

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра электроники, колебаний и волн

**Генерация ультракоротких импульсов и многосолитонных
комплексов в активных кольцевых резонаторах в условиях
трехволнового параметрического взаимодействия спиновых волн**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 2231 группы
направления 03.04.03 - радиофизика
Института физики
Бир Анастасии Сергеевны

Научный руководитель

зав. кафедрой ЭКиВ,
к.ф.-м.н., доцент

Гришин С.В.

Зав. кафедрой электроники, колебаний и волн

к.ф.-м.н., доцент

Гришин С.В.

Саратов 2021 г.

Содержание

Введение	3
Глава 1. Модели диссипативных сред с усилением в условиях трехволнового параметрического взаимодействия.....	6
1.1 Модель Вышкинд-Рабиновича с линейным инкрементом.....	6
1.2 Численное моделирование светлых импульсов для трех волн.....	7
1.3 Модифицированная модель Вышкинд-Рабиновича с нелинейным инкрементом.....	9
1.4 Численное моделирование темных импульсов на усиливаемой волне и светлых импульсов на параметрически возбуждаемых волнах.....	10
Список литературы	14

Введение

На сегодняшний день одной из актуальных задач в области радиофизики и СВЧ электроники является создание источников ультракоротких импульсов (УКИ). УКИ представляют интерес для систем передачи информации, для исследования быстро протекающих процессов, а также для микрообработки различных материалов и биологических тканей [1]. Как известно, наиболее впечатляющие результаты по разработке методов получения УКИ были достигнуты в лазерной физике, за которые французский исследователь Жерар Альбер Муру совместно со своей канадской коллегой Донной Стрикланд были удостоены Нобелевской Премии по физике в 2018 году. Наверное, одними из первых работ по генерации УКИ в микроволновом диапазоне являются работы профессора Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» Б.А. Калиникова, в которых он использовал оптический метод синхронизации мод на керровской нелинейности для получения УКИ в виде периодических последовательностей «светлых» и «темных» солитонов огибающей наносекундной длительности [2, 3]. В качестве среды с кубической (керровской) нелинейностью использовались ферромагнитные пленки, в которых распространялись магнитостатические спиновые волны (МСВ) с разными видами (нормальной или аномальной) волноводной дисперсии. В последние годы группой нижегородских исследователей, возглавляемой член-корреспондентом РАН Н.С. Гинзбургом, было предложено использовать другой оптический метод (метод пассивной синхронизации мод) для получения мощных УКИ в вакуумных генераторах микроволнового диапазона. В своих теоретических работах они получили периодические последовательности мощных УКИ субнаносекундной длительности за счет использования ЛБВ-подавителя в качестве насыщающегося поглотителя [4, 5]. Экспериментальная реализация данного метода в микроволновом диапазоне была осуществлена в Саратовском госуниверситете сотрудниками кафедры электроники, колебаний и волн [6].

Все перечисленные выше УКИ относятся к *диссипативным солитонам*, которые формируются в нелинейных диссипативных системах с усилением за счет установления баланса между притоком (усилением) и оттоком (диссипацией) энергии [7]. Если в диссипативной системе с усилением одновременно генерируются несколько диссипативных солитонов, то из них могут формироваться более сложные структуры, которые получили название *многосолитонных комплексов* [7]. Многосолитонные комплексы являются связанными состояниями светлых и/или темных солитонов, которые активно изучаются в последние два десятилетия в нелинейной оптике [7-9], конденсации Бозе-Эйнштейна [10] и спин-волновой электронике [11, 12]. Они обладают свойствами, присущими двухатомной молекуле вещества [8], и являются перспективными для применения в качестве расширенных информационных битов в системах оптической связи [9]. Многосолитонные комплексы образуются либо за счет управления дисперсией, когда оптические волокна с положительной и отрицательной дисперсиями одновременно используются в цепи обратной связи лазерного резонатора с пассивной синхронизацией мод [9], либо за счет конкурирующих нелинейностей, когда оптическая среда поддерживает конкуренцию между трех- и четырехволновыми нелинейными взаимодействиями [13]. Во всех случаях темные солитоны всегда образуют связанные состояния со светлыми солитонами. На сегодняшний день известна только одна теоретическая работа, в которой рассматривалось распространение цепочки темных солитонов через оптическую среду [14].

Другим не менее интересным кандидатом для формирования УКИ являются диссипативные среды с усилением, в которых реализуются только трехволновые параметрические взаимодействия. Наверное, первая модель такой диссипативной среды была предложена С.Я. Вышкинд и М.И. Рабиновичем, в которой основной акцент делался на изучении механизма стохастизации огибающих трех параметрически взаимодействующих волн, приводящего к волновой турбулентности [15]. Результаты численного моделирования демонстрировали генерацию светлых импульсов огибающей релаксационной

формы на частоте усиливаемой волны, а на параметрически возбуждаемых волнах формировались относительно короткие светлые импульсы огибающей, длительность которых уменьшалась с увеличением усиления в среде. В микроволновом диапазоне диссипативная среда с усилением в условиях трехволнового параметрического взаимодействия была реализована экспериментально на основе активного кольцевого резонатора, в цепи обратной связи которого находилась ферромагнитная пленка [16]. Здесь в качестве усиливаемой волны выступала поверхностная МСВ (ПМСВ), которая при превышении некоторого порогового значения амплитуды параметрически возбуждала коротковолновые спиновые волны (СВ) на вдвое меньших частотах (трехволновые процессы распада). Эксперимент проводился с использованием радиофизического оборудования и позволял наблюдать только релаксационные импульсы огибающей ПМСВ. Короткие импульсы СВ, формирующиеся в ферромагнитной пленке, были измерены позднее с использованием Мандельштам-Бриллюэновской спектроскопии [17]. Подчеркнем, что как в теории, так и в эксперименте, функция усиления одной из трех параметрически взаимодействующих волн была линейной. Необходимо отметить работу [18], в которой рассматривался электронный генератор на основе двух колебательных контуров, один из которых включал отрицательную проводимость (активный контур). В таком генераторе реализовывалась сложная динамика и хаос, соответствующие модели волновой турбулентности Вышкинд–Рабиновича. Эквивалентная схема электронного генератора в указанной выше работе исследовалась с помощью программного продукта Multisim.

Глава 1. Модели диссипативных сред с усилением в условиях трехволнового параметрического взаимодействия

1.1 Модель Вышкинд-Рабиновича с линейным инкрементом

Параметрическая модель Вышкинд-Рабиновича, разработанная для диссипативных сред с усилением в условиях трехволнового параметрического распада, представляет собой систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, в которой линейным инкрементом обладает только одна из трех параметрически взаимодействующих волн, а две другие в линейном приближении затухают [15]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial m(t)}{\partial t} &= -c_0 b_1(t) b_2(t) \exp(-i\delta t) - \eta m(t) + \gamma m(t), \\ \frac{\partial b_1(t)}{\partial t} &= c_1 m(t) b_2^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_1(t), \\ \frac{\partial b_2(t)}{\partial t} &= c_2 m(t) b_1^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_2(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где $m(t)$ – комплексная амплитуда огибающей усиливаемой волны, $b_{1,2}(t)$ – комплексные амплитуды огибающих параметрически возбуждаемых волн, δ – отстройка частоты параметрически возбуждаемых волн от половинного значения частоты усиливаемой волны (расстройка от синхронизма), η – коэффициент затухания (декремент) усиливаемой волны, ν – декремент параметрически возбуждаемых волн и γ – линейный инкремент усиливаемой волны. В нелинейной оптике усиливаемая волна является волной накачки, а параметрически возбуждаемые волны – сигнальной и холостой волнами.

Система уравнений (1) описывает трехволновые распадные взаимодействия в различных диссипативных средах с квадратичной нелинейностью. Чтобы параметрическое взаимодействие трех волн было эффективным расстройка от синхронизма должна быть малой. Как показали проведенные теоретические и экспериментальные исследования [15, 16], при увеличении расстройки от синхронизма волны обмениваются друг с другом меньшей долей запасенных в них энергии, что совместно с увеличением

усиления приводит к стохастизации огибающих трех взаимодействующих волн.

1.2 Численное моделирование светлых импульсов для трех волн

На рис.1 приведены результаты расчета огибающих параметрически взаимодействующих волн, полученные при численном решении системы уравнений (1) методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Расчет проводился при одновременном изменении инкремента усиливаемой волны и расстройки от синхронизма. Из представленных на рис.1а результатов следует, что при относительно небольшой величине расстройки и усиления во временной области формируются периодические импульсные последовательности как на усиливаемой волне, так и на параметрически возбуждаемых волнах. Импульсы огибающей на усиливаемой волне имеют релаксационный профиль и характеризуются периодом $T_r = 7.4$ мкс и длительностью $T_{d1} = 3.8$ мкс, измеренной по половинному значению максимальной амплитуды. Механизм формирования таких импульсов обусловлен ограничением экспоненциального роста амплитуды усиливаемой волны параметрически возбуждаемыми волнами при достижении амплитуды усиливаемой волны некоторого порогового значения. Энергия усиливаемой волны начинает перекачиваться на вдвое меньшие частоты, что приводит к резкому спаданию амплитуды усиливаемой волны и к росту амплитуды параметрически возбуждаемых волн. Амплитуда последних, достигая максимального значения, начинает затухать за счет уменьшения амплитуды усиливаемой волны. Спадая практически до нулевых значений, амплитуда усиливаемой волны вновь начинает экспоненциально нарастать за счет наличия инкремента, и процесс ограничения ее амплитуды вновь повторяется. В такой системе с ограничением амплитуды усиливаемой волны за счет параметрического возбуждения более низкочастотных волн, более короткие импульсы с длительностью $T_{d2} = 290$ нс формируются на параметрически возбуждаемых волнах.

Дальнейшее увеличение инкремента и расстройки от синхронизма приводит к появлению бифуркации удвоения периода (см. рис.1b,c) и переходу

к хаотической динамике (см. рис.1d). С увеличением инкремента длительности импульсов огибающей как усиливаемой волны, так и параметрически возбуждаемых волн, уменьшаются и в квазипериодическом режиме (см. рис.1с) достигают значений $T_{d1} = 1.9 \div 2.0$ мкс и $T_{d2} = 200 \div 290$ нс, соответственно.

Таким образом, в случае линейного инкремента, когда ограничение амплитуды усиливаемой волны достигается только за счет параметрического механизма возбуждения волн, в диссипативной среде формируются только «светлые» импульсы огибающей, причем относительно короткие импульсы огибающей генерируются только на параметрически возбуждаемых волнах.

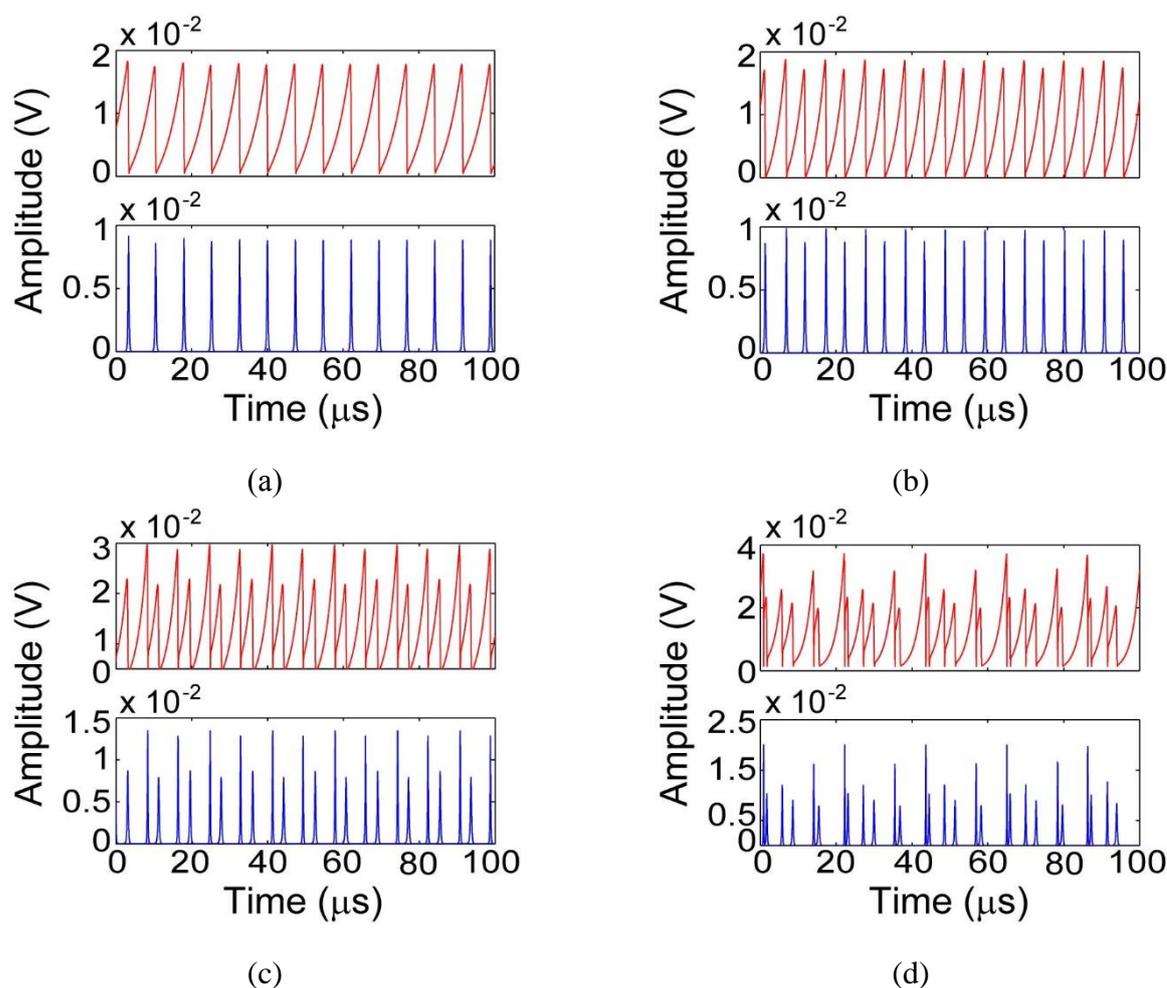


Рис.1 Светлые импульсы огибающей усиливаемой волны (верхние панели) и параметрически возбуждаемой волны (нижние панели), рассчитанные для нескольких значений γ и δ : $\gamma=0.2$ мкс⁻¹ и $\delta=8$ мкс⁻¹ (a), $\gamma=0.3$ мкс⁻¹ и $\delta=7$ мкс⁻¹ (b), $\gamma=0.4$ мкс⁻¹ и $\delta=6$ мкс⁻¹ (c) и $\gamma=0.5$ мкс⁻¹ и $\delta=2$ мкс⁻¹ (d). Расчеты выполнены для $c_0=1232$ мкс⁻¹, $c_1=c_2=846$ мкс⁻¹,

$v=8 \text{ мкс}^{-1}$ и $\eta=1.4 \text{ мкс}^{-1}$.

1.3 Модифицированная модель Вышкинд-Рабиновича с нелинейным инкрементом

Теперь рассмотрим случай, когда в диссипативной среде усиливаемая волна имеет нелинейный инкремент, причем выходная амплитуда усиливаемой волны имеет участок насыщения, который характерен для твердотельных усилителей микроволнового диапазона. В связи с этим была проведена модификация модели Вышкинд-Рабиновича, описываемая системой уравнений (1), которая заключается в том, что инкремент усиливаемой волны теперь является нелинейным. Ниже приводится система трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая описывает трехволновое параметрическое взаимодействие волн в диссипативной среде с нелинейной функцией усиления:

$$\frac{\partial m(t)}{\partial t} = -c_0 b_1(t) b_2(t) \exp(-i\delta t) - \eta m(t) + \gamma \{1 - \tanh[\alpha m(t)]\} m(t), \quad (2)$$

$$\frac{\partial b_1(t)}{\partial t} = c_1 m(t) b_2^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_1(t),$$

$$\frac{\partial b_2(t)}{\partial t} = c_2 m(t) b_1^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_2(t),$$

где α – параметр нелинейности инкремента.

В представленной модифицированной модели Вышкинд-Рабиновича инкремент усиливаемой волны имеет как линейную, так и нелинейную части. Последняя описывается функцией гиперболического тангенса, которая для относительно небольших значений аргумента является линейной, а при превышении аргументом некоторого порогового значения становится нелинейной функцией, имеющей ярко выраженный участок ограничения. Таким образом, в предлагаемой к рассмотрению модифицированной модели Вышкинд-Рабиновича рост амплитуды усиливаемой волны будет ограничиваться за счет

двух механизмов: 1) параметрического возбуждения волн на вдвое меньших частотах и 2) нелинейного усиления.

1.4 Численное моделирование темных импульсов на усиливаемой волне и светлых импульсов на параметрически возбуждаемых волнах

На рис.2 приведены результаты расчета временных зависимостей квадрата модуля амплитуд усиливаемой и параметрически возбуждаемой волн, полученных при изменении нелинейности инкремента. Из представленных результатов расчета следует, что наличие нелинейного инкремента у усиливаемой волны приводит к формированию на ее амплитудном профиле периодической последовательности «провалов», которые при определенных значениях нелинейности инкремента напоминают по виду темные солитоны огибающей. Образование таких провалов связано с наличием двух механизмов ограничения роста амплитуды усиливаемой волны. Вначале на усиливаемой волне формируются импульсы огибающей релаксационной формы за счет параметрического возбуждения низкочастотных волн. Затем вершины этих импульсов «обрезаются» из-за наличия в системе нелинейного инкремента. Это приводит к образованию амплитудного плато, на котором присутствуют провалы, профили которых зависят от величины нелинейности инкремента. Как видно из представленных на рис.2 результатов, профиль этих провалов становится симметричным с уменьшением нелинейности инкремента. Таким образом, на усиливаемой волне формируются темные импульсы огибающей, а на параметрически возбуждаемой волне, по-прежнему, формируются светлые импульсы огибающей.

В Таблице 1 приведены значения длительностей и периодов следования темных и светлых параметрических солитоноподобных импульсов, рассчитанные для нескольких значений нелинейности инкремента. Видно, что при относительно небольших значениях нелинейности солитоноподобные импульсы могут достигать субпикосекундной длительности. Такие длительности недостижимы для параметрических систем микроволнового

диапазона, но могут представлять интерес, например, для параметрических систем оптического диапазона.

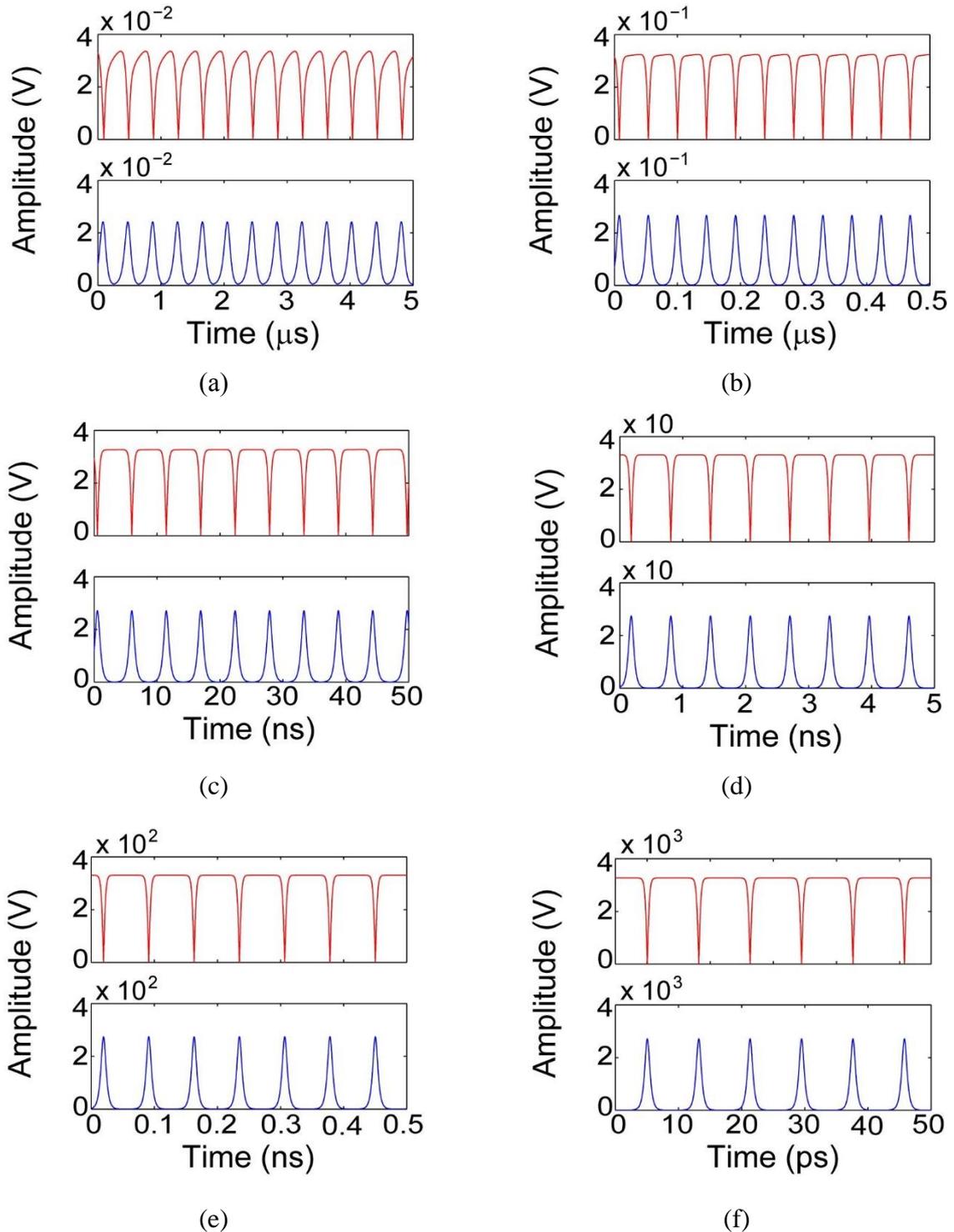


Рис. 2 –Темные импульсы огибающей усиливаемой волны (верхние панели) и светлые импульсы огибающей параметрически возбуждаемой волны (нижние панели), рассчитанные для нескольких значений параметра нелинейности инкремента α : (a) 50, (b) 5, (c) 0.5, (d) 0.05, (e) 0.005 и (f) 0.0005. Расчеты выполнены для $c_0=1232 \text{ мкс}^{-1}$, $c_1=c_2=846 \text{ мкс}^{-1}$, $\gamma=30 \text{ мкс}^{-1}$, $\nu=7 \text{ мкс}^{-1}$, $\eta=1.4 \text{ мкс}^{-1}$ и $\delta=0.1 \text{ мкс}^{-1}$.

Таблица 1

Параметр нелинейности α	Длительность темных импульсов, нс	Период следования темных импульсов, нс	Длительность светлых импульсов, нс	Период следования светлых импульсов, нс
50	57	390	111	390
5	4.2	46	9.7	46
0.5	0.405	5.5	0.96	5.5
0.05	0.039	0.63	0.095	0.63
0.005	0.0039	0.072	0.0094	0.072
0.0005	0.0004	0.0081	0.00095	0.0081

Далее было исследовано влияние насыщаемого поглощения и кубической нелинейности среды на параметры генерируемых в системе темных и светлых солитоноподобных импульсов. Предполагается, что члены, описывающие влияние насыщаемого поглощения и нелинейности самой среды, входят только в уравнение для усиливаемой волны. С учетом данного предположения модифицированная модель Вышкинд-Рабиновича с нелинейным инкрементом, насыщаемым поглощением и кубической нелинейностью среды описывается следующей системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial m(t)}{\partial t} &= -c_0 b_1(t) b_2(t) \exp(-i\delta t) - \left[\eta - j \frac{W}{1 + s|m(t)|^2} \right] m(t) \\
&\quad + \langle \gamma \{ 1 - \tanh[\alpha |m(t)|] \} - j B_0 |m(t)|^2 \rangle m(t), \\
\frac{\partial b_1(t)}{\partial t} &= c_1 m(t) b_2^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_1(t), \\
\frac{\partial b_2(t)}{\partial t} &= c_2 m(t) b_1^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_2(t),
\end{aligned} \tag{3}$$

где B_0 - коэффициент нелинейности среды, W – параметр поглощения и s – параметр насыщения поглощения.

На рис.3 приведены результаты расчета амплитудных профилей темных огибающей усиливаемой волны и светлых импульсов огибающей

параметрически возбуждаемой волны на основе предложенной модифицированной модели (3). Из представленных на рис.3а результатов расчета следует, что использование в параметрической модели с нелинейным инкрементом насыщаемого поглотителя приводит к уменьшению периода следования и к небольшому увеличению длительности как «провалов» на амплитудном профиле усиливаемой волны, так и светлых импульсов огибающей на параметрически возбуждаемой волне. При этом первый импульс последовательности темных и светлых импульсов огибающей имеет наименьшую длительность, соответствующую длительности импульсов, генерируемых в отсутствие в системе насыщаемого поглотителя. Кроме того, амплитуда первого светлого импульса является немного больше амплитуды всех последующих светлых импульсов. Что касается амплитудных профилей «провалов», то они, кроме первого темного импульса, не имеют остроконечной формы, свойственной для темных солитоноподобных импульсов. Как следует из результатов, представленных на рис.3б, учет в системе кубической нелинейности приводит только к увеличению длительности генерируемых структур.

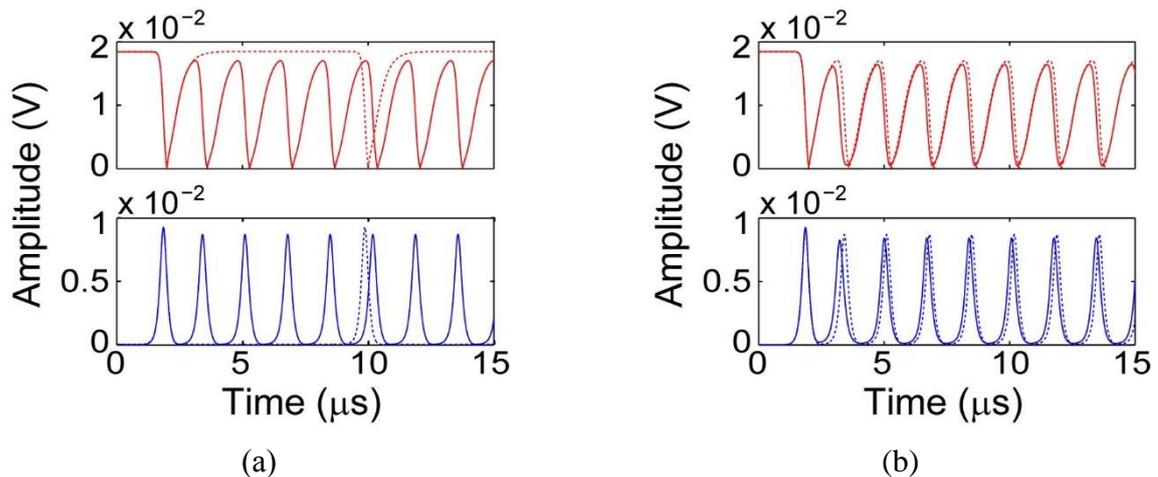


Рис. 3. Амплитудные профили темных солитоноподобных импульсов МСВ (верхняя панель) и светлых солитоноподобных импульсов СВ (нижняя панель), рассчитанные для (а) $B_0 = 0$, $W = 0.1$ и $s = 1$ и (б) для $B_0 = 5 \times 10^9 \text{ c}^{-1}$, $W = 0.1$ и $s = 1$. На (а) пунктирными линиями показаны решения, полученные для $B_0 = 0$ и $W = 0$. На (б) пунктирными линиями показаны решения, полученные для $B_0 = 0$, $W = 0.1$ и $s = 1$. Расчеты выполнены для $c_0=1232 \text{ мкс}^{-1}$, $c_1=c_2=846 \text{ мкс}^{-1}$, $\alpha=63.6$, $\gamma=8 \text{ мкс}^{-1}$, $\nu=7 \text{ мкс}^{-1}$, $\eta=1.4 \text{ мкс}^{-1}$ и $\delta=10^{-25} \text{ мкс}^{-1}$.

Список литературы

1. Крюков, П.Г. Фемтосекундные импульсы. Введение в новую область лазерной физики / П.Г. Крюков - М.: Физматлит, 2008. - 208 с.
2. Kalinikos, B.A. Self-Generation of microwave magnetic envelope soliton trains in yttrium iron garnet thin films / B.A. Kalinikos, N.G. Kovshikov, C.E. Patton // Physical Review Letters – 1998. – Vol. 80. - P. 4301-4304.
3. Kalinikos, B.A. Self-generation of fundamental dark solitons in magnetic films / B.A. Kalinikos, M.M. Scott, C.E. Patton // Physical Review Letters – 2000. - Vol. 84. - P. 4697-4700.
4. Ginzburg, N.S. Generation of trains of ultrashort microwave pulses by two coupled helical gyro-TWTs operating in regimes of amplification and nonlinear absorption / N.S. Ginzbur, G.G. Denisov, M.N. Vilkov, A.S. Sergeev, I.V. Zotova, S.V. Samsonov, S.V. Mishakin // Phys. Plasmas. - 2017. - Vol. 24. - P. 023103.
5. Гинзбург, Н.С. Генерация периодической последовательности мощных ультракоротких импульсов в цепочке связанных ламп бегущей волны, работающих в режимах усиления и нелинейного компрессорного подавления / Н.С. Гинзбург, Э.Б. Абубакиров, М.Н. Вилков, И.В. Зотова, А.С. Сергеев // Письма в ЖТФ. - 2017. - Т. 43. - С. 47-55.
6. Grishin, S.V. Self-generation of chaotic dissipative multisoliton complexes supported by competing nonlinear spin-wave interactions / S.V. Grishin, B.S. Dmitriev, O.I. Moskalenko, [et al.] // Physical Review E - 2018. - Vol. 98. - P. 022209.
7. Akhmediev, N. (Ed) Dissipative solitons: from optics to biology and medicine / N. Akhmediev, A. Ankiewicz – Berlin: “Springer-Verlag”, 2008 - 479 с.
8. Stratmann, M. Experimental observation of temporal soliton molecules / M. Stratmann, T. Pagel, and F. Mitschke // Physical Review Letters - 2005. - Vol. 95. – P. 143902.
9. Grellu, P. Dissipative solitons for mode-locked lasers/ P. Grellu, N. Akhmediev // Nature Phot. - 2012. - Vol. 6. - P. 84-92.

10. Yan, D. Multiple dark-bright solitons in atomic Bose-Einstein condensates / D. Yan, J.J. Chang, C. Hamner [et al.] // *Physical Review A* - 2011. - Vol. 84. – P. 053630.
11. Demokritov, S.O. Experimental observation of symmetry-breaking nonlinear modes in an active ring / S.O. Demokritov, A.A. Serga, V.E. Demidov, [et al.] // *Nature* - 2003. - Vol. 26. - P. 159-162.
12. Ustinov, A.B. Generation of dense spin-wave soliton trains in active ring resonators / A.B. Ustinov, B.A. Kalinikos, V.E. Demidov, S.O. Demokritov // *Physical Review B*. - 2009. - Vol. 80. - P. 052405
13. Kartashov, Y.V. Robust propagation of two-color soliton clusters supported by competing nonlinearities / Y.V. Kartashov, L.C. Crasovan, D. Mihalache, L. Torner // *Physical Review Letters* – 2002- Vol. 89. – P. 273902.
14. Stratmann, M. Chains of temporal dark solitons in dispersion-managed fiber / M. Stratmann, F. Mitschke // *Physical Review E*. – 2005 – Vol. 72. – P. 066616.
15. Вышкинд, С.Я. Механизм фазовой стохастизации и структура волновой турбулентности в диссипативных средах / С.Я. Вышкинд, М.И. Рабинович // *ЖЭТФ*. - 1976. - Т. 71. - Вып. 2. - С. 557-569.
16. Демидов, В.Е. Механизм возникновения и стохастизации автомодуляции интенсивных спиновых волн / В.Е. Демидов, Н.Г. Ковшиков // *ЖТФ*. - 1999 - Т. 69. - № 8. - С. 100-103.
17. Romanenko, D.V. Spatial and temporal dynamics of dissipative parametric solitons in a ferromagnetic film active ring resonator / D.V. Romanenko, S.V. Grishin, A.V. Sadovnikov, Yu.P. Sharaevskii, S.A. Nikitov // *IEEE Trans. on Magnetics*. - 2014. - Vol. 50. - No. 11. - P. 4006304.
18. Кузнецов, С.П. Сложная динамика и хаос в электронном автогенераторе с насыщением, обеспечиваемым параметрическим распадом / С.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина // *Изв. ВУЗов – Прикладная нелинейная динамика*. - 2018. - Т. 26. - № 1. - С. 33-47.