

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Модифицированный метод флуктуационного анализа  
нестационарных процессов**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 2232 группы  
направления 03.04.03 Радиофизика  
Института физики  
Каширина Алексея Владимировича

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ О.Н. Павлова

Зав. кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_ Г. И. Стрелкова

Саратов 2021

## Введение

Многие процессы в динамике природных систем демонстрируют степенные далекодействующие корреляции. Их характеристики часто используются для понимания поведения системы и выявления изменений, вызванных изменяющимися внешними условиями или переходами между различными типами сложной динамики. Корреляционный анализ экспериментальных данных ограничен двумя основными проблемами: 1) быстрым спадом корреляционной функции для случайных процессов и приближением этой функции к нулю, где ошибки вычислений (особенно для зашумленных сигналов) сильно влияют на количественную оценку степенного поведения, и 2) нестационарностью временного ряда, приводящей к зависимости оцениваемых величин от начального момента времени. Эти ограничения стали отправной точкой для разработки альтернативного подхода – метода анализа флуктуаций относительно тренда (DFA), предложенного для более эффективного корреляционного анализа нестационарных временных рядов [1, 2]. Его особенность заключается в переходе от быстро спадающей корреляционной функции к возрастающей функции (профилю сигнала или одномерному случайному блужданию), степенное поведение которой легче охарактеризовать. В последние десятилетия DFA рассматривается как достаточно универсальный подход в различных экспериментальных исследованиях. Тем не менее, его применимость к крайне нестационарным процессам все еще обсуждается. Некоторые авторы утверждают, что нестационарность может сильно повлиять на результаты DFA, хотя другие исследования не подтверждают этот вывод.

В своем стандартном варианте, описанном в первых статьях по этой теме [1, 2], DFA использует разбиение профиля сигнала на неперекрывающиеся сегменты с процедурой удаления тренда, которая включает в себя аппроксимацию тренда в пределах каждой части и его удаление. Профиль сигнала с удаленным трендом можно далее охарактеризовать в терминах среднеквадратичных флуктуаций, которые обычно увеличиваются с ростом

длины сегмента. Для этой цели в основном используется кусочно-линейная аппроксимация, хотя применимы и другие типы аппроксимаций. Такой подход хорошо адаптирован для достаточно однородных временных рядов с похожими характеристиками тренда вдоль всего сигнала. Однако часто реальная динамика сложных систем достаточно неоднородна, особенно для переходных процессов: удаление тренда приводит к малым среднеквадратичным флуктуациям для некоторых сегментов данных, в то время как эти флуктуации значительно больше для других сегментов. Если степень нестационарности существенно отличается для разных частей данных, то некоторые сегменты с наиболее сильно выраженной нестационарностью могут оказывать доминирующее влияние на оцениваемые величины, и роль других сегментов при этом снижается.

Недавно был предложен модифицированный подход для неоднородных процессов, который расширяет стандартный вариант реализации метода DFA за счет введения дополнительной величины, характеризующей особенности нестационарного поведения [3, 4]. Этот модифицированный метод использует два показателя скейлинга, которые позволяют проводить более детальный анализ нестационарных данных.

**Целью выпускной квалификационной работы** является дальнейшая модификация метода флуктуационного анализа, изучение возможностей и ограничений модифицированного метода для различных типов нестационарности на примере случайных процессов с известными статистическими характеристиками, а также применение модифицированного флуктуационного анализа к экспериментальным данным.

**Материалы исследования.** Исследования проводились, используя различные тестовые примеры нестационарных процессов различного типа и экспериментальные данные (сигналы электрической активности головного мозга лабораторных животных).

Выпускная квалификационная работа содержит введение, две главы (1. Краткие теоретические сведения; 2. Результаты проведенных исследований), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 60 стр.

### **Основное содержание работы**

**Краткие теоретические сведения.** В работе применялся модифицированный метод DFA. Проведено его тестирование на различных примерах нестационарных процессов и представлен вариант дальнейшего улучшения метода.

**Модифицированный метод флуктуационного анализа.** Стандартный вариант DFA предусматривает переход от исходного сигнала  $x(i)$  к его профилю (или одномерному случайному блужданию)  $y(k)$ . Затем проводится разделение профиля  $y(k)$  на  $M$  неперекрывающиеся сегмента, имеющих одинаковую длину  $n$ . В пределах каждого сегмента осуществляется аппроксимация локального тренда методом наименьших квадратов, и в результате будет получена функция  $y_n(k)$ , описывающая тренд. Расчет среднеквадратичного отклонения  $F(n)$  профиля  $y(k)$  от тренда  $y_n(k)$  позволяет получить зависимость  $F(n)$ , которая часто имеет степенной характер  $F(n) \sim n^\alpha$ .

Неоднородная структура многих экспериментальных процессов может приводить к сильным изменениям среднеквадратичных отклонений профиля сигнала от локального тренда на разных участках. Вследствие этого некоторые сегменты оказывают сильное влияние на значения  $F(n)$ , в то время как роль других частей становится совсем небольшой.

Чтобы учесть такую типичную неоднородность среднеквадратичных отклонений, было предложено следующее расширение стандартного метода DFA – метод EDFA, которое состоит в следующем. В дополнение к обычному алгоритму оценивается мера

$$dF(n) = \max[F_{loc}(n)] - \min[F_{loc}(n)], \quad (1)$$

где  $F_{loc}(n)$  – локальные среднеквадратичные отклонения профиля сигнала от тренда, вычисленные только в пределах одного сегмента. Поскольку расчеты проводятся для сегмента длины  $n$ , то количество таких величин зависит от  $n$ . Величина  $dF(n)$  – это разница между максимальным и минимальным локальными среднеквадратичными отклонениями для сегментов. Для стационарных процессов при заданном  $n$  разброс значений  $F_{loc}(n)$  будет сравнительно небольшим, и величина  $dF(n)$  приближается к нулю. При наличии сильной нестационарности  $dF(n)$  принимает значения в диапазоне от нуля до  $\max[F_{loc}(n)]$ . Обычно наблюдается рост  $dF(n)$  с ростом  $n$ , и соответствующая степенная зависимость для этой величины описывается другим показателем скейлинга

$$dF(n) \propto n^\beta. \quad (2)$$

**Результаты проведенных исследований.** Обратимся снова к методу EDFA, согласно которому вводятся в рассмотрение локальные среднеквадратичные отклонения профиля сигнала от тренда, вычисленные только в пределах одного сегмента –  $dF(n)$  по формуле (1) и далее анализируется их степенное поведение, описываемое формулой (2). Затем вычисляется показатель скейлинга  $\beta$ .

Однако при таком определении величина  $\beta$  становится очень чувствительным к артефактам в экспериментальных записях. Существование единственного артефакта может привести к большому локальному среднеквадратическому отклонению на одном из участков и, следовательно, к изменению значения  $\max[F_{loc}(n)]$ , что несомненно сказывается на устойчивости метода. В частности, зависимость  $dF(n)$  может демонстрировать сильные флуктуации с изменением  $n$ . Более стабильный алгоритм основан на статистическом анализе  $F_{loc}(n)$  и использовании стандартного отклонения этих величин в качестве меры неоднородности сигнала. Таким образом, предлагается вместо формулы (1) рассмотреть другую зависимость

$$(F_{loc}(n)) \propto n^\beta. \quad (3)$$

На рисунке 1 проводится сравнение зависимостей, описываемых формулами (2) и (3), при рассмотрении их в двойном логарифмическом масштабе для случая  $1/f$ -шума. Отметим, что это очень простой пример однородного процесса, то есть не учитываются никакие артефакты в сигнале, которые могут повлиять на устойчивость метода. Но даже в этом случае заметно, что использование определения (3) снижает вариабельность (ошибку) вычисляемой величины. Выполненные расчеты подтверждают это. Так, стандартная ошибка вычисления  $\beta$  составляет 0.0038 при определении (2) и 0.0023 при использовании формулы (3).

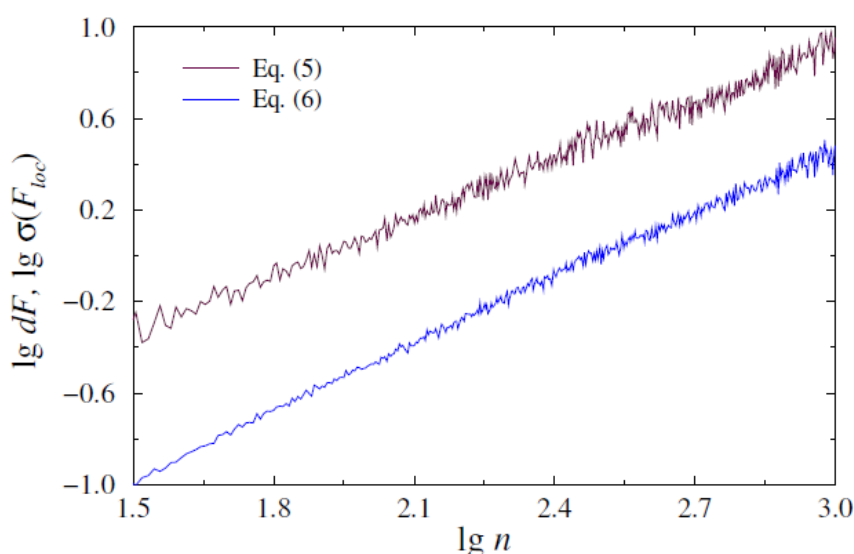


Рисунок 1 – Зависимости, описываемые формулами (2) и (3) в двойном логарифмическом масштабе для  $1/f$ -шума. Значения стандартных ошибок вычисления показателя скейлинга составляют 0.0038 при расчетах по формуле (2) и 0.0023 при использовании формулы (3).

Если рассматривать неоднородные процессы, которые содержат отдельные выбросы, артефакты записи, вызванные, например, сбоями измерительной аппаратуры, то преимущества предлагаемого модифицированного метода станут более очевидными. По этой причине в работе рассматривался вариант определения показателя скейлинга  $\beta$  по формуле (3).

В работе рассмотрено применение метода EDFA к анализу трех вариантов нестационарного поведения:

1) Меняющийся по времени низкочастотный тренд, то есть случай, когда характеристики медленной нестационарности («плавающего» среднего уровня) меняются вдоль сигнала, что происходит, например, при переходных процессах. В этом случае характеристики нестационарности будут отличаться на разных участках записи.

2) Наличие перемежающегося поведения, когда происходят переключения между режимами со разными статистическими характеристиками.

3) Нестационарность, вызванная изменениями энергетических характеристик (мгновенных амплитуд). Отметим, что такой вариант нестационарности даже не рассматривается в рамках стандартного метода DFA, ориентированного, прежде всего на случай наличия низкочастотного тренда.

В качестве тестовых сигналов для проведения исследований были выбраны 4 варианта шума:

- 1) белый шум ( $\alpha=0.5$ );
- 2) шум  $1/f$  ( $\alpha=1.0$ );
- 3) цветной шум с анти-коррелированной структурой (например, производная  $1/f$  – шума,  $\alpha\approx 0.1$ );
- 4) винеровский случайный процесс (интеграл от белого шума,  $\alpha=1.5$ ).

Для этих процессов параметры подбирались так, чтобы диапазон изменения случайной величины был приближенно одинаковым (кроме случая сильно нестационарного винеровского процесса).

Было показано, что каждый из этих типов нестационарности приводит к изменению показателей скейлинга, характеризующих диапазон далекодействующих корреляций. Тренд сильнее влияет на диагностику антикоррелированных процессов и приводит к смещению обоих показателей,  $\alpha$  и  $\beta$ . При увеличении  $\alpha$  и соответствующем переходе от антикорреляций к положительным степенным корреляциям изменения показателей скейлинга становятся менее выраженными. В случае переключения между случайными процессами показатели скейлинга принимают значения, которые ближе к

показателям процесса с большим  $\alpha$ . Таким образом, первые два типа нестационарности затрудняют диагностику антикоррелированных процессов. Нестационарность энергетических характеристик приводит к другому эффекту. Хотя она изменяет вычисляемые характеристики всех сигналов, более сильное смещение показателя скейлинга происходит для временных рядов с положительными далекодействующими корреляциями. Полученные результаты показывают, что знание эффектов нестационарности важны для надежной характеристики сложных процессов. Несмотря на мнение, что DFA может быть применен к экспериментальным данным без предварительной обработки, устранение нестационарности на первом этапе (если такая процедура возможна) является важной задачей, которая может существенно улучшить достоверную интерпретацию результатов. Отметим, что показатель  $\beta$  значительно более чувствителен ко всем типам нестационарности.

Наряду с анализом тестовых сигналов, были проведены исследования, направленные на изучение способности метода EDFA характеризовать влияние депривации сна (отсутствия сна в течение некоторого периода времени, превышающем 1 сутки) на электрическую активность мозга. С этой целью были проанализированы сигналы ЭЭГ, полученные у бодрствующих мышей в двух разных состояниях - фоновая электрическая активность мозга и электрическая активность после кратковременной депривации сна (1 сутки). Эффекты кратковременной депривации сна менее очевидны в отличие от длительного отсутствия сна. В работе исследовалось, как эти эффекты отражаются в характеристиках метода EDFA.

На рисунке 2 показаны два примера зависимостей  $\lg F$  от  $\lg n$  для отдельных 5-минутных сегментов ЭЭГ, измеренных у бодрствующих мышей до и после депривации сна (бордовая и синяя зависимости, соответственно). Они иллюстрируют наиболее выраженные различия между состояниями для  $\lg n > 3,9$ . Видно, что с уменьшением  $\lg n$  различия в наклонах по-прежнему наблюдаются, но они становятся слабее.



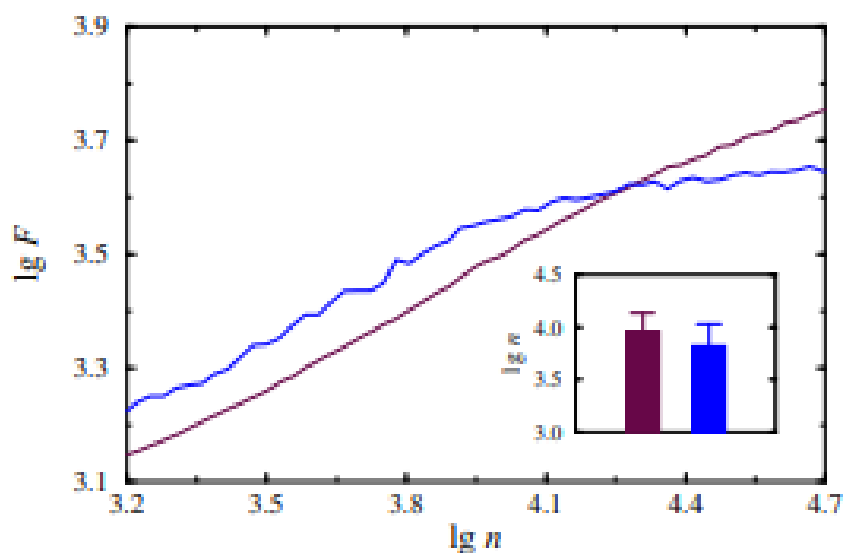


Рисунок 2 – Примеры зависимости  $\lg F$  от  $\lg n$  для 5-минутных сегментов ЭЭГ, записанных у бодрствующих мышей до (бордовый) и после депривации сна (синий). Вставка показывает результаты статистического анализа по различным сегментам ЭЭГ.

По результатам статистического анализа можно сделать вывод, что изменения значений показателя  $\beta$  могут быть более выраженными, так как этот показатель может менять знак при переходе в другое состояние. Это показано на рисунке 3 для тех же сигналов, что и на рисунке 2.

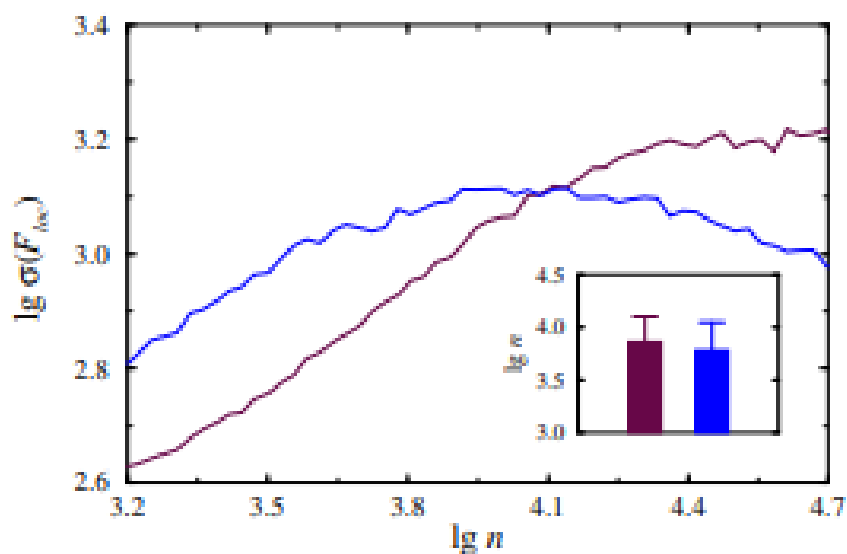


Рисунок 3 – Примеры зависимости  $\lg F$  от  $\lg n$  для 5-минутных сегментов ЭЭГ, записанных у бодрствующих мышей до (бордовый) и после депривации сна

(синий). Вставка показывает результаты статистического анализа по различным сегментам ЭЭГ.

При проведении статистического анализа следует отметить несколько важных моментов. Во-первых, существует значительная вариабельность показателей скейлинга в пределах каждого состояния из-за индивидуальных особенностей животных. Это усложняет сравнение состояний на основе абсолютных значений показателей скейлинга, и учет различий между показателями  $\alpha_1$  и  $\beta_1$ , относящимися к состоянию 1 (бодрствующие мышцы до депривации сна) и  $\alpha_2$  и  $\beta_2$ , относящихся к состоянию 2 (бодрствующие мышцы после депривации сна) представляется более перспективным подходом. Таким образом, введем две меры

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \alpha_1 - \alpha_2, \\ \Delta\beta &= \beta_1 - \beta_2\end{aligned}\tag{4}$$

для количественного описания эффектов депривации сна.

Еще одним обстоятельством является значительная вариабельность показателей скейлинга для разных частей каждой записи. С одной стороны, мы можем взять более длинные наборы данных (например, несколько часов), оценить соответствующие значения показателей, а затем сравнить эти величины для двух рассматриваемых состояний. Однако в этом случае могут быть изменения во времени динамики и несколько типов нестационарного поведения, которые могут изменять ожидаемые значения показателей скейлинга. С другой стороны, мы можем выбрать достаточно однородные (более стационарные) сегменты, анализировать их с помощью EDFA, а затем усреднять результаты для каждого животного и каждого состояния. Этот способ дает более стабильные и надежные оценки, и мы используем его здесь для обработки ЭЭГ.

Установленные различия, вызванные депривацией сна, для всей группы животных, представлены на рисунке 4, где разные символы обозначают разные реакции. Для шести мышей наблюдался выраженный эффект,

характеризующийся уменьшением показателей скейлинга, т.е. положительными значениями мер (4) (круги). Три мыши продемонстрировали относительно слабые изменения (треугольники), хотя они все равно являются значимыми по критерию Манна-Уитни ( $p < 0,05$ ).

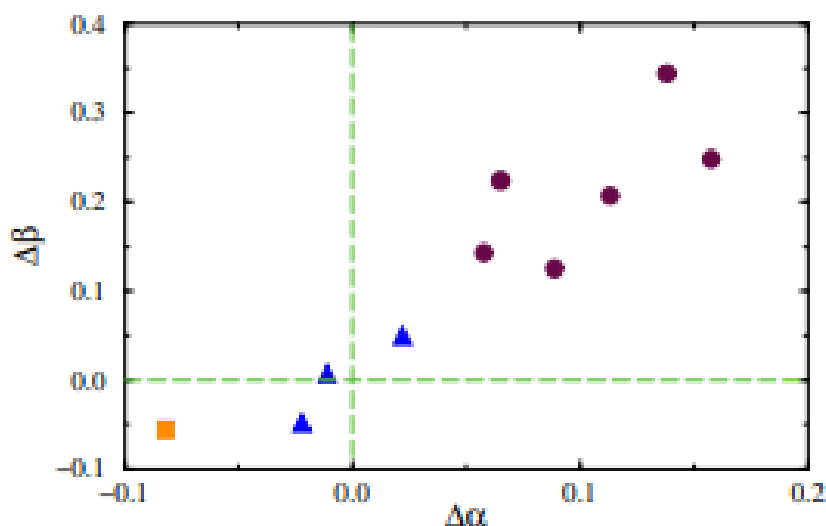


Рисунок 4 – Индивидуальные реакции на депривацию сна.

Полученные результаты показывают, что краткосрочные эффекты депривации могут быть обнаружены в записях ЭЭГ, хотя сила отклика носит индивидуальный характер. Более того, учет показателя  $\beta$  метода EDFA может обеспечить более четкую диагностику состояний – диапазон  $\Delta\beta$  примерно в два раза больше, чем диапазон  $\Delta\alpha$  ( $0,12 \pm 0,04$  по сравнению с  $0,05 \pm 0,02$ ). Следовательно, изменения характеристик нестационарности, вызванные депривацией, являются более выраженными, чем изменения характеристик дальнедействующих корреляций.

### Заключение

В работе предложена модификация метода EDFA и изучено, как разные типы нестационарности влияют на результаты анализа сигналов с его помощью. Исследовано влияние низкочастотного тренда, перемежающегося поведения и нестационарности энергетических характеристик с использованием трех случайных процессов с разными статистическими свойствами.

Затем этот метод был применен к сигналам ЭЭГ мышей для выявления признаков изменений электрической активности мозга, вызванных депривацией сна. Эти признаки могут быть довольно слабыми в случае отсутствия сна в течение одних суток, в отличие от эффектов длительной депривации сна. В проведенных исследованиях показано снижение показателей скейлинга у большинства лабораторных животных, при этом только одна мышь продемонстрировала ярко выраженный противоположный эффект. Таким образом, предлагаемая модифицированная версия метода может быть полезным прогностическим инструментом для оценки структурных изменений электрической активности головного мозга.

### **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

[1] Peng, C.-K. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series / C.-K. Peng, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Goldberger // *Chaos*. – 1995. – Vol. 5. – P. 82–87.

[2] Buldyrev, S. Long-range correlation properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank analysis / S. Buldyrev, A. Goldberger, S. Havlin, R. Mantegna, M. Matsu, C.-K. Peng, M. Simons, H. Stanley // *Phys. Rev. E*. - 1995. - Vol. 51. - P. 5084-5091.

[3] Pavlov A. N. Detrended fluctuation analysis of cerebrovascular responses to abrupt changes in peripheral arterial pressure in rats / A. N. Pavlov, A. S. Abdurashitov, A. A. Koronovskii, Jr., O. N. Pavlova, O. V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* – 2020. – Vol. 85. – P. 105232.

[4] Pavlov A. N. Extended detrended fluctuation analysis of electro-encephalograms signals during sleep and the opening of the blood-brain barrier / A. N. Pavlov, A. I. Dubrovsky, A. A. Koronovskii Jr., O. N. Pavlova, O. V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths // *Chaos*. – 2020. – Vol. 30. – P. 073138.