

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Волновые явления в двух связанных цепочках осциллирующих и
неосциллирующих нелинейных элементов**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента(ки) 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Дмитриева Александра Александровича

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н.

К.С. Сергеев

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Саратов 2021

Введение

В последние годы наблюдается значительный рост исследовательской деятельности в области статистических данных, описаний систем, далеких от равновесия. Одно из актуальных направлений современной нелинейной динамики – исследование поведения ансамблей множества элементов, взаимодействующих посредством связи различного характера.

Моделирование динамики цепочек и решеток частиц играет важную роль в исследованиях поведения молекул и кристаллических решеток на микро и макроуровне. В подобных задачах обычно рассматриваются ансамбли из консервативных частиц, связанных нелинейными потенциальными силами.

Системы активной материи состоят из элементов (активных частиц, самоходных частиц, микросвиммеров и других), которые способны извлекать энергию из окружающей среды и преобразовывать ее в энергию упорядоченного движения, приводя себя далеко от равновесия. Из-за этого свойства они поддерживают ряд новых форм поведения, которые не достижимы материей при тепловом равновесии, таких как образование роя и другие коллективные эффекты.

К настоящему времени созданы синтетические прототипы активных материалов: так называемые “активные коллоиды” в виде сфер микронного размера, частично покрытых катализатором. Этот катализатор вызывает химическую реакцию с компонентом окружающей среды, в результате чего частицы получают импульс и начинают двигаться.

Поскольку получить точные аналитические решения даже для одномерной нелинейной решетки в большинстве случаев не представляется возможным, основным методом исследования является численный эксперимент.

Целью данной работы исследование волновых явлений в двух связанных цепочках осциллирующих и неосциллирующих нелинейных элементов.

Для рассмотрения этого вопроса была разработана математическая модель двух связанных цепочек с периодическими граничными условиями, одна из которых составлена из N идентичных частиц, а другая — из N

идентичных осцилляторов Ван-дер-Поля. Связь между частицами одной цепочки задается потенциалом Морзе, а между частицами двух цепочек — параболическим потенциалом.

Раздел 1 «Теоретические основы исследования волновых явлений» представляет собой обобщенные сведения о методах исследования волновых явлений и исследовании дискретных бризеров в частности.

В разделе 2 «Исследование зависимости изменения скорости в цепочке нелинейных осцилляторов Релея и активных частиц» мы даем точное описание модели и исследовании двух связанных цепочек посредством изменения параболического потенциала жесткости задающего связь двух цепочек с неизменными параметрами b , σ , ω , μ для каждой цепочки и найти критические значения, при которых происходят переходные процессы.

Основное содержание работы

Мы рассматриваем вопрос о взаимодействии солитоноподобных мод с бризерами. Для рассмотрения этого вопроса была разработана математическая модель двух связанных цепочек с периодическими граничными условиями, одна из которых составлена из N идентичных частиц, а другая — из N идентичных осцилляторов Ван-дер-Поля. Связь между частицами одной цепочки задается потенциалом Морзе, а между частицами двух цепочек — параболическим потенциалом. Обозначим смещения осцилляторов от положения равновесия q_i , а смещения частиц как p_i . Тогда в безразмерных переменных уравнения динамики элементов цепочки можно записать в виде:

$$\ddot{q}_i - \mu \left(1 - \frac{q_i^2}{v^2} \right) q_i + \omega_R^2 q_i = (1 - e^{q_i - q_{i+1}}) e^{q_i - q_{i+1}} - (1 - e^{q_i - 1 - q_i}) e^{q_i - 1 - q_i} + K(p_i - q_i)$$

$$\ddot{p}_i - \mu \left(1 - \frac{p_i^2}{v^2} \right) p_i = (1 - e^{p_i - p_{i+1}}) e^{p_i - p_{i+1}} - (1 - e^{p_i - 1 - p_i}) e^{p_i - 1 - p_i} + K(q_i - p_i)$$

Здесь величины $q_i = b(x_i - \sigma)(p_i = b(y_i - \sigma))$ соответствуют безразмерным отклонениям i -той частицы (осциллятора) от равновесного положения $x_i = i\sigma(y_i = i\sigma)$ в невозмущенной цепочке, σ определяет равновесное расстояние между соседними элементами, $\tau = \omega_M t$ определяет безразмерное время, где $\omega_M = \sqrt{2Db^2/m}$ — частота линейных колебаний частиц

цепочки за счет связи вблизи положений равновесия, ω_R — частота линейных колебаний осцилляторов в единицах ω_M . Безразмерные параметры v_0 и μ — стационарная скорость частицы и линейный коэффициент отрицательного трения Рэлея, соответственно; m — масса частицы, D и b — глубина потенциальной ямы и коэффициент жесткости потенциала Морзе. Коэффициент K определяет жесткость связи между элементами двух цепочек. Анализ динамики цепочки производится на основе результатов численного моделирования цепочки 24 пар осцилляторов/частиц с периодическими граничными условиями, выполненного методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования $\Delta\tau = 0.01$.

В данном случае параболический потенциала жесткости первой цепочки задаем с помощью изменяемого параметра K , а во второй цепочке он равен нулю.

Возбужденные солитоны очень широкие для $1 < \sim b\sigma$, что соответствует слабому взаимодействию между частицами. В случае $b\sigma < \sim 10$ мы имеем дело с приближением жесткой сферы. Тут используют $b\sigma = 4$ в качестве начального

значения для достижения задачи. Для $qi \approx 0$ значение μ задает скорость накачки энергии в частицу i . Конечное время определяется ω_M . В соответствии с этим требованием устанавливается для безразмерной частоты $\omega_M = 1$ и $\mu^2 \approx 2$. Недавно было показано, что в решетке N -частиц, моделируемой уравнением (1) при $\omega_R = 0$ с периодическими связанными условиями могут возбуждаться следующие установившиеся режимы:

1. Так называемые поступательные режимы с равномерным движением всей цепи как твердого тела в обоих направлениях.

2. Так называемый “оптический режим”. В этом случае скорости последовательных соседних частиц находятся в противоположных направлениях.

3. Моды в виде кноидальных волн, имеющих максимумы скорости и плотности, которые можно рассматривать как ансамбль диссипативных солитонов, включающий одну солитонную моду в качестве частного случая.

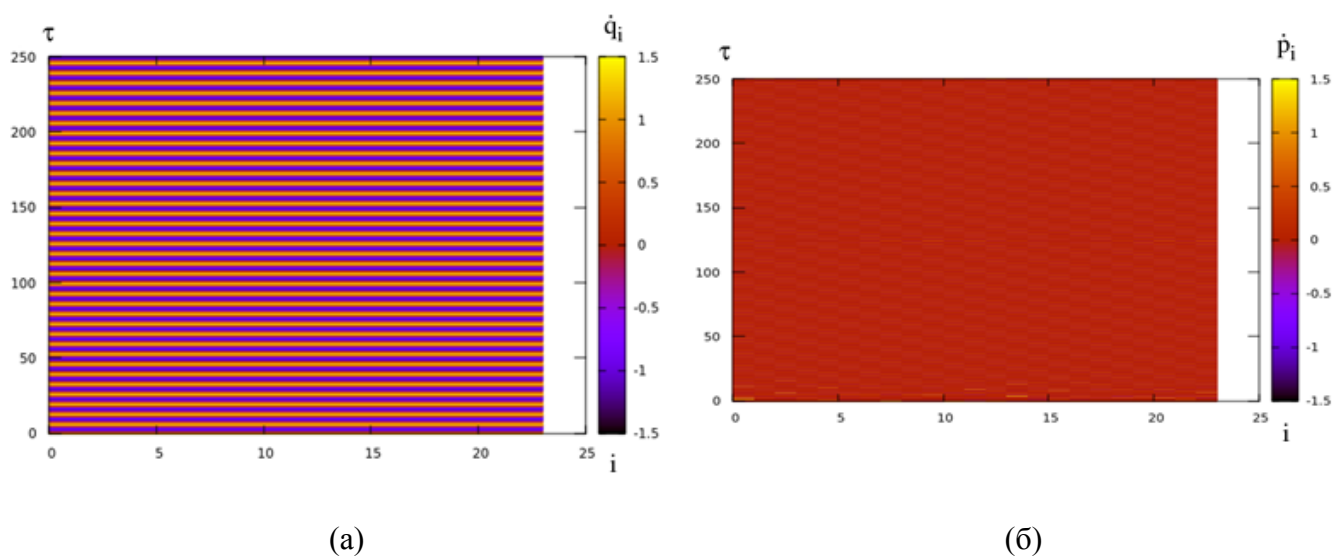


Рис. 1. Пространственно-временные диаграммы для цепочки осцилляторов Релея (а) и частиц (б). Цепочка осцилляторов Релея находится в

пространственно-однородном режиме, а по цепочке частиц можем наблюдать оптическую моду. Значения параметров: $b \sigma = 4; K = 0; \omega r = 1; \mu = 0.35$

Первая пара картинок соответствует начальному условию, при котором на цепочку мы не оказываем воздействия.

Проводя замеры для $b \sigma = 4$ получили положительный результат, относительно критического значения, которое можно найти при параметрах $b \sigma = 4; K = 0.61; \omega r = 1; \mu = 0.35$. При дальнейшем изменении параметра $K > 0.61$ можем наблюдать синхронизацию частиц, что можно обосновать. Так же заметим, что осциллятор воздействует на частицу, но в свою очередь частица не воздействует на осциллятор по условию нашего эксперимента т.к. связь однонаправленная.

Относительно первых двух измерений при значении $b \sigma = 2$, можем заметить в цепочке частиц режим, где оптическая мода переходит в синхронизацию ($K=0.4$), который мы не наблюдали в других случаях.

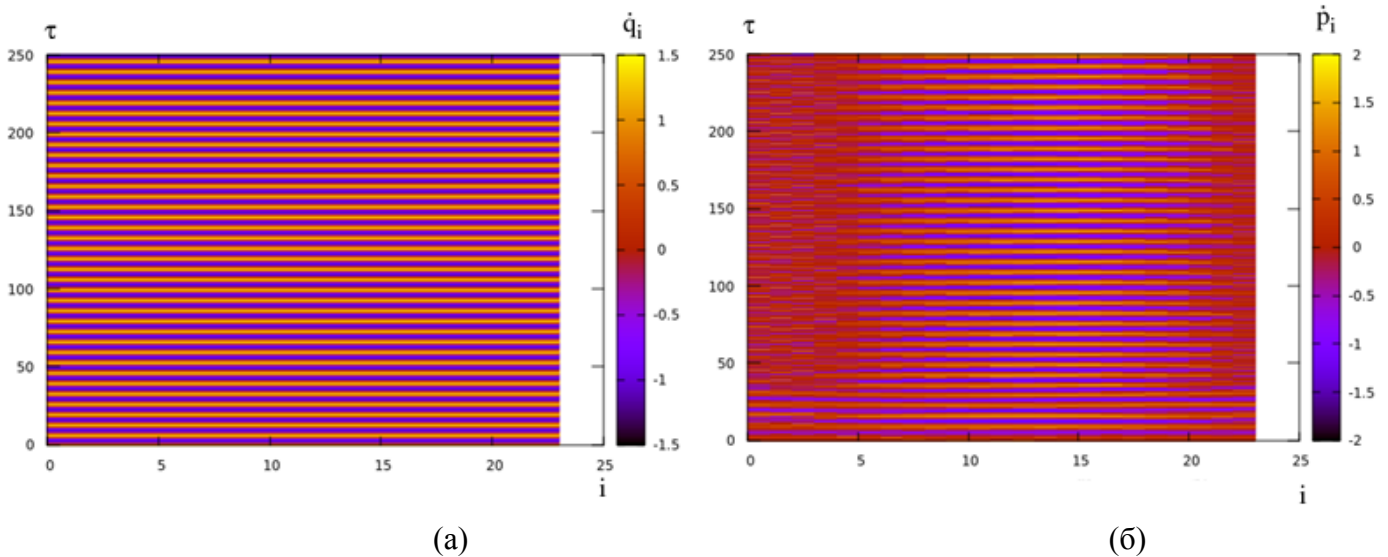


Рис. 2. Пространственно-временные диаграммы для цепочки осцилляторов Релея (а) и частиц (б). Цепочка осцилляторов Релея находится в пространственно-однородном режиме, а по цепочке частиц наблюдаем переходный процесс. Значения параметров: $b \sigma = 2; K = 0.4; \omega r = 1; \mu = 0.35$

Вывод

В ходе работы с помощью математической модели было проведено исследование двух связанных цепочек с периодическими граничными условиями, одна из которых составлена из N идентичных частиц, а другая — из N идентичных осцилляторов Ван-дер-Поля.

Проведя несколько экспериментов можем отметить:

Не при всех параметрах не удастся получить бризероподобное возбуждение на осцилляторах Ван-дер-Поля, что в дальнейшем помогло более тщательно выбирать начальные условия и проводить более точные расчеты.

Исследовали зависимость изменения параболического потенциала жесткости K диссипативного солитона, который достаточно быстро переходит в пространственно-однородный режим как в прошлых исследованиях.

Обращая внимание на результат исследований можем сделать вывод, что изменение параболического потенциала жесткости, задающего связь двух цепочек, напрямую влияет на период колебаний, что видно из диаграмм.

Исходя из данных исследований мы получили приблизительные значения критических значений, которые уменьшаются в соответствии с уменьшением параметра b σ , но изменение нелинейно. Получаем, что чем меньше потенциальная жесткость, тем меньше понадобится нам значение параболического потенциала жесткости нам понадобится для того, чтобы “задавить” колебания в цепочке частиц.