

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние шума на режим химерных состояний в кольце нелокально
связанных бистабильных осцилляторов ФитцХью-Нагумо**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Косенковой Анастасии Сергеевны

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2021

ВВЕДЕНИЕ

Самые различные природные и техногенные системы, образованные большим количеством тесно взаимосвязанных динамических подсистем, являются предметом исследований в нелинейной динамике и теории колебаний. В рамках данной области науки, такие системы называют ансамблями или сетями.

Нейрон представляет собой сложную биологическую систему, главная задача которой – приём, обработка и передача другим нейронам сигнала. Поскольку внутренние свойства каждого нейрона изменяются с течением времени (это обусловлено продолжающимся взаимодействием с окружающей средой и с другими нервными узлами), динамика нейронов носит нестационарный характер. Такая пластичность делает нейроны способными непрерывно изменять свойства своих связей и создавать новые. На практике, при численном изучении сетей выбирают довольно простые модели, чтобы показать отдельные эффекты. Например, немало работ посвящено моделям кольца связанных элементов с нелокальной топологией связей [1 – 3]. Также недавно были предложены рефлексивная [4] и диагональная [5] топологии связи как простейшие модели топологии связей в головном мозге.

В различных колебательных ансамблях с нелокальными связями могут наблюдаться разнообразные виды колебаний и пространственных структур. Одним из типичных структур является особый вид кластерной синхронизации, названный химерным состоянием. На сегодняшний день о химерах известно достаточно много, однако влияние шума на рождение и устойчивость химерных состояний недостаточно изучено. Этой проблеме посвящено всего несколько работ. Так, в работах [6, 7] показано, что шум уменьшает время жизни метастабильных амплитудных химер в ансамбле гармонических осцилляторов. Напротив, кратковременный шумовой импульс с определенной интенсивностью приводит к увеличению времени жизни метастабильных амплитудных химер, которые наблюдаются в ансамбле логистических отображений [8].

Цель работы состоит в исследовании эффекта влияния шума на химерные состояния особого типа (бистабильные химеры), существующие в некоторой области значений параметров нелокальной связи (σ и P). Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Изучить научную литературу по теме исследования;
2. Определить границы области существования режима химерных состояний при малом и сильном шуме на плоскости параметров связи σ и P .
3. Определить эволюцию химерных состояний при увеличении интенсивности шума.

В выпускной квалификационной работе исследуется ансамбль осцилляторов ФитцХью-Нагумо с нелокальным взаимодействием и периодическими граничными условиями (кольцо осцилляторов ФХН). Описанию исследуемой системы посвящена **глава 1**. В **главе 2** рассматривается влияние типа связи на поведение системы. В случае детерминированной системы (без воздействия шума) в системе можно наблюдать уединенные состояния, химерное состояние, кусочно-гладкий пространственный профиль, бегущие волны и явление полной синхронизации. В работе строится карта режимов кольца осцилляторов ФХН на плоскости управляющих параметров «Радиус связи-сила связи». В **главе 3** в каждый осциллятор ансамбля добавляется независимый источник шума и рассматривается, как он влияет на динамику кольца в каждом из вышеописанных режимов. Строятся карты режимов для различных уровней шума.

1. Исследуемая модель и методы проведения численных экспериментов

Рассматривается кольцо идентичных осцилляторов ФитцХью-Нагумо (ФХН) с диссипативной связью элементов в кольце и независимыми аддитивными источниками белого гауссова шума. Уравнения системы имеют вид:

$$\varepsilon \dot{x}_i = x_i - \frac{x_i^3}{3} - y_i + \varepsilon \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (x_j - x_i),$$

(1)

$$\dot{y}_i = \gamma x_i - y_i + \beta + \sqrt{2D} n_i(t),$$

$$i = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Граничные условия: $x_{i \pm N}(t) = x_i(t), y_{i \pm N}(t) = y_i(t)$.

Здесь i – номер элемента в кольце, x_i и y_i – динамические переменные, определяющие состояние i -го осциллятора, β , γ , и ε – параметры, определяющие динамику индивидуальных осцилляторов, σ – коэффициент связи с соседями, P – число соседей, связанных с каждым осциллятором с одной стороны, $n_i(t)$ – независимые нормированные источники гауссова белого шума, D – константа, задающая интенсивность источников шума.

Фиксированные параметры

1. Размер ансамбля:

$$N = 300$$

2. Параметры элементов:

$$\beta = 0.0001,$$

$$\gamma = 0.7,$$

$$\varepsilon = 0.2$$

Управляющие параметры:

Коэффициент связи σ , интенсивность шума D .

Система (3) интегрировалась методом Гюна второго порядка с шагом $\Delta t = 0.001$ с учетом источников шума. Параметры осцилляторов соответствуют бистабильному режиму с двумя точками равновесия.

2. Динамика кольца нелокально связанных осцилляторов ФХН в бистабильном режиме при различной топологии в отсутствии шума

2.1 Исследуемая модель

Для начала рассмотрим кольцо осцилляторов ФХН с различной топологией связи отдельных элементов (3*).

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x}_i = x_i + \frac{x_i^3}{3} - y_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} [x_j - x_i], \\ \dot{y}_i = \gamma x_i - y_i - \beta. \end{cases} \quad (1^*)$$

К исследуемой системе (3) добавляется матрица связи σ_{ij} , влияние шума в данном случае не рассматривается. Матрица связи σ_{ij} в случае нелокальной связи¹ определяется системой:

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i - P \leq j \leq i + P, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (2)$$

В случае отражающей связи матрица σ_{ij} задается:

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } N - i - P \leq j \leq N - i + P, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (3)$$

В случае диагональной связи матрица связи определяется следующим образом:

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } N/2 + i - P \leq j \leq N/2 + i + P, \\ 1 & \text{if } i - P \leq j \leq i + P, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (4)$$

Здесь и далее для сравнения влияния топологии связей на динамику кольца мы будем полагать $P = P_n = P_r = 2P_d$, тогда количество связей отдельного элемента с другими элементами сети одинаково для всех топологий.

2.2. Нелокальная, отражающая и диагональная связи при $P = 10$

При маленькой силе связи и радиусе $R = 10$ система может находиться в одном из двух устойчивых состояний, то есть имеет место явление бистабильности. С увеличением силы связи количество переключений уменьшается. При $\sigma = 0.1$ может наблюдаться химерное состояние для всех

¹ Все три типа связи являются нелокальными, однако в настоящей работе здесь и далее для простоты понимания под термином «нелокальная связь» подразумевается тип связи, описываемый уравнением (2).

трех типов связи. На Рис. 1 приведены пространственно-временные диаграммы для случаев различной топологии связи.

С увеличением параметра σ в случае диагональной связи получаем уединенные состояния или химеры, совмещенные с уединенными состояниями (Рис. 2,а, б). При $\sigma > 0.4$ получаем синхронный режим с периодическими колебаниями отдельных элементов (Рис. 2,в).

При уменьшении силы связи с $\sigma = 0.39$ и сохранении начальных условий, при некотором значении параметра силы связи, химерные состояния перестают существовать, наблюдается явление полной синхронизации.

2.3. Нелокальная, отражающая и диагональная связи при $P = 30$

При изменении радиуса до $R = 30$ связи существенных изменений не произошло. При маленьком значении силы связи существуют химерные состояния с разным числом некогерентных участков в зависимости от типа связи. Далее образуются уединенные состояния, затем следует полная синхронизация для всех рассматриваемых типов связи.

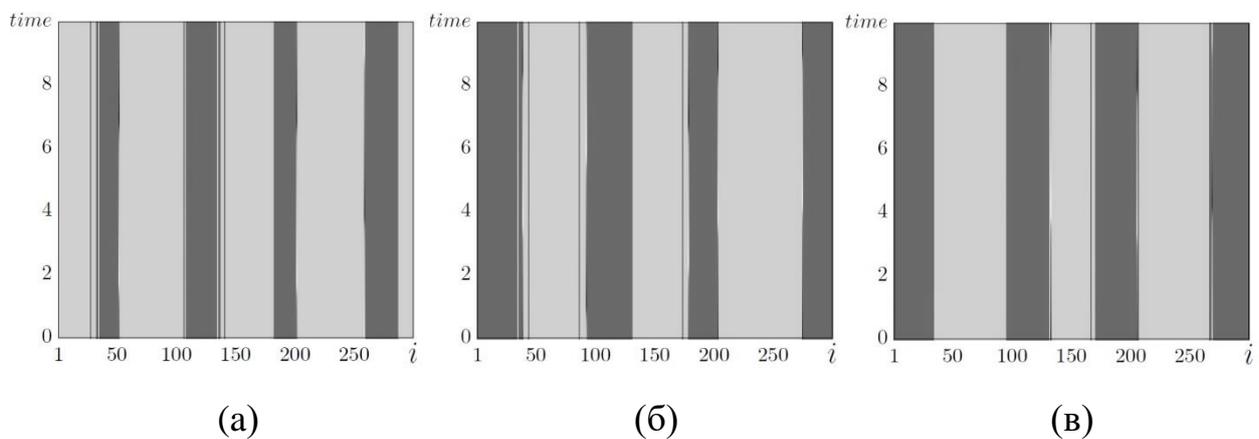


Рис. 1: Пространственно-временные диаграммы для химерных состояний с разным количеством областей некогерентности в зависимости от типа связи: диагональная связь (а); нелокальная связь (б); отражающая связь (в). Сила связи $\sigma = 0.1$, радиус связи $R = 10$.

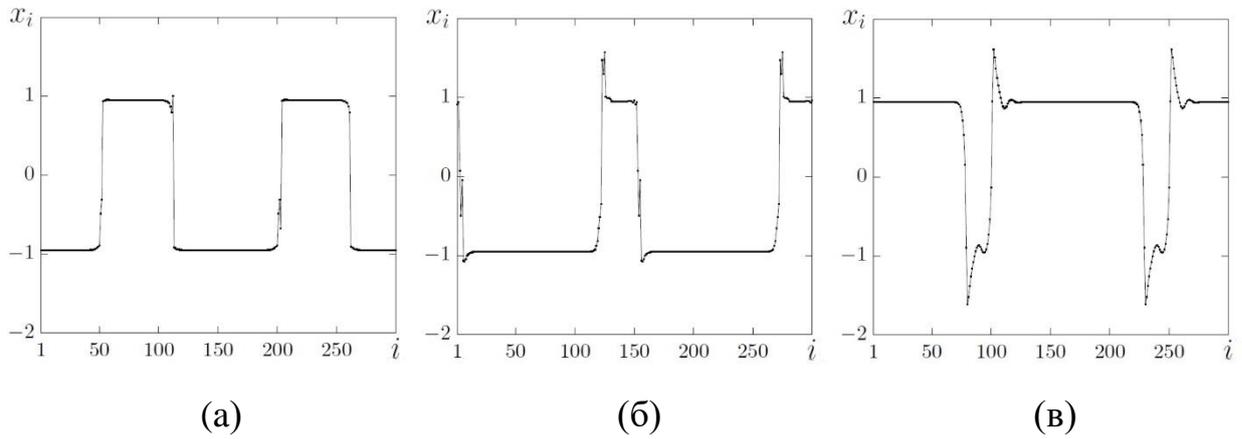
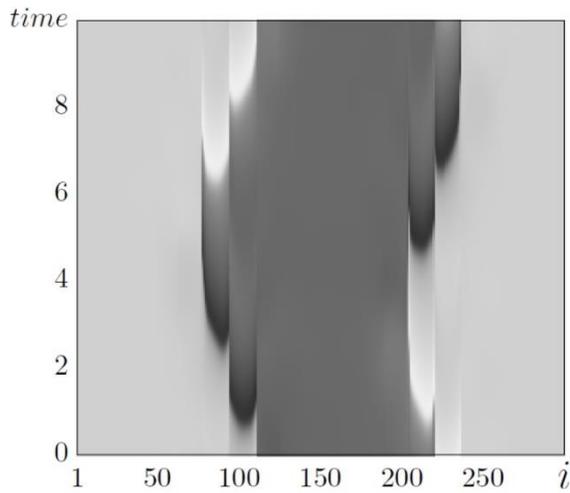


Рис. 2: Снимки мгновенных амплитуд системы при увеличении коэффициента связи в случае диагональной связи: $\sigma = 0.2$ (а); $\sigma = 0.38$ (б); $\sigma = 0.6$ (в). Параметр связи $R = 10$.

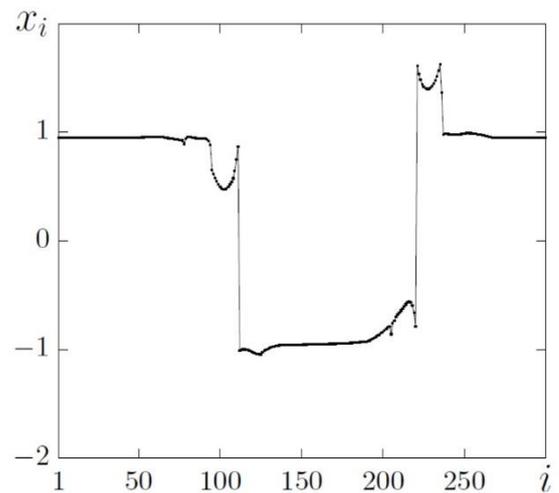
Для нелокальной и отражающей типов связи в области полной синхронизации по параметру σ есть участок, где появляются колебания ($\sigma \in [0.37; 0.39]$). Они совмещают в себе уединенные и химерные состояния. Для нелокальной связи мгновенные амплитуды и пространственные диаграммы показаны на Рис. 3. Для отражающей связи пространственно-временные диаграммы приведены на Рис 4.

2.4. Нелокальная, отражающая и диагональная связи при $R = 90$

При большом радиусе связи ($R = 90$) поведение системы изменяется, относительно предыдущих вариантов. С увеличением силы связи система переходит в режим полной синхронизации через уединенные состояния. Для диагональной и отражающей связях получаем синхронизацию, начиная с $\sigma = 0.1$, для нелокальной связи – $\sigma = 0.12$.

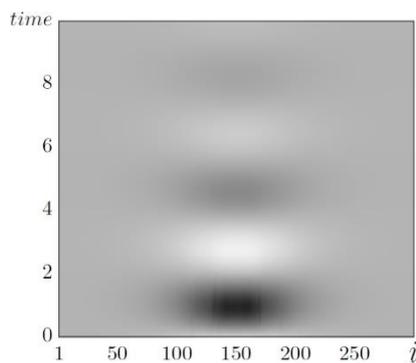


(a)

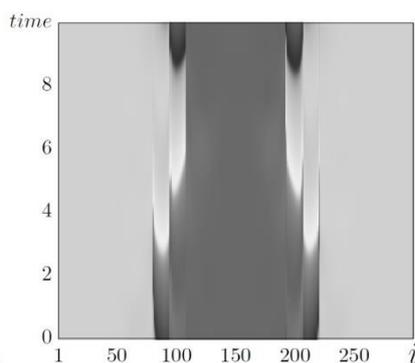


(б)

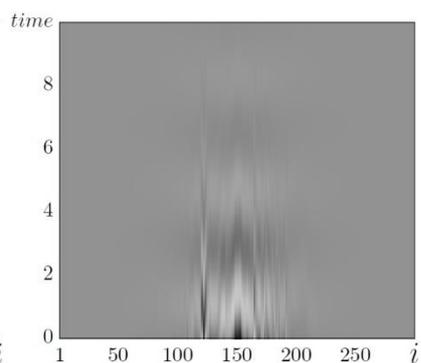
Рис. 3: Снимок мгновенных амплитуд (а) и пространственно-временная диаграмма (б) для химерной структуры при коэффициенте связи $\sigma = 0.38$ в случае нелокальной связи. Параметр связи $R = 30$.



(a)



(б)



(в)

Рис. 4: Пространственно-временные диаграммы системы при увеличении коэффициента связи в случае отражающей связи: $\sigma = 0.372$ (а); $\sigma = 0.376$ (б); $\sigma = 0.38$ (в). Параметр связи $R = 30$.

2.5. Карта режимов системы (1) бистабильных осцилляторов ФХН с нелокальной связью без шума на плоскости параметров « $P - \sigma$ »

Остановимся на нелокальной топологии связи. Рассмотрим поведение системы в диапазоне параметров $P \in [1:50]$, $\sigma \in [0:0.5]$. Начальные условия задавались случайным образом. Для данных начальных условий при вариации

параметров связи были получены четыре различных режима. Характерные для этих режимов пространственно-временные диаграммы и мгновенные пространственные профили приведены на Рис. 5 и Рис. 6, соответственно. Рисунок 5 демонстрирует основные режимы, встречающиеся в системе: неподвижная кластерная структура с кусочно-гладким профилем (а); двухъямная химера (б); полная синхронизация ансамбля (в); бегущая волна (г). Цветом показано распределение амплитуд каждого элемента кольца с течением времени.

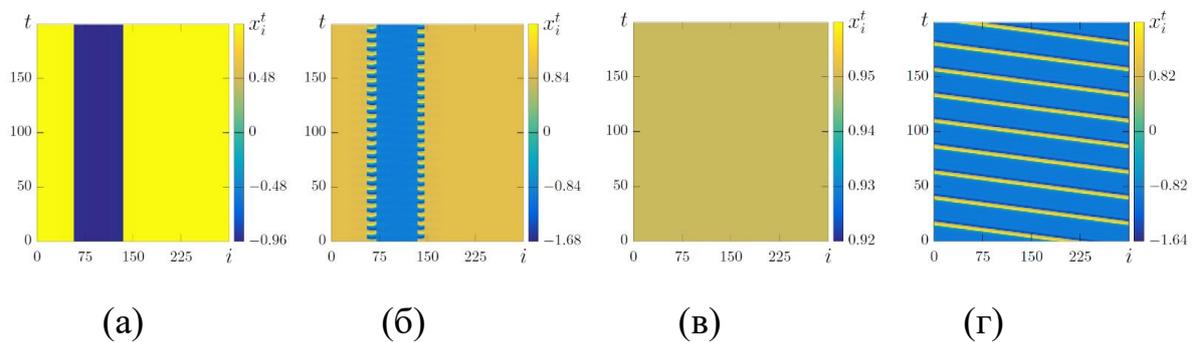


Рис. 5: Пространственно-временные диаграммы основных режимов системы уравнений (1) для $P = 30$ при различной силе связи: (а) стационарные кластерные структуры с кусочно-гладким пространственным профилем при $\sigma = 0.04$; (б) химерное состояние при $\sigma = 0.2$; (в) полная синхронизация осцилляторов при $\sigma = 0.3$; (г) бегущая волна при $\sigma = 0.48$.

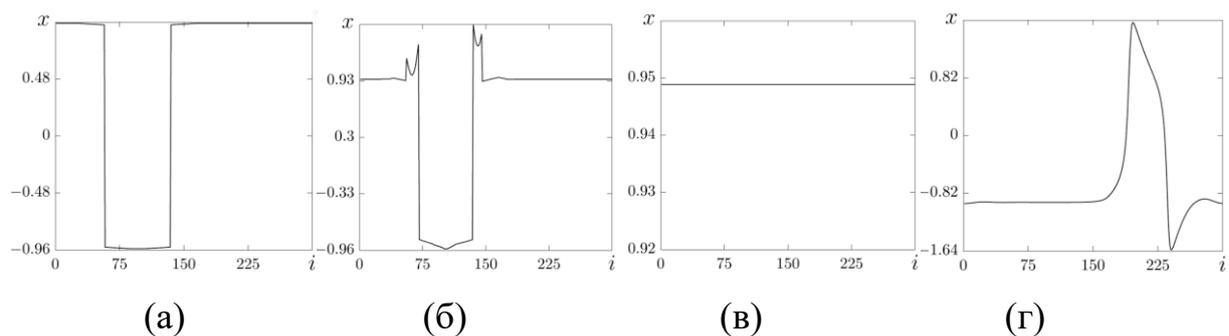


Рис. 6: Мгновенные пространственные профили основных режимов системы уравнений (1) для $P = 30$ при различной силе связи: (а) стационарные кластерные структуры с кусочно-гладким пространственным профилем $\sigma = 0.04$; (б) химерное состояние $\sigma = 0.2$; (в) синхронизация осцилляторов $\sigma = 0.3$; (г) бегущая волна $\sigma = 0.48$.

По полученным данным можно построить карту, на которой будет показан тот или иной режим системы в зависимости от управляющих параметров. В отсутствие шума имеем следующую картину распределения состояний системы в координатах силы связи и радиуса связи. (Рис. 7) На карте обозначены четыре основных режима системы: стационарные кластерные структуры с кусочно-гладким пространственным профилем (фиолетовый цвет), химеры (красный цвет), полная синхронизация осцилляторов (желтый цвет) и бегущие волны (зеленый цвет).

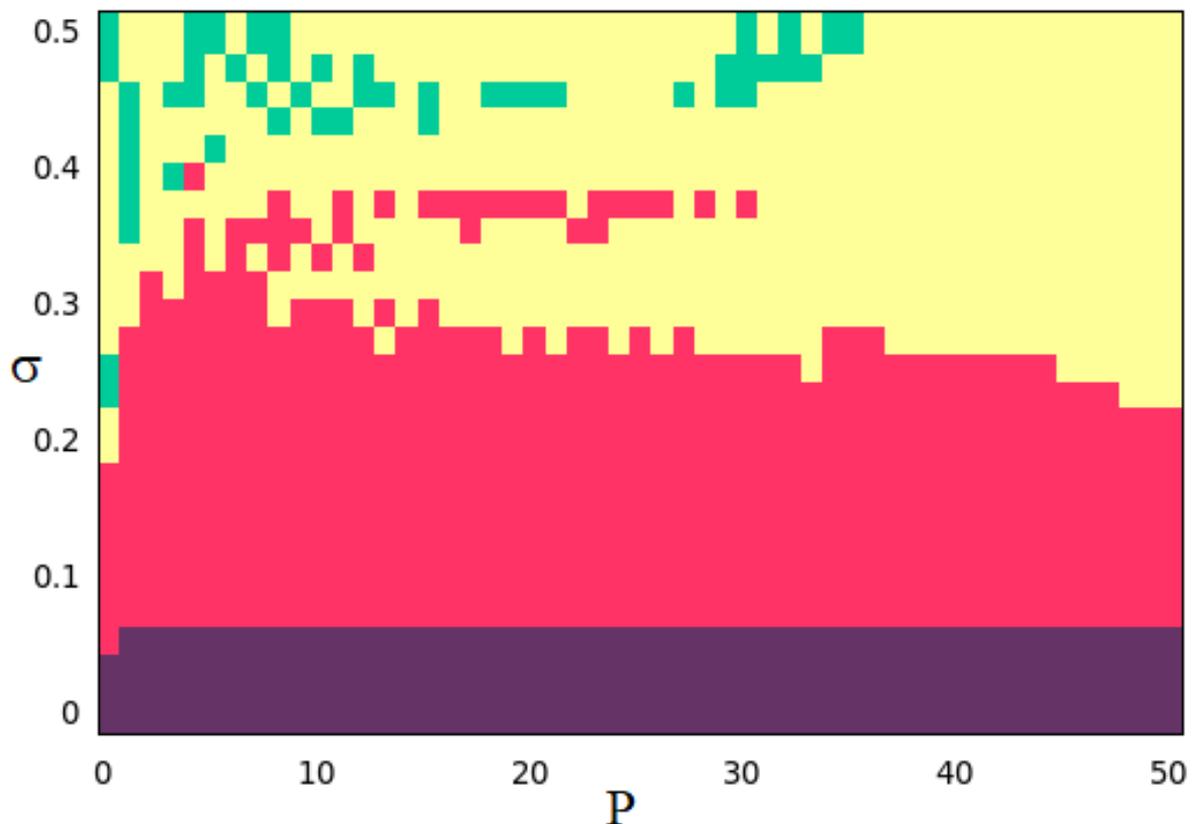


Рис. 7: Карта режимов системы уравнений (1) на плоскости параметров (P ; σ). Характерные режимы: стационарные кластерные структуры с кусочно-гладким пространственным профилем (фиолетовый цвет), химеры (красный цвет), полная синхронизация осцилляторов (желтый цвет) и бегущие волны (зеленый цвет). $\beta = 0.0001$, $\gamma = 0.7$, $\varepsilon = 0.2$, $D=0$.

3. Влияние шума на динамику кольца нелокально связанных осцилляторов ФХН

«Начальная» карта с нулевым шумом является отправной точкой исследования влияния шума на систему. Для некоторых значений интенсивности шума были построены такие же карты, чтобы проследить изменения в поведении системы.

3.1. Карта режимов системы (1) в бистабильном режиме с шумом на плоскости параметров «радиус связи – сила связи»

С добавлением даже небольшого шума общая картина меняется. Сужается область химерных структур и расширяется область стационарных кластерных структур с кусочно-гладким пространственным профилем. Изменений в пространственно-временных структурах не обнаружено. Количество бегущих волн сократилось, но не в так значительно по сравнению с химерами. (Рис. 8)

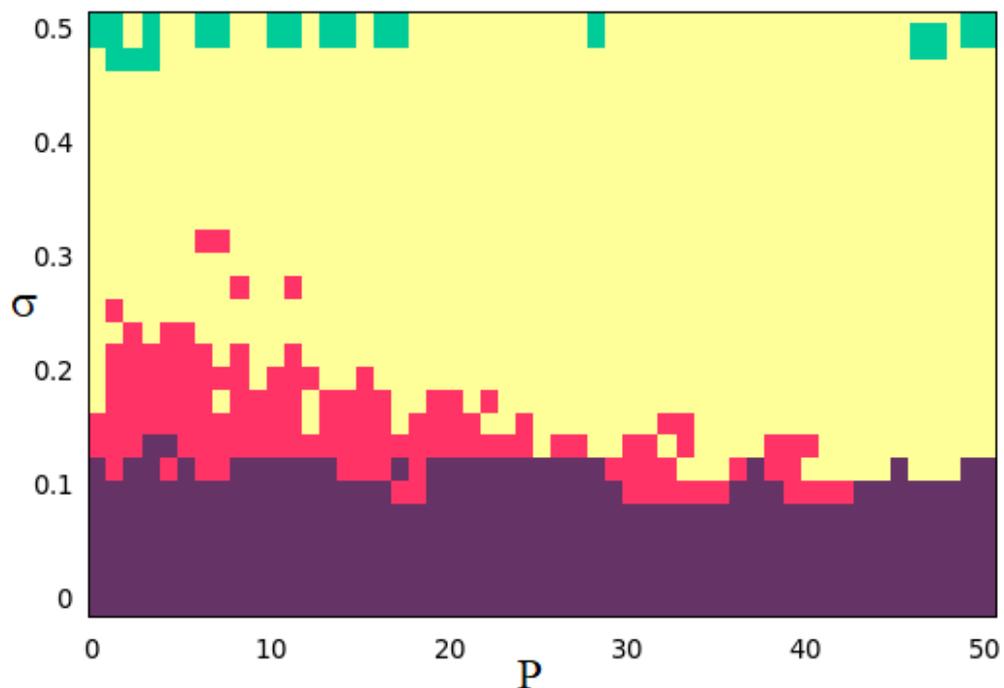


Рис. 8: Карта режимов системы уравнений (1) на плоскости параметров (P; σ). Характерные режимы: стационарные кластерные структуры с кусочно-гладким пространственным профилем (фиолетовый цвет), химеры (красный цвет), полная синхронизация осцилляторов (желтый цвет) и бегущие волны (зеленый цвет). $\beta = 0.0001$, $\gamma = 0.7$, $\varepsilon = 0.2$, $D=0.0005$.

При большем шуме $D = 0.001$ карта режимов отличается от вышеописанных (Рис. 9). Почти отсутствуют бегущие волны и стационарные кластерные структуры с кусочно-гладким пространственным профилем. На карте режимов можно отметить появление новой цветовой области, соответствующей режиму уединенных состояний (серый цвет).

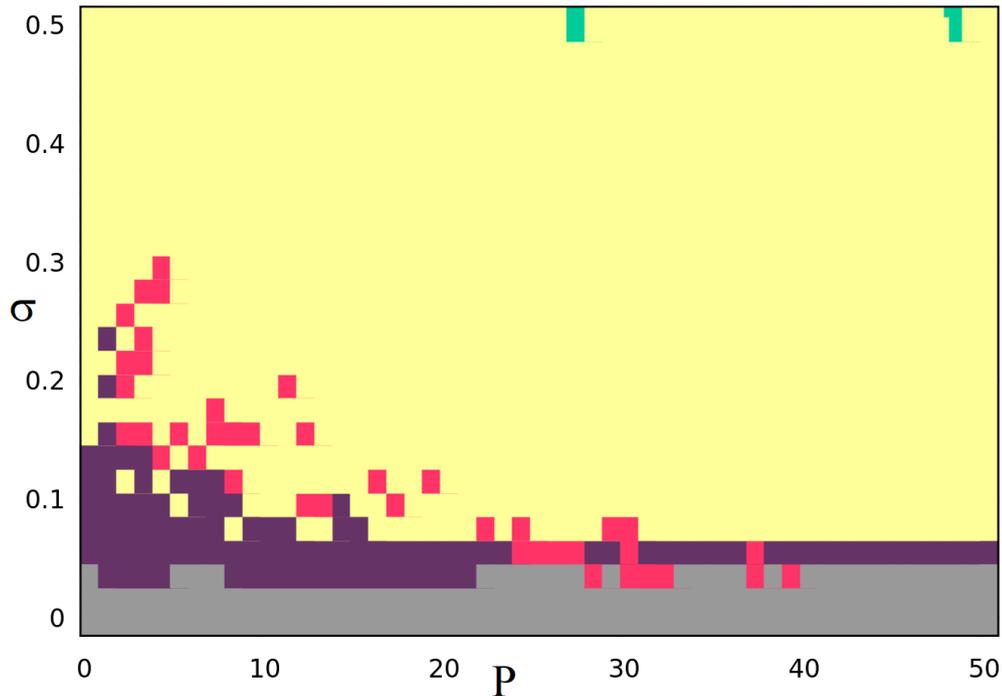


Рис. 9: Карта режимов системы уравнений (1) на плоскости параметров (P ; σ). Характерные режимы: уединенные состояния (серый цвет), стационарные кластерные структуры с кусочно-гладким пространственным профилем (фиолетовый цвет), химеры (красный цвет), полная синхронизация осцилляторов (желтый цвет) и бегущие волны (зеленый цвет). $\beta = 0.0001$, $\gamma = 0.7$, $\varepsilon = 0.2$, $D=0.001$.

3.2. Эволюция динамики системы в отдельных точках карты при изменении шума

В ходе дальнейшего исследования были взяты отдельные точки на плоскости (σ ; P). Производился анализ эволюции мгновенного пространственного профиля с ростом шума. Как видно из диаграмм ниже, при

маленьких значениях интенсивности шума имеем кусочно-гладкий пространственный профиль, затем он разрушается, и шумовое воздействие подавляет упорядоченные структуры. При увеличении шума возникают окна, в которых можно наблюдать химеры или уединенные состояния. На Рис.10 можно видеть возникновение химерного состояния с более широкими кластерами некогерентности при $D = 0.0006$, которая развивается в химеру уединенных состояний при $D = 0.0007$. Как следует из ее названия, некогерентный кластер данной структуры состоит только из осцилляторов в режиме уединенного состояния. Они были впервые исследованы в [9]. При $P = 45$ с ростом шума уединенных состояния становится все больше, так что они начинают заполнять все пространство системы.

Если обобщить динамику системы в различных точках карты, можно отметить три основных сценария эволюции химерных состояний: химера – полная синхронизация, химера – уединенные состояния, химера – химера уединенных состояний. Таким образом, численное моделирование динамики ансамбля нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо (1) показало, что в нем возможна реализация как режимов только уединенных состояний, так и химеры уединенных состояний.

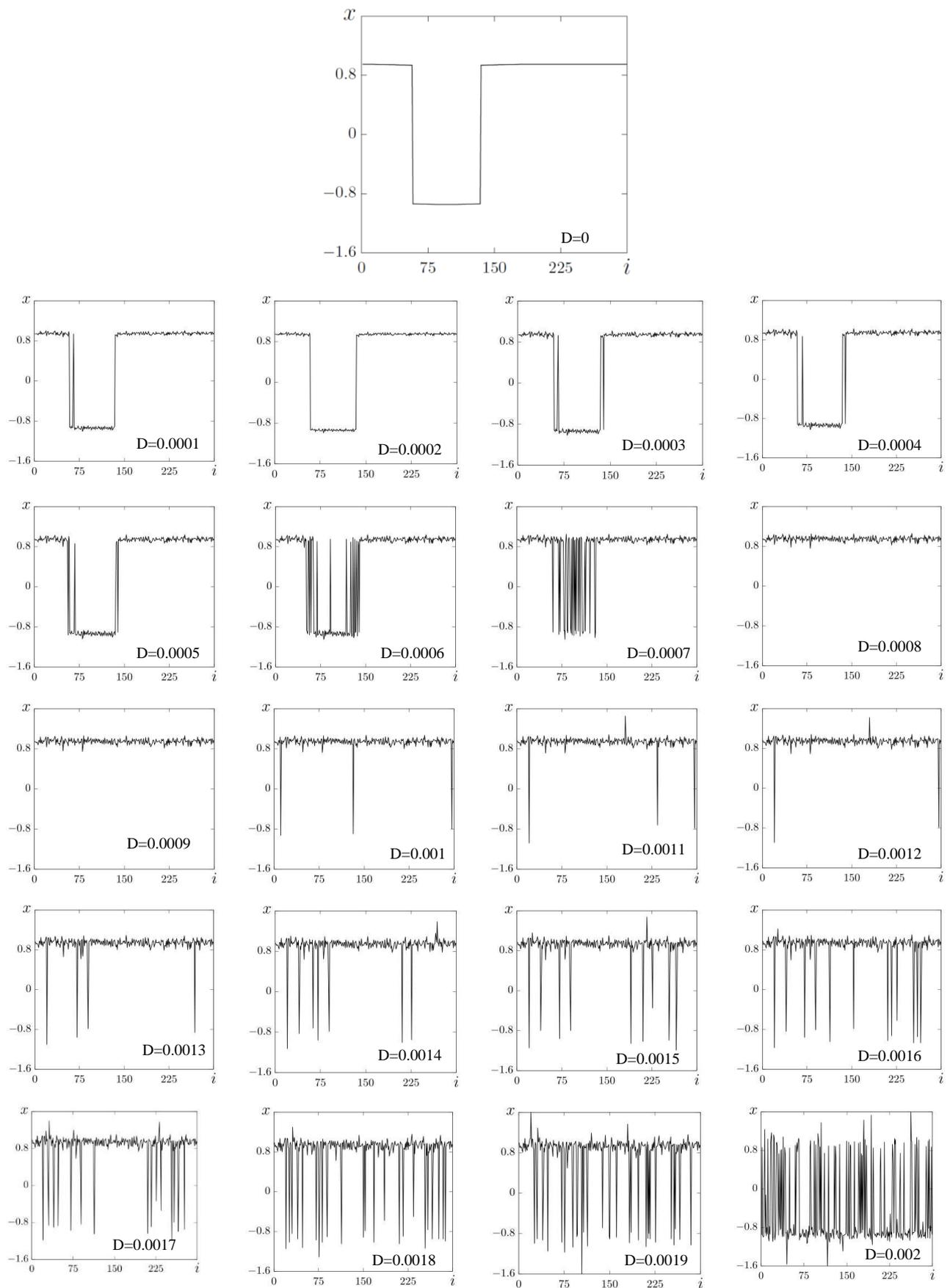


Рис. 10: Мгновенные пространственные профили при вариации интенсивности шума D в интервале 0.0001 – 0.002 (слева направо). $P = 45$, $\sigma = 0.04$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе было рассмотрено кольцо связанных потоковых осцилляторов ФитцХью-Нагумо, каждый элемент которого был взят в бистабильном режиме. Кольцо связанных осцилляторов с отражающей связью дает режим колебаний, отличный от тех, что наблюдаются в случае диагональной и нелокальной связях. Отсюда можно сделать вывод, что особый тип симметрии отражающей связи может вносить свои особенности в поведение ансамбля. Все наблюдаемые структуры являются устойчивыми в том смысле, что существуют в течение достаточно большого времени, и наблюдаются при различных реализациях начальных условий. В зависимости от начальных условий могут проявляться различные режимы поведения при одних и тех же параметрах системы, что говорит о мультистабильности системы.

В работе было рассмотрено влияние шума на систему ФитцХью-Нагумо в бистабильном режиме при нелокальной связи. При увеличении шума область существования химерных состояний сокращается, что говорит о плохой устойчивости химерных образований к внешнему воздействию. Химеры сохраняются по большей части при небольших значениях радиуса связи и в узком диапазоне по силе связи. С ростом шума уменьшается количество и бегущих волн, но при этом появляются уединенные состояния при достаточно малых значениях силы связи и почти для любых значений параметра нелокальности.

При исследовании влияния шума на систему в выбранной точке карты режимов были найдены химеры уединенных состояний. Они возникли при большом (относительно рассматриваемого диапазона) значении радиуса связи и маленькой силе связи, где как раз проходит область уединенных состояний. Однако большая часть химер с ростом шума переходит в режим полной синхронизации или в уединенные состояния.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Семенова Н. И., Анищенко В. С. Переход «когерентность – некогерентность» с образованием химерных состояний в одномерном ансамбле // Нелинейная динамика. 2016. Т. 12. № 3. С. 295–309.
- 2 Kholuianova I. A., Bogomolov S. A., Anishchenko V. S. Synchronization of Chimera States in Ensembles of Nonlocally Coupled Cubic Maps // Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics, 2018, vol. 18, iss. 2, pp. 103–111.
- 3 Максименко В.А., Горемыко М.В. и др. Возбуждение и подавление химерных состояний в многослойной сети осцилляторов с нелокальной связью // Известия Академии Наук. Сер. Физическая. 2017. Т. 81. №1. С. 121-124.
- 4 Tsigkri-DeSmedt, N.D., Hizanidis, J. et al. Chimeras in Leaky Integrate-and-Fire Neural Networks: Effects of Reflecting Connectivities // Eur. Phys. J. B. 2017. Vol. 90, № 7. P. 139.
- 5 Tsigkri-DeSmedt, N.D., Koulierakis, I. et al. Synchronization patterns in LIF Neuron Networks: Merging Nonlocal and Diagonal Connectivity // Eur. Phys. J. B. 2018. Vol. 91, №12. P. 305.
- 6 Loos, S.A.M., Claussen, J. Ch., Schöll, E., and Zakharova, A., Chimera Patterns under the Impact of Noise, Phys. Rev. E, 2016, vol. 111, no. 5, 054103, 5pp.
- 7 Zakharova, A., Loos, S., Siebert, J., Gjurchinovski, A., and Schöll, E., Chimera Patterns: Influence of Time Delay and Noise, IFAC-PapersOnLine, 2015, vol. 48, no. 18, pp. 7–12.
- 8 Semenova, N. I., Strelkova, G. I., Anishchenko, V. S., and Zakharova, A., Temporal Intermittency and the Lifetime of Chimera States in Ensembles of Nonlocally Coupled Chaotic Oscillators, Chaos, 2017, vol. 27, no. 6, 061102, 6 pp.
- 9 A. Bukh, E. Rybalova, N. Semenova, G. Strelkova, V. Anishchenko, Newtype of chimera and mutual synchronization of spatiotemporal structures in two coupled ensembles of nonlocally interacting chaotic maps. Chaos, 2017. Vol. 27, I. 11. P. 111102.