через разрушение инвариантной кривой и каскад бифуркаций удвоения периода.

Проиллюстрируем некоторые из полученных режимов:

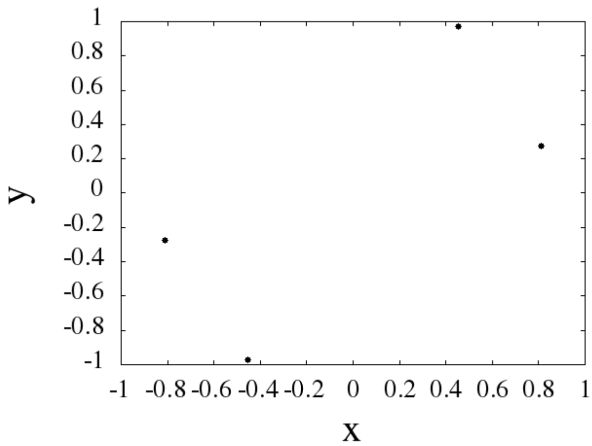

Рисунок 1 – Цикл периода 4 при значении параметров λ=0,12; ε=1,3

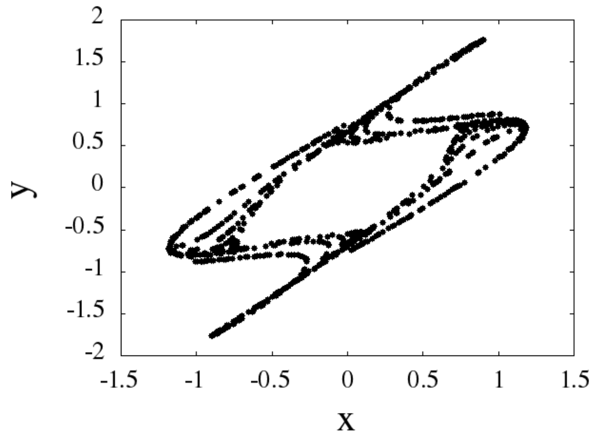

Рисунок 2 – Хаотический аттрактор при параметрах λ=0,12 и ε=1,17931

Следующим предметом изучения в работе стал замкнутый в кольцо ансамбль нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля (1), уравнение которого имеет вид:

$$x_{i+1}^t = f_x(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma}{2P}\sum_{j=i-P}^{i+P}\left[f_x\left(x_j^t, y_i^t\right) - f_x(x_i^t, y_i^t)\right]$$
$$y_{i+1}^t = f_y\left(x_i^t, y_i^t\right)$$

где x_i^t, y_i^t – действительные переменные, t – дискретное время, i = 1, 2, …, N – порядковый номер осциллятора в ансамбле (N = 1000). Функции f_x, f_y соответствуют правым частям дискретного осциллятора Ван-дер-Поля (1). Параметры σ и P задают силу и радиус нелокальной связи между элементами ансамбля.

Проведенные численные исследования показали, что в данном ансамбле при определенных значениях параметров нелокальной связи возможна реализация режимов амплитудных и фазовых химер. Кроме того, были также обнаружены режим бегущих волн и явление смерти химерного состояния. В рамках исследования кольца дискретных отображений были построены мгновенные и пространственно-временные профили, а также пространственно-временные диаграммы для указанных выше различных типов пространственно-временных структур. Приведем в качестве примера ряд из них. На рисунках 3 и 4 приведены результаты расчетов пространственно-временных характеристик динамики ансамбля в режиме амплитудной и фазовой химер, соответственно.

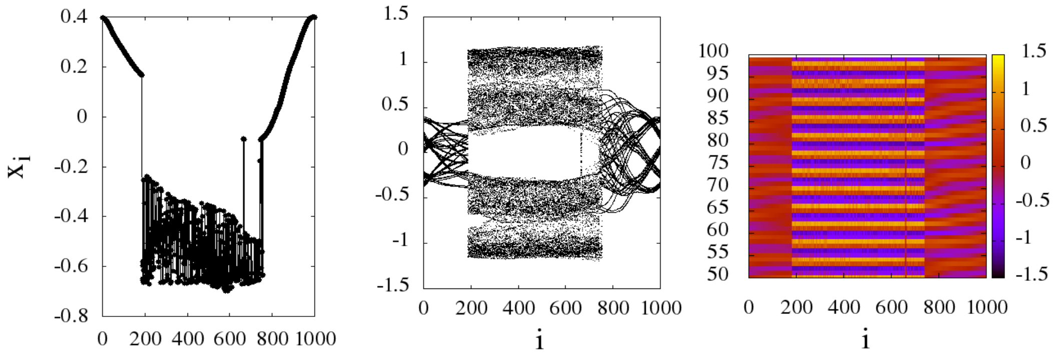

Рисунок 3 – Мгновенный профиль, пространственно-временной профиль и пространственно-временная диаграмма динамики ансамбля в режиме амплитудной химеры при $\sigma = 0{,}184$ и радиусе связи P=160

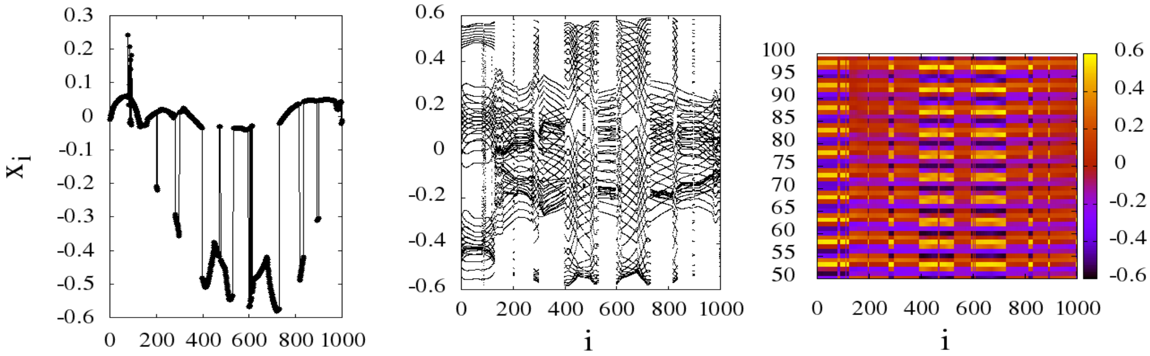

Рисунок 4 – Мгновенный профиль, пространственно-временной профиль и пространственно-временная диаграмма ансамбля в режиме фазовой химеры при $\sigma = 0{,}123$ и $P = 320$

Режим бегущих волн проиллюстрирован на рисунке 5.

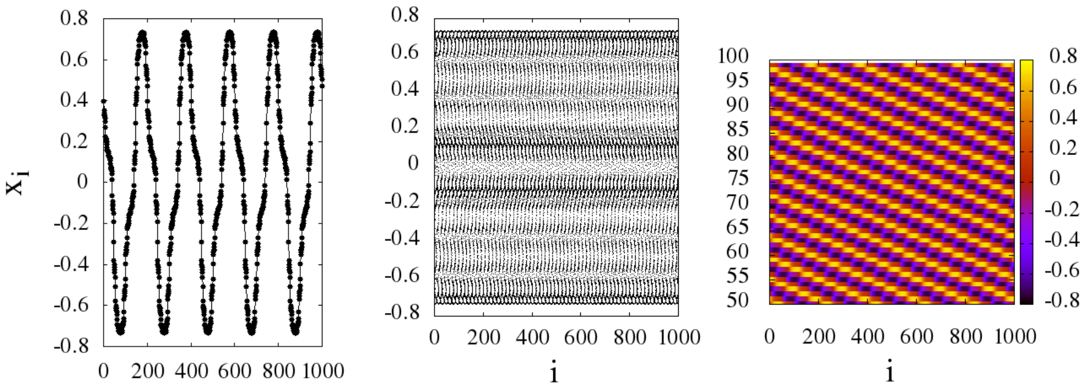

Рисунок 5 – Мгновенный профиль, пространственно-временной профиль и пространственно-временная диаграмма для режима бегущих волн при малых значениях силы связи $\sigma = 0{,}001$ и радиусе связи P=160

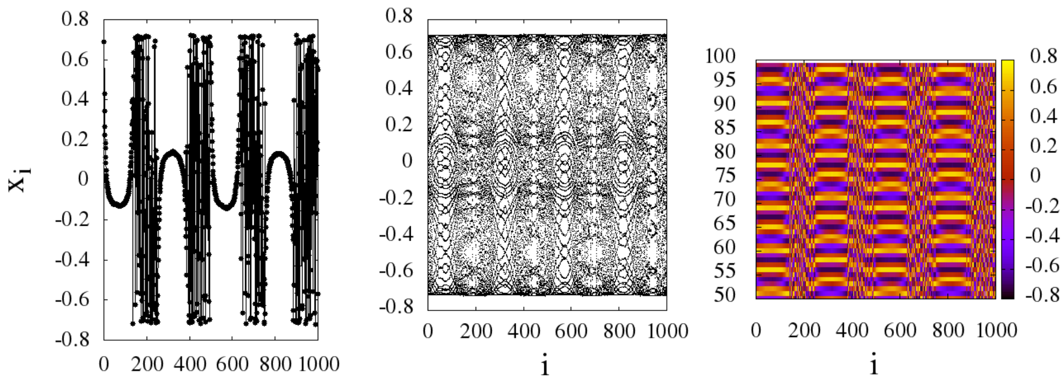

Рисунок 6 – Мгновенный профиль, пространственно-временной профиль и пространственно-временная диаграмма, описывающие режим затухания амплитудной химеры при значениях параметров $\sigma = 0{,}004$ и P=320

Заключительным этапом исследования сложных структур в рамках бакалаврской работы является исследование двумерной решетки дискретных осцилляторов ван дер Поля. Она описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{gathered} x_{i,j}^{t+1} = f_x(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma}{B_{i,j}} \sum\nolimits_{m,n} \left[f_x\left(x_{m,n}^t, y_{m,n}^t\right) - f_x\left(x_{i,j}^t, y_{i,j}^t\right) \right] \\ y_{i,j}^{t+1} = f_y\left(x_i^t, y_i^t\right) \end{gathered},$$

где функции f_x и f_y – функции, определяющие локальную динамику отдельных элементов; σ_x, σ_y – силы связи между элементами решетки на переменных x и y соответственно; $B_{i,j}$ – количество элементов, с которыми связан i-й осциллятор. Двойные индексы динамических переменных $x_{i,j}$ и $y_{i,j}$ соответствуют положению элемента на двумерной решетке, i, j = 1, 2, 3, . . . , N, где N = 200-размерность системы по отношению к переменным x и y, а t - дискретное время.

Данная система показывает интересные динамические режимы при вариации управляющих параметров индивидуальных осцилляторов и изменении параметров связи. Мы наблюдали спиральные волны, так называемые лабиринтные структуры, квадратные волны, пятна и т.д. Особый интерес представляли случаи сосуществования различных режимов при одних и тех же значениях параметров, например, сосуществование лабиринтной структуры и когерентной области:

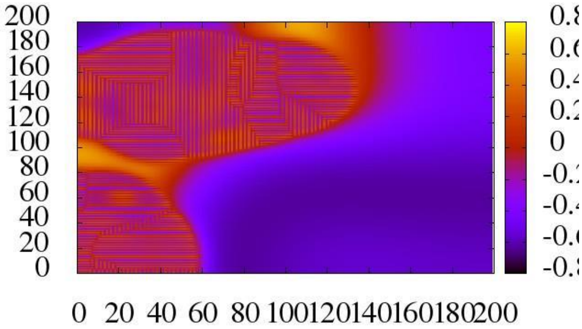

Рисунок 7 – Пространственно-временная диаграмма для режима сосуществования лабиринтной структуры и области когерентности в решетке при $\sigma = 0{,}35$; $\varepsilon = 0{,}07$

При изучении динамики данной решетки осцилляторов мы искали различные режимы, меняя параметры. Меняли силу связи σ, оставляя параметр дискретизации ε неизменным. И наоборот: меняли ε, фиксируя σ. Затем меняли оба параметра одновременно и наблюдали динамику решетки. В процессе проведения численных исследований была построена карта режимов на плоскости параметров «сила связи — параметр дискретизации»:

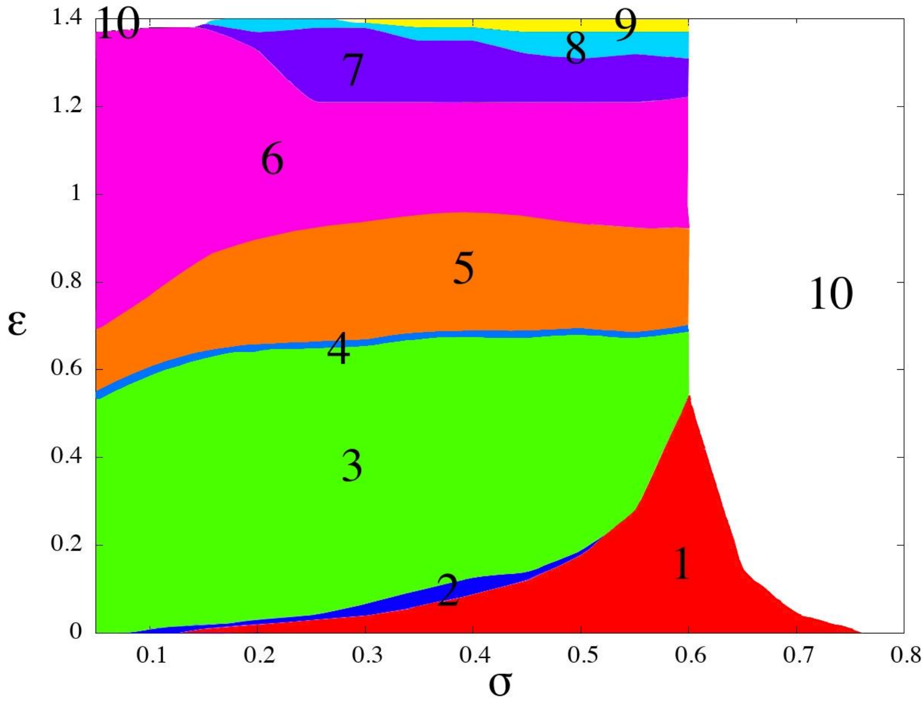

Рисунок 8 – Карта динамических режимов решетки дискретных осцилляторов ван дер Поля

Заключение. В рамках бакалаврской работы был исследован дискретный осциллятор ван дер Поля. Было приведено сравнение его с осциллятором ван дер Поля с непрерывным временем, а также коллективная динамика осцилляторов ван дер Поля в различных системах.

Наблюдая динамику одного дискретного осциллятора ван дер Поля, мы глубоко изучили переход системы к хаотическому режиму колебаний, который осуществляется по двум сценариям.

Следующим этапом в выпускной квалификационной работе стало исследование одномерного замкнутого кольца нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля. На этом этапе нам было необходимо найти, проиллюстрировать и описать химерные динамические режимы: амплитудную и фазовую химеры. В кольце нелокально связанных дискретных осцилляторах ван дер Поля были найдены важные для нас режимы, а также другие очень интересные режимы динамики.

Заключительным этапом в описываемой бакалаврской работе стало исследование пространственно-временных структур двумерной решетки связанных осцилляторов ван дер Поля.

Таким образом, все основные задачи, описанные во введении данной работы, были выполнены, цель достигнута.