

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**Методы анализа фазовой синхронизации в связанных системах и их
численная реализация**

название темы выпускной квалификационной работы полужирным шрифтом

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4041 группы
направления (специальности) 09.03.02 Информационные системы и
технологии

код и наименование направления (специальности)

Института физики

наименование факультета, института, колледжа

Емелиной Натальи Алексеевны

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

профессор кафедры ФОС,
д.ф.-м.н., доцент

должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

О.И. Москаленко

инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой

профессор, д.ф.-м.н.

должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

А.А. Короновский

инициалы, фамилия

Саратов 2021 год

Введение

Одним из наиболее интересных и важных явлений физики нелинейных систем является синхронизация хаотических колебаний. Интерес к этому феномену связан как с большим фундаментальным значением его исследования, так и с широким кругом практических приложений, например, при скрытой передаче информации, в биологических, химических, физических задачах, при управлении хаосом, в том числе, в системах СВЧ электроники [1].

В настоящее время выявлено несколько типов синхронного поведения однонаправленно и взаимно связанных динамических систем, каждый из которых обладает своими специфическими особенностями. Одним из таких типов является режим фазовой синхронизации [2,3].

Данная бакалаврская работа посвящена изучению и численной реализации различных методов анализа фазовой синхронизации в связанных системах. В качестве объектов исследования выбраны автогенератор Ван дер Поля, находящийся под внешним хаотическим воздействием со стороны системы Ресслера, и два взаимно связанных генератора Кияшко-Пиковского-Рабиновича, находящихся в хаотических режимах. Численное моделирование систем осуществлялось с помощью одного из классических методов – метода Эйлера.

Бакалаврская работа содержит 24 страницы, приведённый список литературы включает 9 наименований.

Основное содержание работы

Фазовая хаотическая синхронизация означает, что происходит захват фаз хаотических сигналов, в то время как амплитуды этих сигналов остаются несвязанными друг с другом и выглядят хаотическими [3].

Фазовая синхронизация означает, что происходит захват фаз $\varphi_{1,2}(t)$ хаотических сигналов

$$|\varphi_1(t) - \varphi_2(t)| < const,$$

в то время как амплитуды этих сигналов остаются несвязанными между собой и выглядят хаотическими.

В данной работе использовался способ введения фазы как угла в полярной системе координат:

$$\varphi_{1,2}(t) = \arctg \frac{y_{1,2}(t)}{x_{1,2}(t)} \pm \pi k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где слагаемое $\pm \pi k$ обеспечивает формирование полного угла вращения для данной фазы, а значение целочисленной переменной k определяется условием непрерывности функций $\varphi_{1,2}(t)$ [4].

Аналогичное соотношение оказывается справедливым и в том случае, если коэффициент k в выражении (1) равен 0, то есть фазы $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ являются не монотонно убывающими(возрастающими), а лежащими в пределах $[0; 2\pi]$. Разность фаз в данном случае может быть сведена к диапазону шириной 2π , что позволит диагностировать не только наличие синхронного поведения, но и его разрушение [5,6].

Другим методом анализа фазовой синхронизации является введение в рассмотрение характеристики

$$r = \sqrt{(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1)^2 + (\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1)^2}. \quad (2)$$

Этот метод хорош тем, что диапазон изменения фазы в данном случае не имеет значения, что позволяет избежать излишних временных затрат на сведение фазы в нужный диапазон изменения [3].

В качестве первого примера рассмотрен классический автогенератор Ван-дер-Поля под внешним хаотическим воздействием со стороны системы Ресслера [7]. Исследуемая система описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(-\omega y - z), \\ \dot{y} &= \alpha(\omega x + ay), \\ \dot{z} &= \alpha(p + z(x - c)), \\ \ddot{u} &= (\lambda - u^2)\dot{u} + u = \varepsilon(Dy - \dot{u}), \end{aligned} \quad (3)$$

где $a = 0.15$, $p = 0.2$ и $c = 10$ – управляющие параметры системы Ресслера, $\omega = 0.9689$ характеризует собственную частоту колебаний в этой системе, $\lambda = 0.1$ – единственный управляющий параметр в автогенераторе Ван-дер-Поля, параметр

α введен для того, чтобы изменить характерный временной масштаб колебаний в системе Ресслера, $D = 0.0664$ выбран таким образом, чтобы амплитуды компонент фурье-спектров автогенератора Ван-дер-Поля и внешнего сигнала в автономном режиме примерно совпадали, ε характеризует величину связи между системами [7]. Для численного решения системы (3), как отмечалось выше, использовался метод Эйлера [8].

Выберем $\alpha = 0.99$, чтобы задать слабую расстройку осцилляторов, и исследуем, как происходит переход к фазовой синхронизации в системе (3). На рисунке 1 приведены разности фаз системы Ресслера и автогенератора Ван дер Поля при различных значениях параметра связи $\varepsilon = 0.01$ (а), $\varepsilon = 0.02$ (б) и $\varepsilon = 0.023$ (в), полученные согласно (1) при $k = 0$ (справа) и $k \neq 0$ (слева).

Из рисунка 1 (слева) видно, что при малых значениях параметра связи ($\varepsilon = 0.01$, рисунок 1а) разность фаз постоянно убывает, что соответствует асинхронному режиму. При относительно больших ε (рисунок 1в) имеет место захват фаз, то есть наблюдается режим фазовой синхронизации. Установлению фазовой синхронизации предшествует перемежаемость, когда разность фаз не постоянно растет или убывает, а переходы роста/спада сменяются участками, где разность фаз более или менее постоянна (рисунок 1б).

Важно отметить, что синхронный режим при $k = 0$ и $k \neq 0$ выглядит абсолютно одинаково (ср. рисунок 1в слева и справа). В режиме перемежаемости при $k = 0$ (рисунок 1б справа) участки синхронного поведения (ламинарные фазы) в различные моменты времени лежат примерно в одном и том же диапазоне изменения разности фаз, в то время как асинхронные участки (так называемые турбулентные фазы) могут быть легко детектированы при выходе разности фаз из этого диапазона, что может быть использовано при определении длительностей характерных фаз поведения систем и определения характеристики перемежаемости (см., например, [6]). В асинхронном режиме при $k = 0$ (рисунок 1а справа) разность фаз выглядит также монотонно

убывающей, но сведенной к диапазону шириной 2π , что визуально выглядит практически как параллельные прямые на плоскости $(t, \Delta\varphi)$.

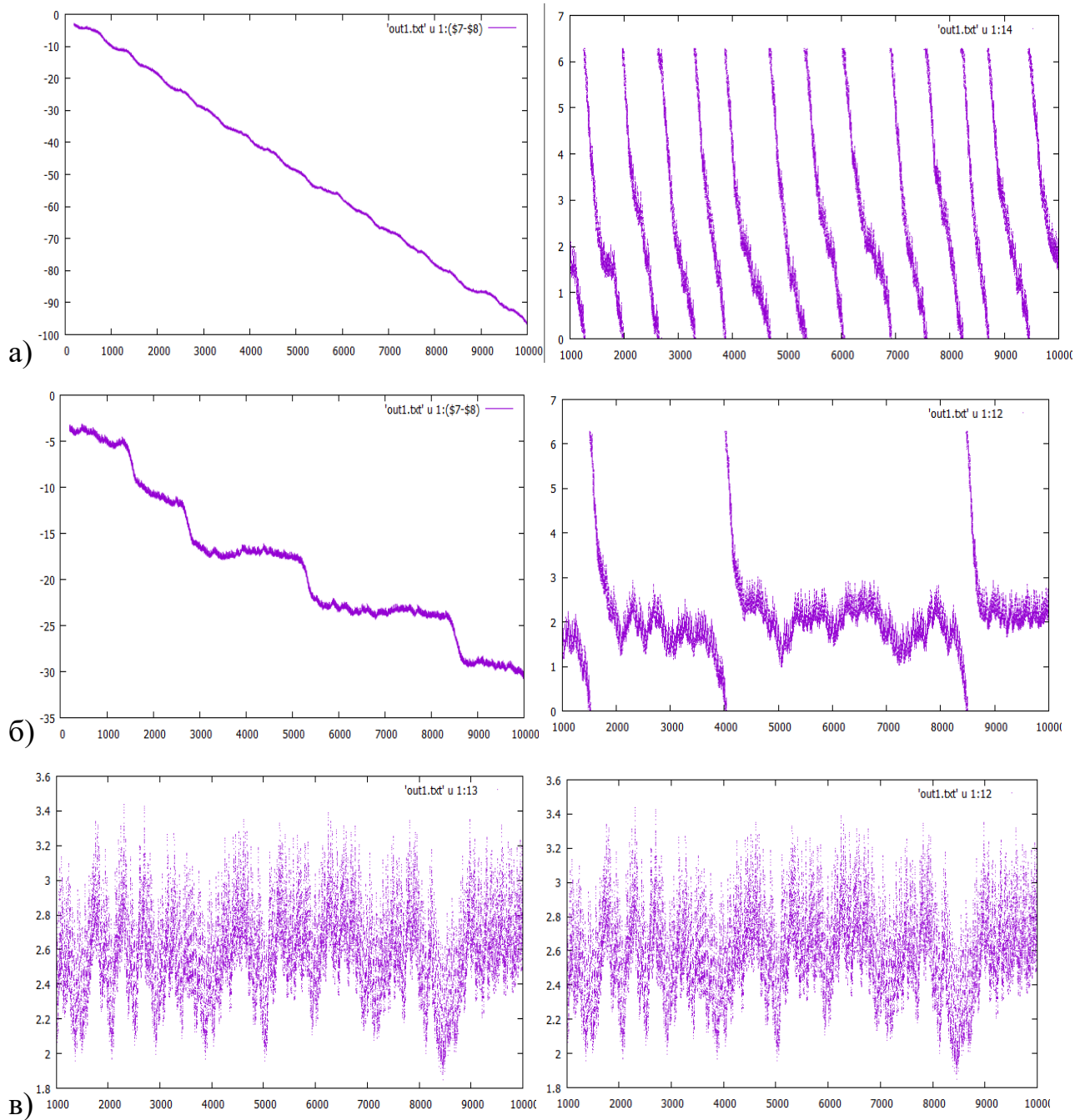


Рисунок 1 – Разности фаз системы Ресслера и автогенератора Ван дер Поля при (а) $\varepsilon = 0.01$ (асинхронный режим), (б) $\varepsilon = 0.02$ (перемежаемость) и (в) $\varepsilon = 0.023$ (режим фазовой синхронизации), полученные согласно (1) при $k = 0$ (справа) и $k \neq 0$ (слева)

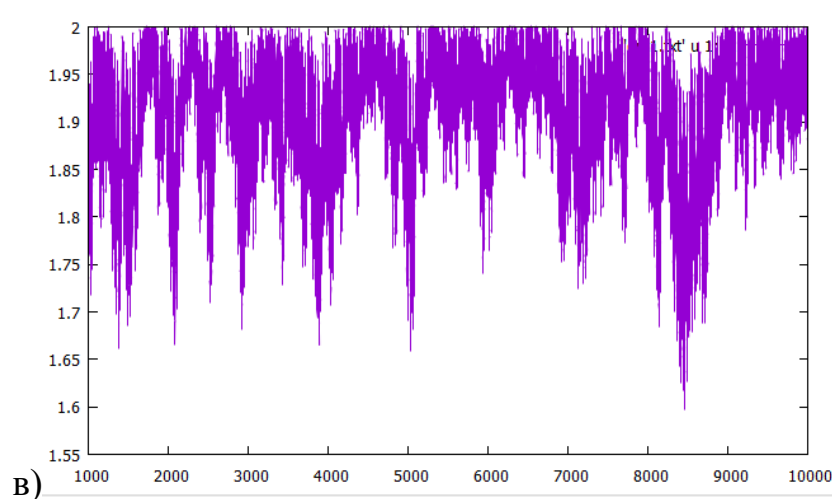
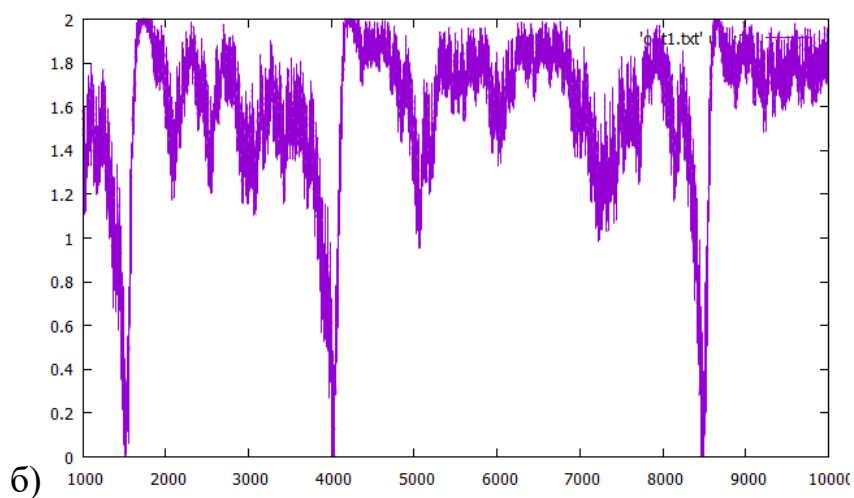
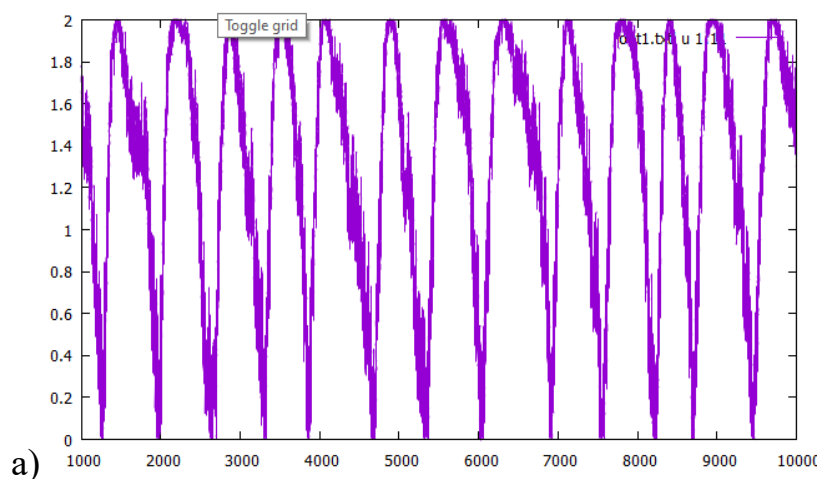


Рисунок 2 – Временные зависимости количественной меры γ , введенной согласно (2), для автогенератора Ван дер Поля, находящегося под воздействием системы Ресслера, при (а) $\varepsilon = 0.01$ (асинхронный режим), (б) $\varepsilon = 0.02$ (перемежаемость) и (в) $\varepsilon = 0.023$ (режим фазовой синхронизации)

На рисунке 2 приведены зависимости количественной меры r , введенной в рассмотрение согласно выражению (2), при тех же значениях параметра связи ε . Видно, что в синхронном режиме $r \approx 2$ (рисунок 2в), в режиме перемежаемости она касается нуля в моменты фазовых проскоков, что также позволяет идентифицировать начало турбулентных фаз поведения, в то время как во время ламинарных фаз $r \approx 2$ (рисунок 2б), в асинхронном режиме (рисунок 2а) она выглядит как близкий к периодическому сигнал, касающийся нуля через примерно одинаковые промежутки времени [5].

В качестве второго примера рассмотрены два взаимно связанных генератора Кияшко-Пиковского-Рабиновича, динамика которого описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1,2} &= \omega_{1,2}^2 [h(x_{1,2} - \varepsilon(y_{2,1} - y_{1,2})) + y_{1,2} - z_{1,2}], \\ \dot{y}_{1,2} &= -x_{1,2} + \varepsilon(y_{2,1} - y_{1,2}), \\ \mu \dot{z}_{1,2} &= x_{1,2} - f(z_{1,2}),\end{aligned}\tag{4}$$

где $h = 0.2$, $\mu = 0.1$, $f(\xi) = -\xi + 0.002sh(5\xi - 7.5) + 2.9$, $\omega_2 = 1.02$, $\omega_1 \in [0.9; 1.2]$ [4]. Для численного решения системы (4), как и в предыдущем случае, использовался метод Эйлера.

Выберем $\omega_1 = 1.09$ и исследуем, как происходит переход к фазовой синхронизации в системе (4). Рисунок 3 иллюстрирует разности фаз между генераторами Кияшко-Пиковского-Рабиновича (4), полученных согласно (1) при $k = 0$ (справа) и $k \neq 0$ (слева), при различных значениях параметра связи $\varepsilon = 0.037$ (а), $\varepsilon = 0.065$ (б) и $\varepsilon = 0.073$ (в). Разности фаз при $k = 0$ сведены к диапазону шириной 2π , аналогично тому, как это делалось для автогенератора Ван дер Поля, находящегося под воздействием системы Ресслера.

Из рисунка 3 видно, что малых значениях параметра связи ($\varepsilon = 0.037$, рисунок 3а) разность фаз неограниченно нарастает, что соответствует асинхронному режиму, при относительно больших ε (рисунок 3в) наблюдается фазовый захват, то есть имеет место режим фазовой синхронизации. Установлению фазовой синхронизации предшествует перемежающееся

поведение (рисунок 3б). Поведение разности фаз в различных режимах качественно аналогично результатам, полученным для автогенератора Ван дер Поля, находящегося под воздействием системы Ресслера.

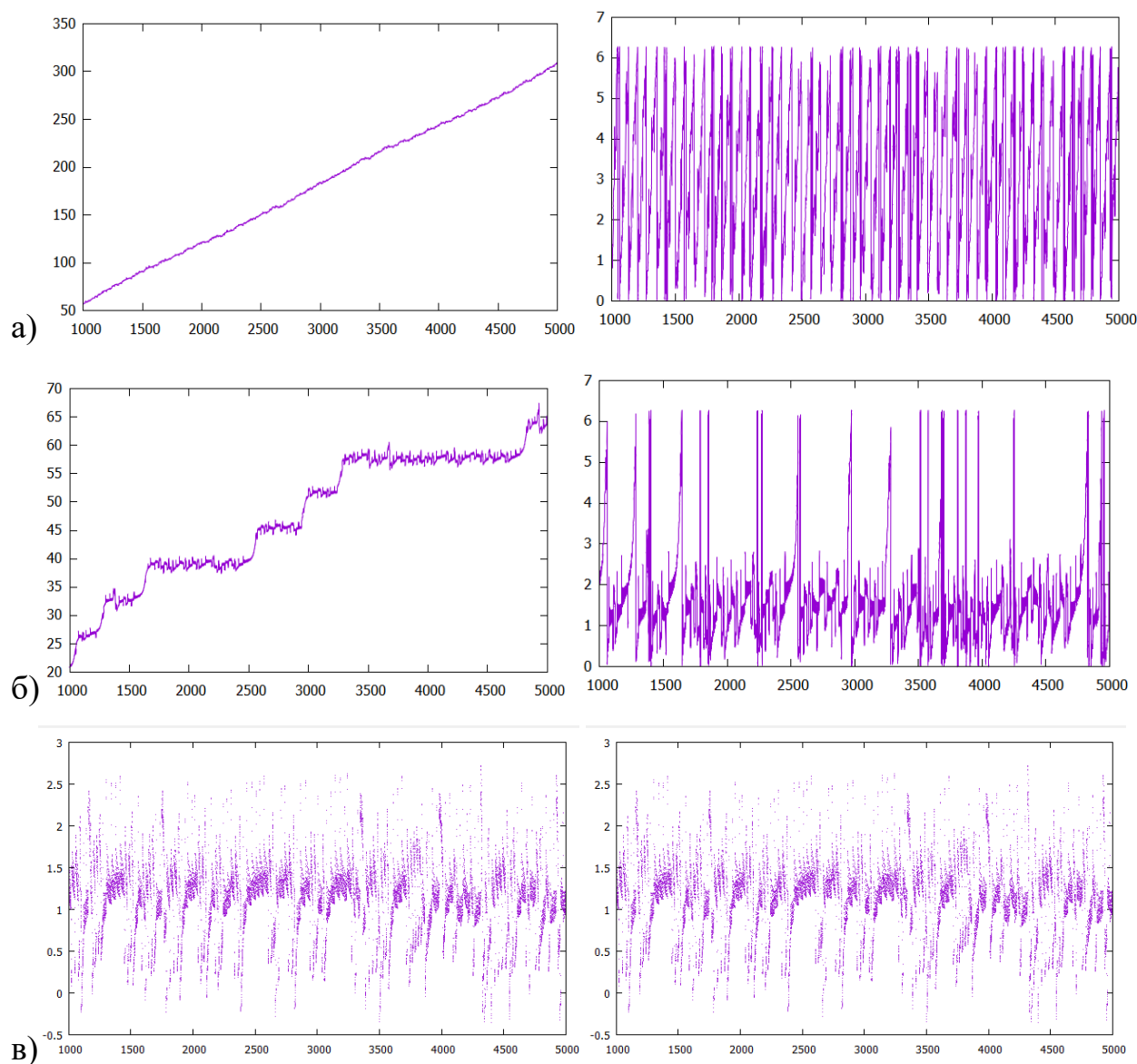


Рисунок 3 – Разности фаз между генераторами Кияшко-Пиковского-Рабиновича (б), полученных согласно (1) при $k = 0$ (справа) и $k \neq 0$ (слева), при (а) $\varepsilon = 0.037$ (асинхронный режим), (б) $\varepsilon = 0.065$ (перемежаемость) и (в) $\varepsilon = 0.073$ (режим фазовой синхронизации)

На рисунке 4 приведены зависимости количественной меры r , введенной в рассмотрение согласно выражению (2), при тех же значениях параметра связи ε . Видно, что полученные результаты качественно аналогичны рисунку 2.

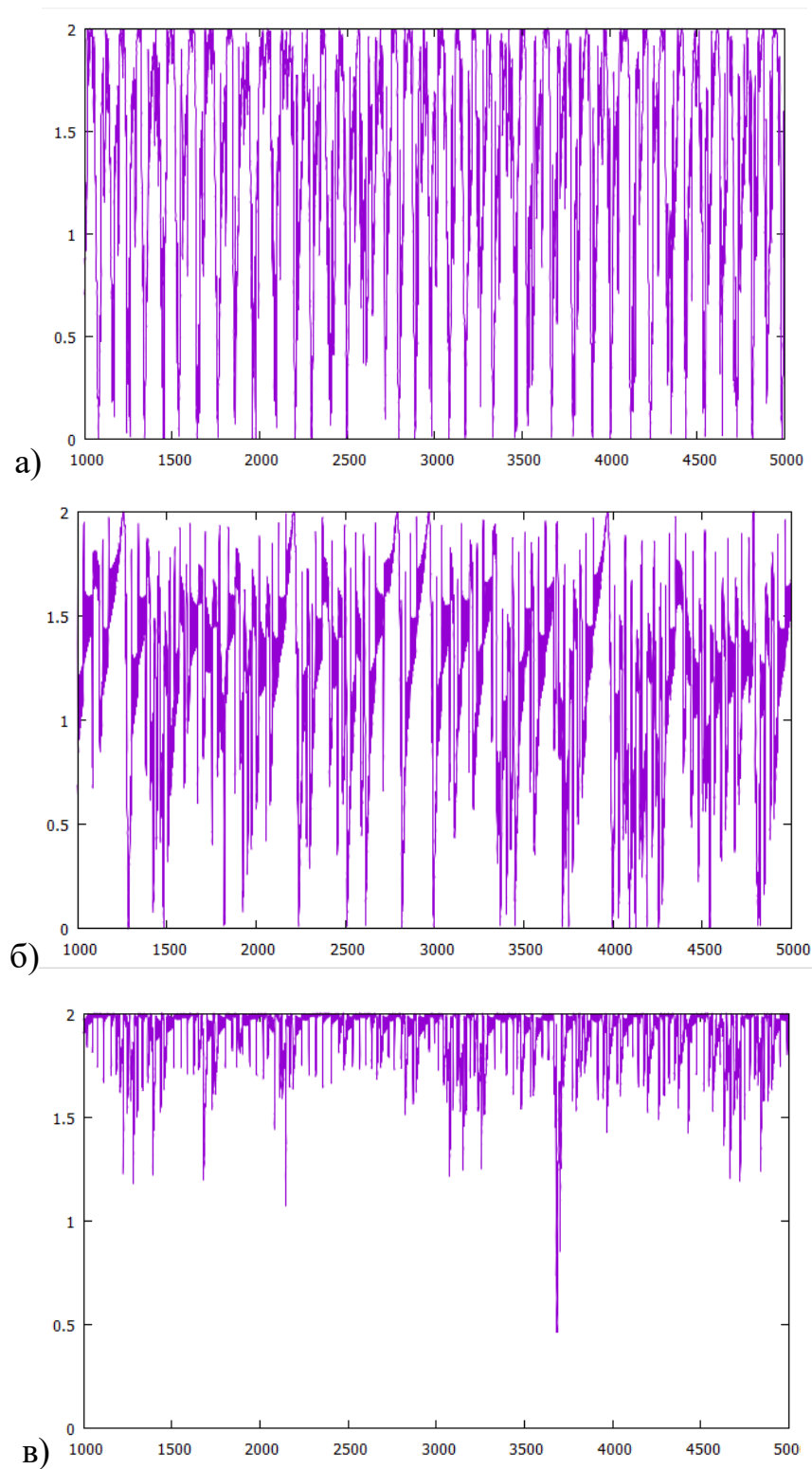


Рисунок 4 – Временные зависимости количественной меры r , введенной согласно (2), для взаимно связанных генераторов Кияшко-Пиковского-Рабиновича при (а) $\varepsilon = 0.037$ (асинхронный режим), (б) $\varepsilon = 0.065$ (перемежаемость) и (в) $\varepsilon = 0.073$ (режим фазовой синхронизации)

Заключение

Таким образом, в настоящей бакалаврской работе рассмотрены различные методы анализа фазовой синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах и проведена их численная реализация. В качестве объектов исследования выступали автогенератор Ван дер Поля под внешним хаотическим воздействием со стороны системы Ресслера и два взаимно связанных генератора Кияшко-Пиковского-Рабиновича. Установлена эффективность рассмотренных методов для обоих случаев. В частности, показано, что все методы позволяют однозначно идентифицировать наличие или отсутствие режима фазовой синхронизации, а также исследовать, каким образом осуществляется переход от одного типа поведения к другому. Визуализировано наличие перемежающегося поведения вблизи границы фазовой синхронизации и дана оценка возможности использования различных подходов для автоматического выделения характерных фаз поведения систем.

Список литературы

1. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. New York: Cambridge University Press (2001) 411 p.
2. Анищенко В.С., Постнов Д.Э. Эффект захвата базовой частоты хаотических автоколебаний. Синхронизация странных аттракторов, Письма в ЖТФ, 14 (6), 569-573 (1988).
3. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase Synchronization of Chaotic Oscillators, Phys. Rev. Lett., 76, 1804 (1996).
4. Короновский А.А., Куровская М.К., Москаленко О.И., Храмов А.Е. Два сценария разрушения режима хаотической фазовой синхронизации. ЖТФ. 77, 1, 21-29 (2007).
5. Короновский А.А., Москаленко О.И., Пономоренко В.И., Прохоров М.Д., Храмов А.Е. Синхронизация хаоса: фундаментальные подходы и практические приложения, Изд-во Саратовского университета, с. 101-107.
6. Журавлев М.О., Куровская М.К., Москаленко О.И. Метод выделения ламинарных турбулентных фаз в перемежающихся временных реализациях систем, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации. Письма в ЖТФ, 36, 10, 31-38 (2010).
7. Москаленко О.И. Переход к фазовой синхронизации в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на систему с периодической динамикой. Письма в ЖТФ, 33, 19, 72-79 (2007).
8. Белоглазкина М.В., Егоров Е.Н., Левин Ю.И. Численное решение уравнений. Учебно-методическое пособие, Саратов (2008) 27 с.
9. <http://www.gnuplot.info/>