

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Нейронные сети в задачах идентификации и измерения параметров  
динамических систем**

**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 2 курса 2232 группы  
направления 03.04.03 Радиофизика  
Института физики  
Фомина Алексея Витальевича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ А.В. Шабунин

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Г.И. Стрелкова

Саратов 2021

В настоящее время в задачах моделирования и прогнозирования временных процессов всё чаще применяются методы, основанные на применении искусственных нейронных сетей. Данные методы позволяют решать широкий круг задач анализа временных рядов в различных областях знаний. Применение методов, основанных на искусственных нейронных сетях, обусловлено тем, что классические методы анализа временных процессов в большинстве своём основаны на линейной математике, однако применение таких методов не подходит для исследования процессов, которые характеризуются хаотическим поведением, так как подобные процессы отличаются непредсказуемостью на большом промежутке времени. Примерами таких процессов являются котировки акций, электроэнцефалограмма мозговой активности, центральная нервная система, химические реакции, динамика жидкостей и т.д. Проблема непредсказуемости динамики хаотических систем на больших промежутках времени связана с экспоненциальным ростом ошибок прогноза на каждом шаге прогнозирования. Таким образом, улучшение точности прогнозирования имеет большое значение при решении широкого круга практических задач. Также, одной из задач, решаемых при помощи искусственных нейронных сетей, является определение параметров динамических систем. Решение данной задачи позволяет получить значения управляющих параметров динамических систем, имея в распоряжении только временной ряд системы.

**Целью выпускной квалификационной работы** является разработка программного комплекса в среде программирования Matlab для моделирования работы нейронной сети прямого распространения, обучающейся по методу обратного распространения ошибок и исследование возможности сети для аппроксимации уравнений дискретных динамических систем, определения их параметров и предсказания динамики. Для достижения поставленной цели были определены следующие задачи:

1. Провести исследование работы сети по предсказанию динамики отображения в зависимости от хаотического режима, сопоставив ошибку предсказания с величиной показателя Ляпунова.

2. Провести исследование способности обученной нейронной сети определять значение параметров отображения в зависимости от колебательного режима, а также от структуры и сложности нейронной сети.

В ходе практического исследования была изучена работа искусственной нейронной сети для прогнозирования динамики и определения параметров нелинейного отображения, в качестве которого было выбрано отображение Эно. Для выполнения поставленной задачи был разработан программный комплекс в программной среде Matlab с пакетом расширения Neural Network Toolbox для моделирования многослойной искусственной нейронной сети прямого распространения сигнала.

Исследование работы искусственной нейронной сети в качестве фильтра-предсказателя динамики нелинейного отображения, а также использования нейронной сети для определения параметров отображения проводилось на примере двумерного квадратичного обратимого отображения Эно, которое имеет следующий вид:

$$x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n,$$

$$y_{n+1} = bx_n.$$

Параметр  $b$  характеризует степень диссипативности отображения и изменяется в пределах  $0 < b < 1$ . Параметр  $a$  отвечает за нелинейность.

Было проведено исследование искусственной нейронной сети в качестве фильтра-предсказателя. В общем, задача предсказания состоит в определении следующего значения временного ряда  $x_{n+1}$ , по известным значениям  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ .

Задача определения параметров состоит в извлечении нейронной сетью параметров  $a$  и  $b$  отображения по известным значениям временной реализации сигнала. Таким образом для первой задачи обучение нейронной сети проводится путём предоставления нейронной сети обучающей пары, состоящей

из  $n$  отсчётов временного ряда отображения и ожидаемого отклика нейронной сети на него, представляющего собой  $n+1$  значение временного ряда. Для второй задачи обучение проводится так же, предоставлением нейронной сети  $n$  отсчётов исследуемого сигнала, однако от сети ожидается отклик в виде двух параметров отображения. Обучение сети проводится по алгоритму Левенберга-Марквардта, который представляет собой комбинацию метода Ньютона с методом градиентного спуска.

Перед проведением исследования применения искусственной нейронной сети в качестве фильтра-предсказателя была проведена оценка величины среднеквадратичной ошибки от размера входной выборки, график зависимости которой приведён на рисунке 1 для режима 4-ленточного хаотического аттрактора и развитого хаотического аттрактора.

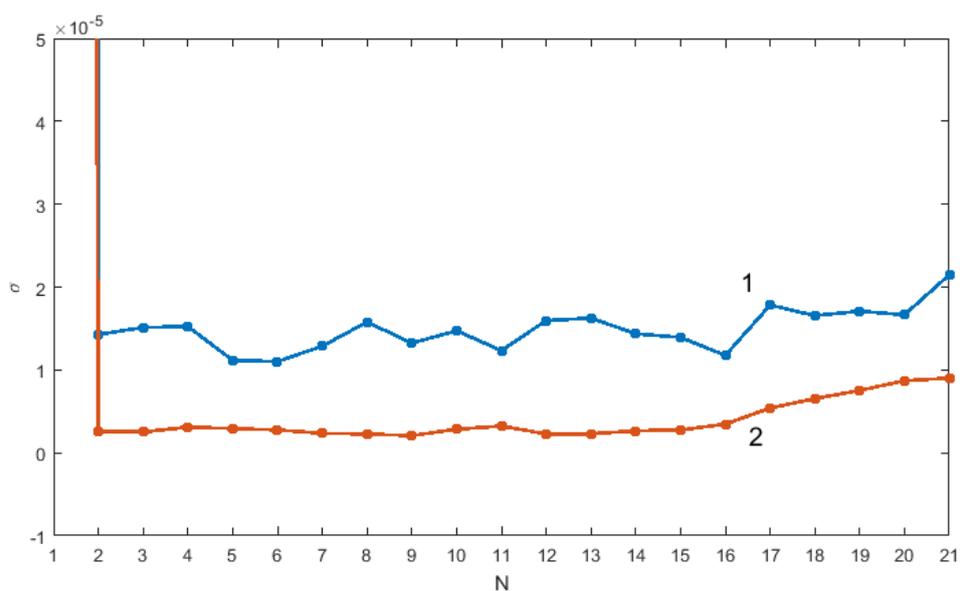


Рисунок 1 – График зависимости среднеквадратичной ошибки от размера входной выборки. Линия 1 – случай развитого хаотического аттрактора ( $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$ ), линия 2 – случай 4-ленточного аттрактора ( $a = 1.07$ ,  $b = 0.3$ )

Таким образом для исследования была выбрана выборка длиной 10 отсчётов, так как дальнейшее увеличение длины не приводит к уменьшению среднеквадратичной ошибки, но повышает вычислительную нагрузку и увеличивает время обучения. Из рисунка 1 также видно, что для предсказания следующего значения временного ряда требуется минимум 2 точки, так как

ошибка в случае одного значения в выборке значение среднеквадратичной ошибки имеет крайне высокое значение ( $\sigma \approx 0.2-0.5$ ).

Далее было проведено исследование зависимости среднеквадратичной ошибки от числа нейронов в первом (скрытом) слое нейронной сети. В результате была получена соответственная зависимость, которая изображена на рисунке 13.

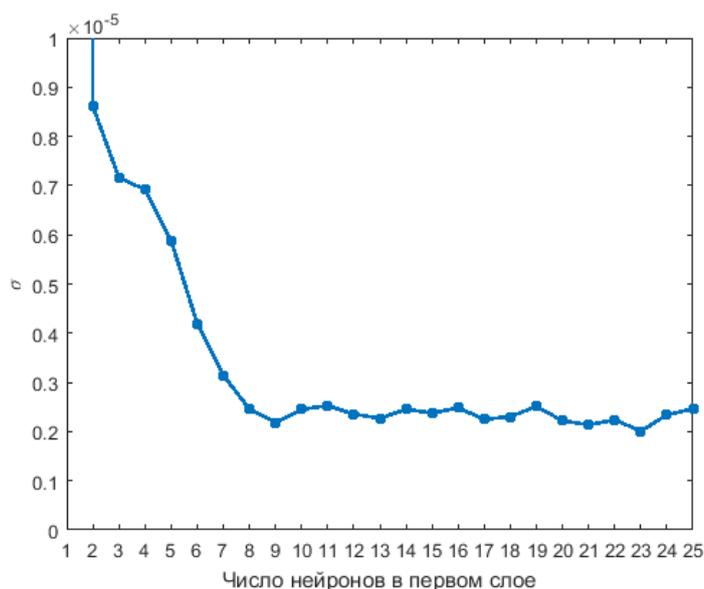


Рисунок 2 – Зависимость среднеквадратичной ошибки от числа нейронов в первом слое нейронной сети

Из рисунка 2 видно, что минимальная ошибка предсказания достигается при количестве нейронов в первом слое нейронной сети равном 9. Для исследования была выбрано число нейронов в первом слое равное 10. Таким образом, исследуемая нейронная сеть представляет собой сеть с двумя слоями нейронов, 10 нейронами в первом слое и 1 нейроном во втором.

При помощи нейронной сети с 10 нейронами в первом слое, и размерностью входов равной 10 было проведено исследование возможности прогнозирования следующих значений временного ряда в зависимости от режима отображения на примере 8-, 4- и 2-ленточного хаотического аттрактора, а также на примере развитого хаотического аттрактора. Результаты представлены на рисунках 3 и 4 для развитого хаотического аттрактора.

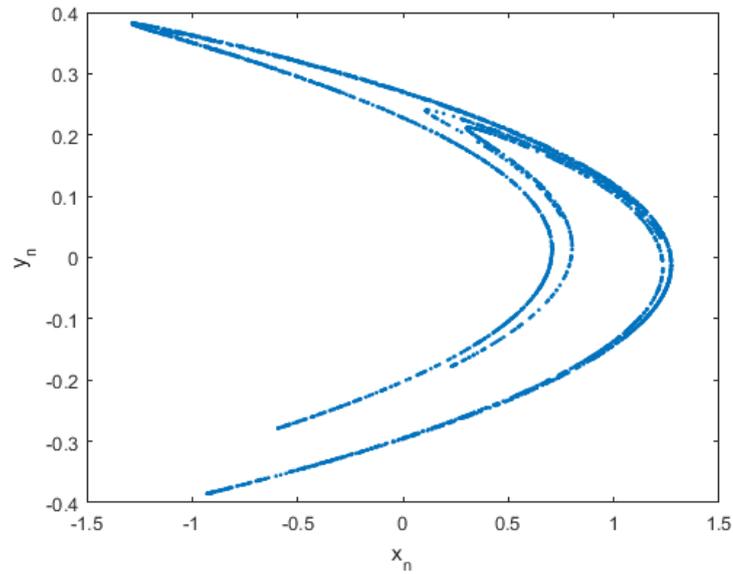


Рисунок 3 – Оригинальный вид развитого хаотического аттрактора отображения Эно.  $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$

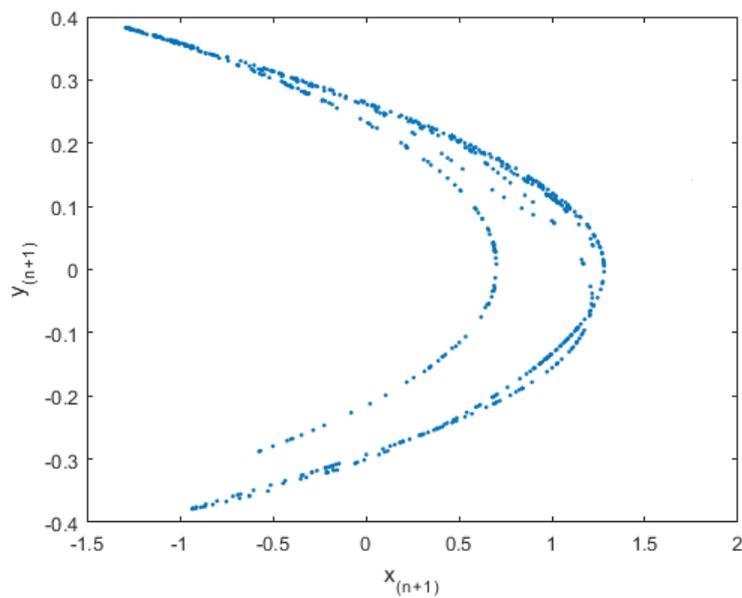


Рисунок 4 – Прогнозируемый развитой хаотический аттрактор отображения Эно.  $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$

Из анализа рисунков 3 и 4 видно, что двухслойная нейронная сеть позволяет прогнозировать динамику нелинейных отображений, а именно в хаотических режимах. Это также подтверждается сравнением среднеквадратичной ошибки с показателем старшего показателя Ляпунова в зависимости от изменения параметра  $a$ , которая изображена на рисунке 5. Из рисунка 5 видно, что сеть в качестве фильтра-предсказателя с достаточно

высокой точностью (порядка  $10^{-6}$ ) может определять следующее значение временного ряда, если режим отображения является периодическим (соответствует отрицательным значениям показателя Ляпунова). Однако в случае хаотического режима (положительные значения показателя Ляпунова), ошибка прогноза возрастает.

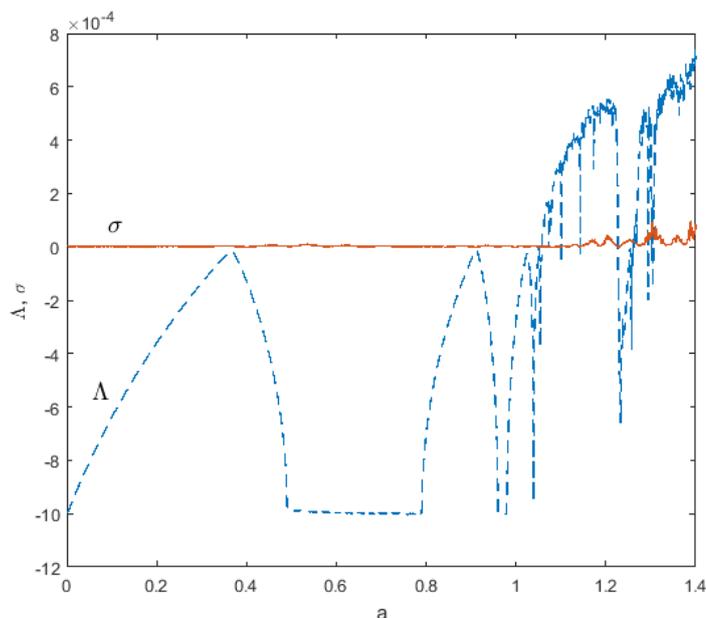


Рисунок 5 – Зависимость среднеквадратичной ошибки прогноза фильтра  $\sigma$  (изображена на графике сплошной линией), и характеристического показателя Ляпунова от параметра  $a$  отображения Эно (изображена на графике пунктирной линией) для двухслойной нейронной сети

Также была проведена оценка возможности применения двухслойной нейронной сети в качестве фильтра-предсказателя хаотической динамики отображения Эно. На рисунке 6 изображён результат работы нейронной сети в качестве фильтра-предсказателя временного ряда для хаотического режима ( $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$ ) отображения Эно в течении 30 итераций.

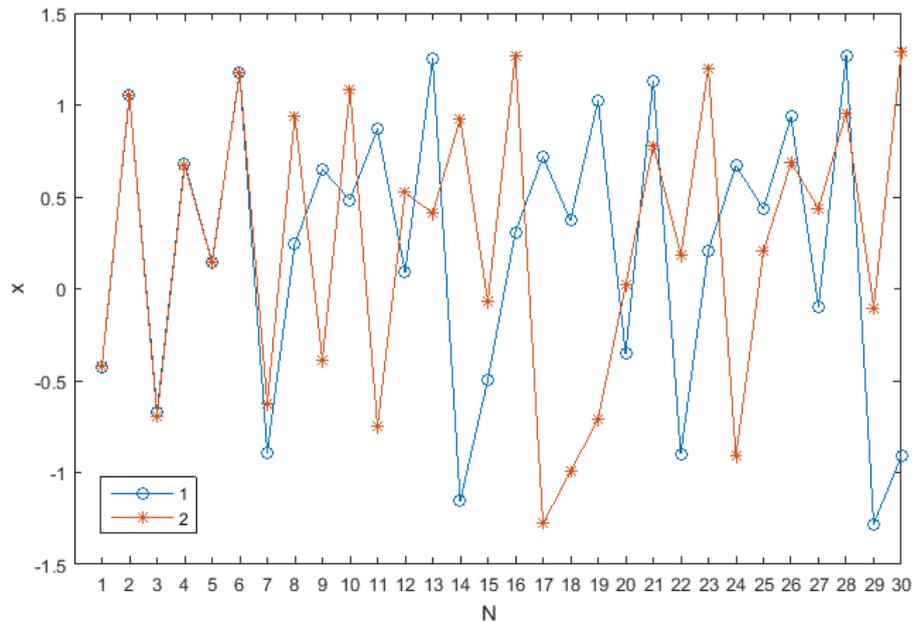


Рисунок 6 – Результат работы искусственной нейронной сети в качестве фильтра предсказателя: 1 – оригинальный временной ряд, 2 – прогнозируемый временной ряд

Из рисунка 6 видно, что сеть с высокой точностью (порядка  $10^{-5}$ ) может прогнозировать динамику отображения в течении 6 итераций работы, однако далее значения для отдельных точек начинают сильно отличаться, что обосновано хаотической природой временного ряда.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что двухслойная искусственная нейронная сеть может использоваться как фильтр-предсказатель динамики нелинейного отображения, однако в случае хаотического режима ошибка довольно быстро нарастает при последующих итерациях работы сети. В случае периодических режимов отображения, фильтр с достаточно высокой точностью прогнозирует следующее значение временного ряда.

Для исследования применения искусственной нейронной сети для определения параметров нелинейного отображения также было выбрано двумерное квадратичное отображения Эно.

Первоначально было определено оптимальное количество нейронов в первом слое сети по графику, изображённому на рисунке 7.

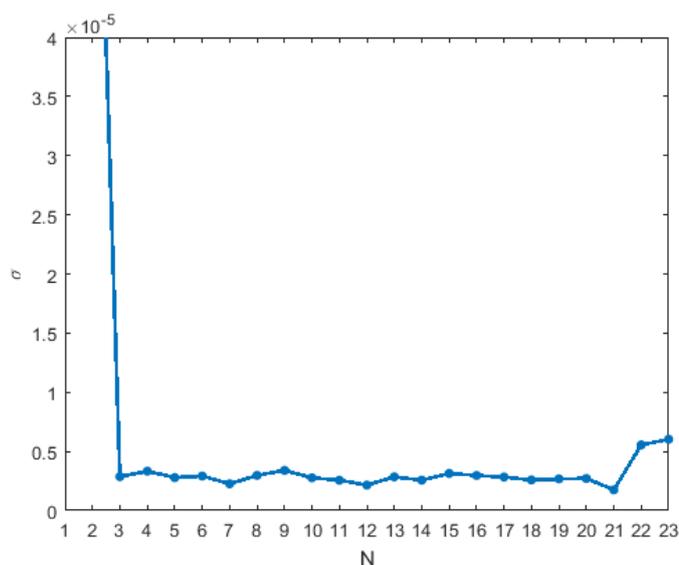


Рисунок 7 – Зависимость среднеквадратичной ошибки от числа нейронов в первом слое нейронной сети

Из рисунка 7 видно, что минимальная ошибка достигается при числе нейронов в первом слое больше 3. Однако, когда число нейронов выбирается больше 15 сеть становится переусложнённой, вследствие чего повышается вычислительная нагрузка, при этом, ошибка остаётся примерно на том же уровне. Таким образом, число нейронов в первом слое было выбрано равным 10. Нейронная сеть в этом случае имеет 10 нейронов в первом слое, и 2 нейрона во втором, так как от сети ожидаются 2 значения – параметры  $a$  и  $b$ . Далее была получена зависимость среднеквадратичной ошибки от размерности входных данных, которая представлена на рисунке 8.

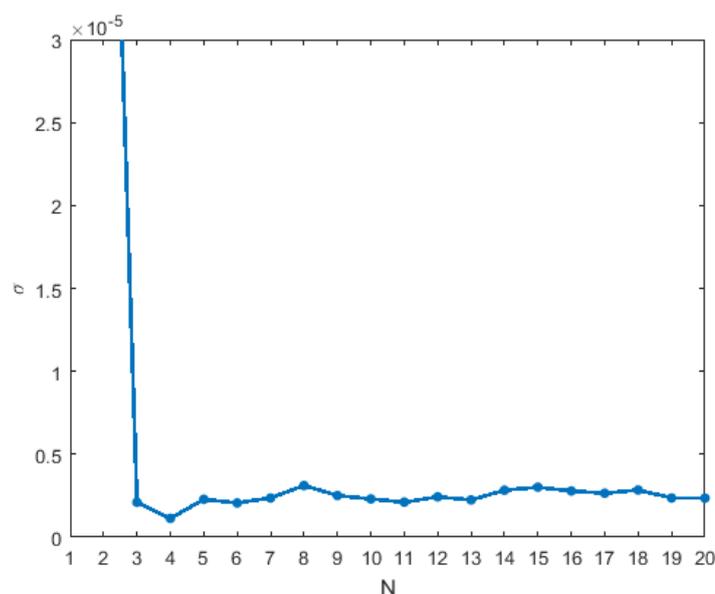


Рисунок 8 – График зависимости среднеквадратичной ошибки от размера входной выборки

Из рисунка 8 видно, что минимальной для определения параметров длиной выборки является  $N = 3$ . Для проведения следующего исследования была выбрана длина входной выборки равная  $N = 10$ . Это обосновано тем, что более высокие значения  $N$  не приводят к уменьшению среднеквадратичной ошибки, однако достаточно сильно усложняют вычисления с технической точки зрения.

Далее на основе сформированной двухслойной нейронной сети с 10 нейронами в скрытом слое было проведено исследование возможности применения этой сети для определения параметров нелинейного отображения Эно. Была получена изображённая на рисунке 9 зависимость среднеквадратичной ошибки и характеристического ляпуновского показателя в зависимости от изменения параметра  $a$ . Параметр  $b$  для удобства фиксируем на уровне  $b = 0.3$ . На вход сети подавалась «чистая» выборка и зашумлённая при помощи аддитивного белого шума.

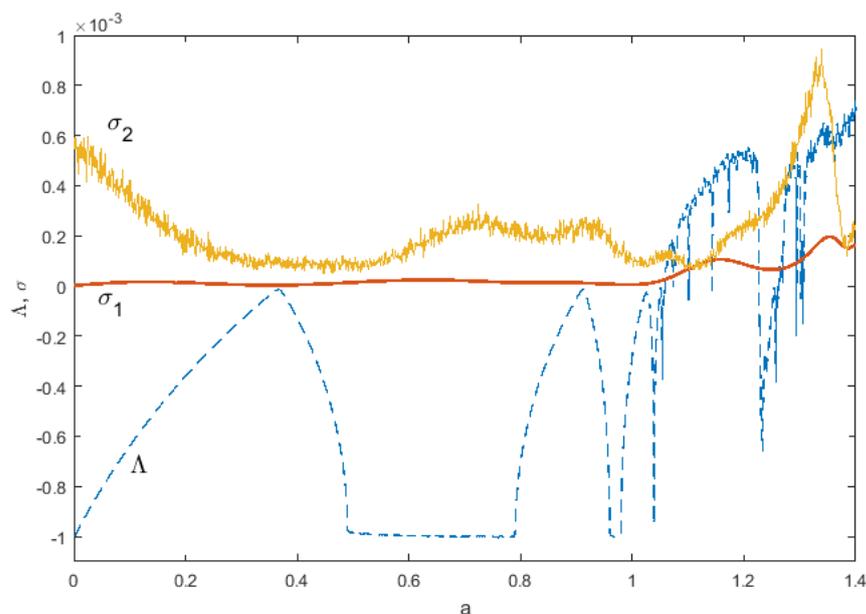


Рисунок 9 – Зависимость среднеквадратичной ошибки  $\sigma_1$  на «чистой» выборке, среднеквадратичной ошибки  $\sigma_2$  на зашумлённой выборке и характеристического показателя Ляпунова от параметра  $a$  отображения Эно (изображена на графике пунктирной линией) для двухслойной нейронной сети

Из рисунка 9 видно, что сеть довольно точно (порядка  $10^{-6}$ ) определяет параметры отображения, если режим отображения является периодическим, а выборка не зашумлена. В хаотическом режиме среднеквадратичная ошибка определения возрастает, как в случае «чистой», так и в случае зашумленной выборки. Сеть, обученная без шумового воздействия, также достаточно плохо справляется с определением параметров по заданному временному ряду, предоставляя точность порядка  $10^{-4}$ .

Далее были получены зависимости, аналогичные изображённым на рисунке 9, для случая обучения нейронной сети в присутствии шумового сигнала в виде аддитивного белого шума. График этих зависимостей представлен на рисунке 10.

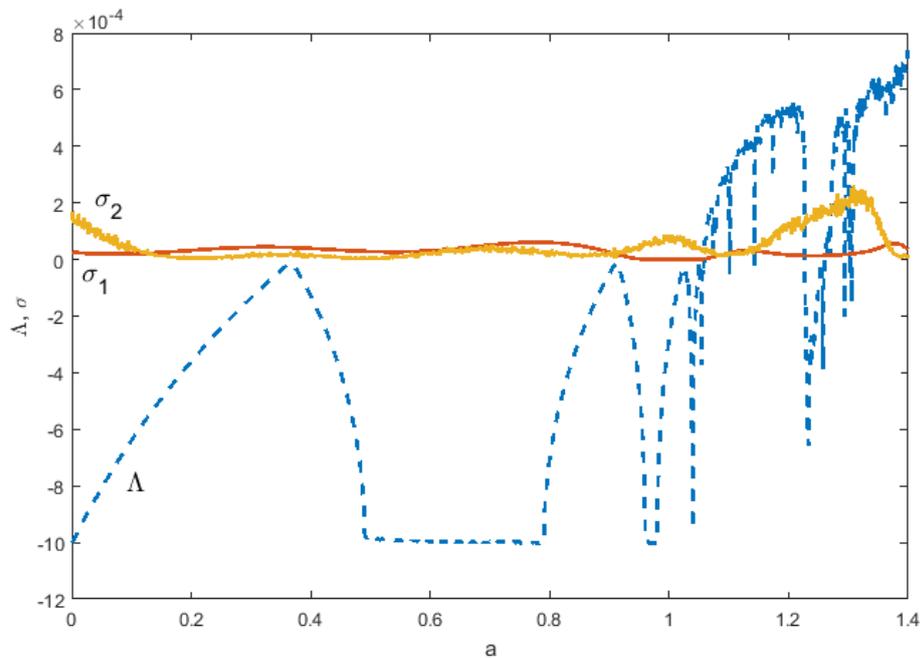


Рисунок 10 - Зависимость среднеквадратичной ошибки  $\sigma_1$  на «чистой» выборке, среднеквадратичной ошибки  $\sigma_2$  на зашумлённой выборке и характеристического показателя Ляпунова от параметра  $a$  отображения Эно (изображена на графике пунктирной линией) для двухслойной нейронной сети

Из сравнения рисунков 9 и 10 видно, что добавление шума при обучении нейронной сети позволяет снизить ошибку определения параметров для хаотического режима отображения Эно ( $a > 1, b = 0.3$ ). Также обучение в присутствии шума позволяет снизить ошибку определения параметров из зашумлённого сигнала.

В результате можно сделать вывод о том, что двухслойная искусственная сеть прямого распространения может использоваться для извлечения параметров нелинейного отображения из временного ряда. Полученные на рисунках 9 и 10 зависимости позволяют сделать вывод о том, что использование при обучении зашумлённой выборки положительно сказывается на способности сети определять параметры отображения, что особенно заметно в хаотическом режиме нелинейного отображения Эно.

В результате выполнения выпускной квалификационной работы было проведено исследование работы двухслойной искусственной нейронной сети в качестве фильтра-предсказателя динамики отображения на примере

нелинейного отображения Эно, а также исследовании возможности применения двухслойной нейронной сети для определения параметров нелинейного отображения.

По результатам практического исследования можно сделать вывод о том, что двухслойная искусственная нейронная сеть может использоваться для прогнозирования следующего значения временного ряда отображения, достаточно точно прогнозируя значение на следующем шаге в периодических режимах отображения (ошибка порядка  $10^{-6}$ ), и с меньшей точностью (ошибка порядка  $10^{-5}$ ), в хаотических режимах отображения. Также, по результатам исследования применения нейронной сети для определения параметров нелинейного отображения можно сделать вывод о том, что обучение в присутствии шума позволяет снизить ошибку определения параметров отображения.