

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**Исследование обобщенной синхронизации в модельных нелинейных  
хаотических системах**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4041 группы

направления (специальности) 09.03.02 Информационные системы и технологии

Института физики

Агаширинова Абдуллаха Ильмановича

Научный руководитель

Доцент, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

А.О. Сельский

Заведующий кафедрой

Профессор, д.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

А.А. Короновский

Саратов 2021 год

## ВВЕДЕНИЕ

Большинство реальных объектов, изучаемых физикой, представляют собой не стационарные, а динамические (изменяющиеся во времени) системы. Потому моделирование нелинейных динамических систем является одним из самых актуальных направлений современной фундаментальной науки. Одним из основных моментов при этом является изучение неавтономной динамики нелинейных систем, способных демонстрировать сложное поведение, и, прежде всего, проблем, связанных с исследованием синхронизации [1].

Хаотическая синхронизация нелинейных динамических систем представляет собой одно из важнейших нелинейных явлений. Она наблюдается в физических, радиоп физических, физиологических, биологических, химических, социальных и иных системах. Сферы применения синхронизации невероятно интересны и актуальны. Например, она может применяться при скрытой передаче информации с помощью хаотических сигналов, при управлении системами сверхвысокочастотной электроники и др. сферах.

Существует достаточно большое количество различных типов синхронного поведения хаотических осцилляторов. Одним из наиболее интересных и выделяющихся среди других известных типов синхронного поведения является режим обобщенной хаотической синхронизации. Первоначально данный режим вводился в рассмотрение исключительно для системы двух хаотических осцилляторов, связанных между собой однонаправленной связью или для дискретных отображений. Необходимо подчеркнуть, что в роли осцилляторов могут быть две отличные друг от друга системы, в числе прочего и с различной размерностью фазового пространства.

Имеется ряд методов для исследования режима обобщенной синхронизации. Наиболее распространенный из которых это метод вспомогательной системы.

Принцип метода вспомогательной системы состоит в том, что наравне с ведомой системой  $X$  наблюдается схожая ей дополнительная система  $Y$ . Первоначальное состояние для дополнительной системы  $Y$  выбирается отличным от первоначального состояния ведомой системы  $X$ , но при этом находящимися в подмножестве фазового пространства, порождающее траектории, притягиваемые тем же аттрактором. Когда режим обобщенной синхронизации между взаимодействующими системами не наблюдается вектор состояния ведомой  $X$  системы принадлежит тому же хаотическому аттрактору, что и вектор состояния дополнительной  $Y$  системы, но в то же время отличаются друг от друга. В ситуации, когда наблюдается режим обобщенной синхронизации, при окончании переходного процесса состояния ведомой и дополнительной систем должны стать схожими  $X = Y$ ., следовательно, схожесть состояний систем вслед за окончанием переходного процесса считается условием существования обобщенной синхронизации между ведущим и ведомым системами.

Границы режима обобщенной синхронизации хорошо изучены для модельных систем. Однако, как правило, рассматривается только синхронизация идентичных систем, тогда как в приложениях к реальным системам такая ситуация будет скорее атипичной. Более того, надо учитывать возможность того, что взаимодействующие системы могут находиться даже в разных динамических режимах. Например, ведущая система демонстрирует хаотическую динамику, когда в ведомой наблюдается периодическое поведение. В рамках настоящей работы будет исследоваться как изменяются границы детектирования режима обобщенной синхронизации в неидентичных модельных системах, находящихся в разных динамических режимах.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В рамках работы мной была написана программа для моделирования динамики систем с потоковым временем, с помощью метода Эйлера. Проведено исследование явления обобщенной синхронизации, для его определения использовался метод вспомогательной системы, когда к ведущей системе Лоренца добавлялась еще одна ведомая система Рёсслера.

В работе было проведено два исследования:

Для сравнения полученных результатов исследования на первом этапе был изучен один из самых типовых вариантов явления обобщенной синхронизации методом вспомогательной системы на примере двух модельных систем Рёсслера, с добавлением еще одной вспомогательной системы Рёсслера.

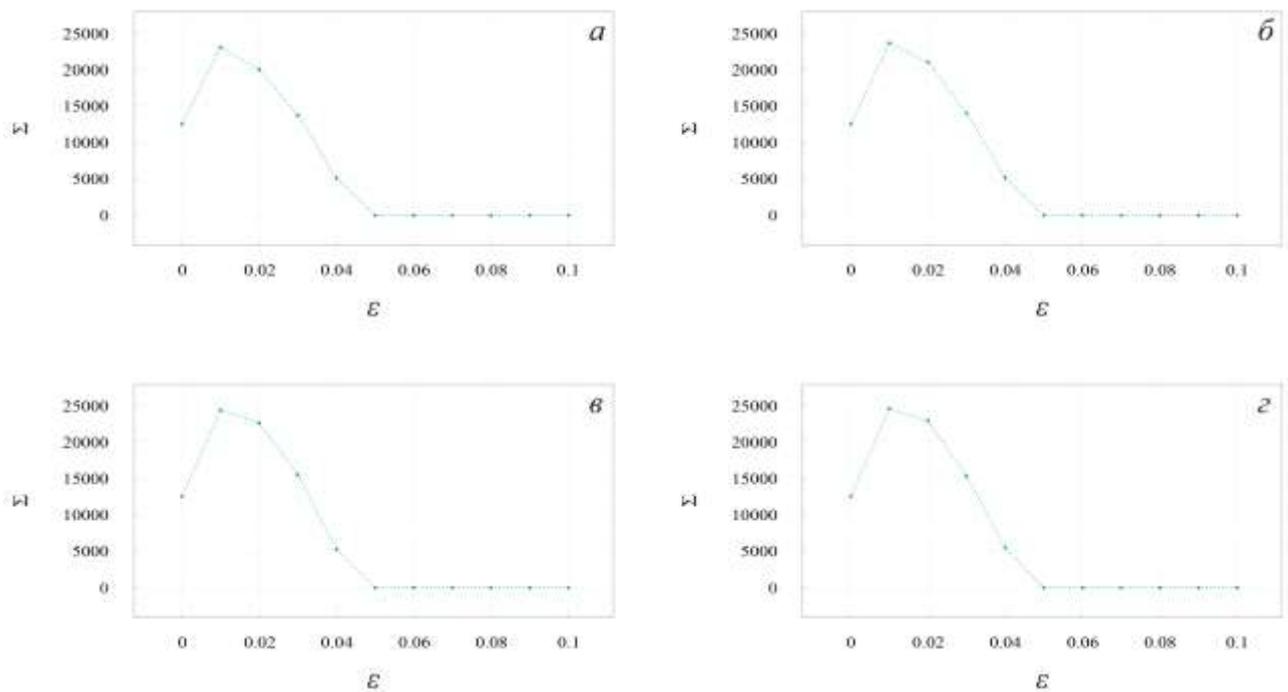
Ведомая и вспомогательная системы Рёсслера по параметрам абсолютно идентичны и отличаются только начальными условиями, взаимно они не связаны.

В первом случае ведомые системы мы взяли в периодическом режиме, а характер ведущей системы менялся с небольшим шагом от периодического состояния ( $b = 1$ ) к хаотическому ( $b = 0.6$ ), во втором случае ведомые системы были установлены в хаотический режим, а характер ведущей системы менялся так же, как и в первом случае от периодического ( $b = 1$ ) состояния к хаотическому ( $b = 0.6$ ).

Сначала программа просчитывает небольшой переходной процесс (чтобы выйти на аттрактор системы), и примерно после 1000 итераций реализация ведомой системы вычитается из реализации вспомогательной системы, и выдает показатель сигма  $\Sigma$  (сумма модулей разностей сигналов за определенный временной интервал), который определяет то, на сколько ведомая и вспомогательная системы близки. Когда сигма  $\Sigma$  устремляется к

нулю, при увеличении параметра связи  $\varepsilon$ , ведущая система достаточно влияет на ведомую и вспомогательную системы, чтобы их поведение было одинаковым. В этом случае делается вывод о диагностировании режима обобщенной синхронизации между ведущей и ведомой системами.

Случай, когда ведомая и вспомогательная системы находятся в хаотическом режиме более удобен и практичен, так как, когда ведущая система находится в хаотическом режиме, ей проще захватить ведомые системы, которые также находятся в хаотическом режиме, и соответственно значение параметра  $\varepsilon$ , при котором наблюдается обобщенная синхронизация, будет уменьшаться. Далее были построены графики, на которых показаны зависимости управляющего параметра ( $b$ ) ведущей системы Ресслера от параметра  $\varepsilon$  при котором значение параметра сигма  $\Sigma$  равно нулю и определили границу обобщенной синхронизации.



*Рисунок 12 – Зависимости параметра  $\Sigma$  от параметра связи  $\varepsilon$  для определения границы режима обобщенной синхронизации при различных значениях*

управляющего параметра ведущей системы  $b$ : а)  $b = 0.60$ , б)  $b = 0.73$ , в)  $b = 0.88$ , г)  $b = 1$ .

На рисунке 12 приведены графики на которых показана зависимость суммы модулей разностей сигналов за определенный временной интервал  $\Sigma$  от параметра связи  $\varepsilon$ , при различных значениях управляющего параметра: а)  $b = 0.60$ , б)  $b = 0.73$ , в)  $b = 0.88$ , г)  $b = 1$ . График построен, когда ведомая и модельная системы находится в периодическом режиме.

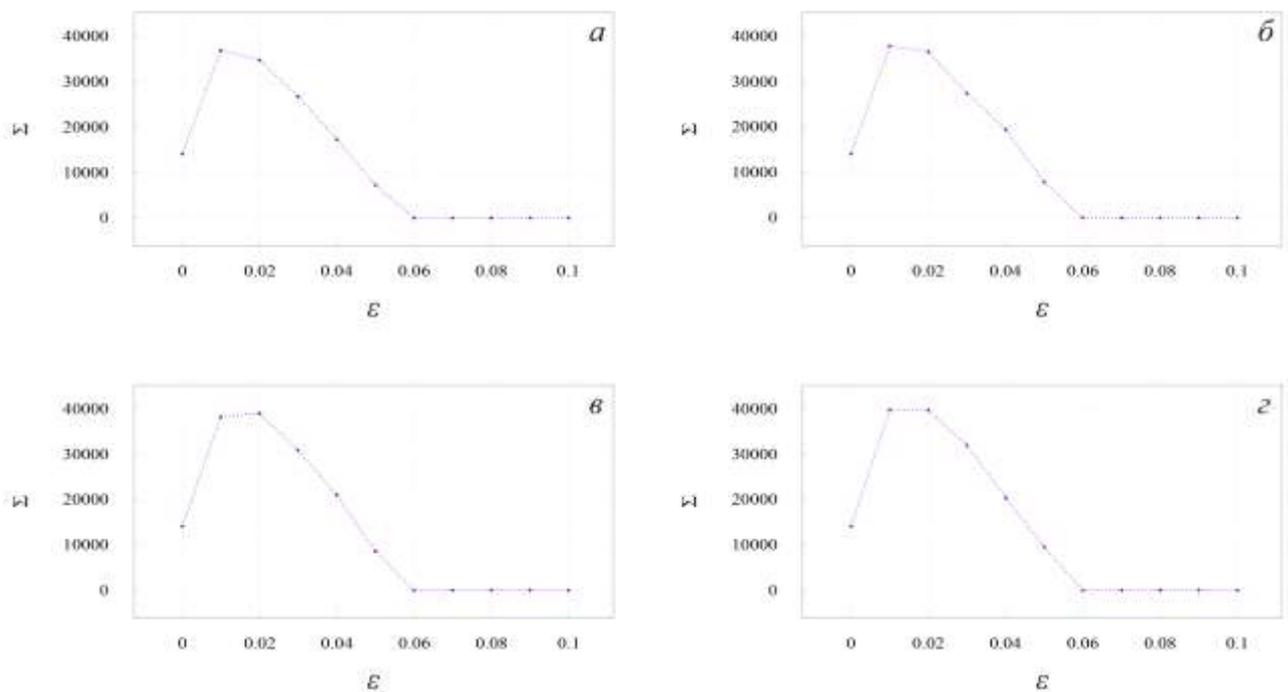
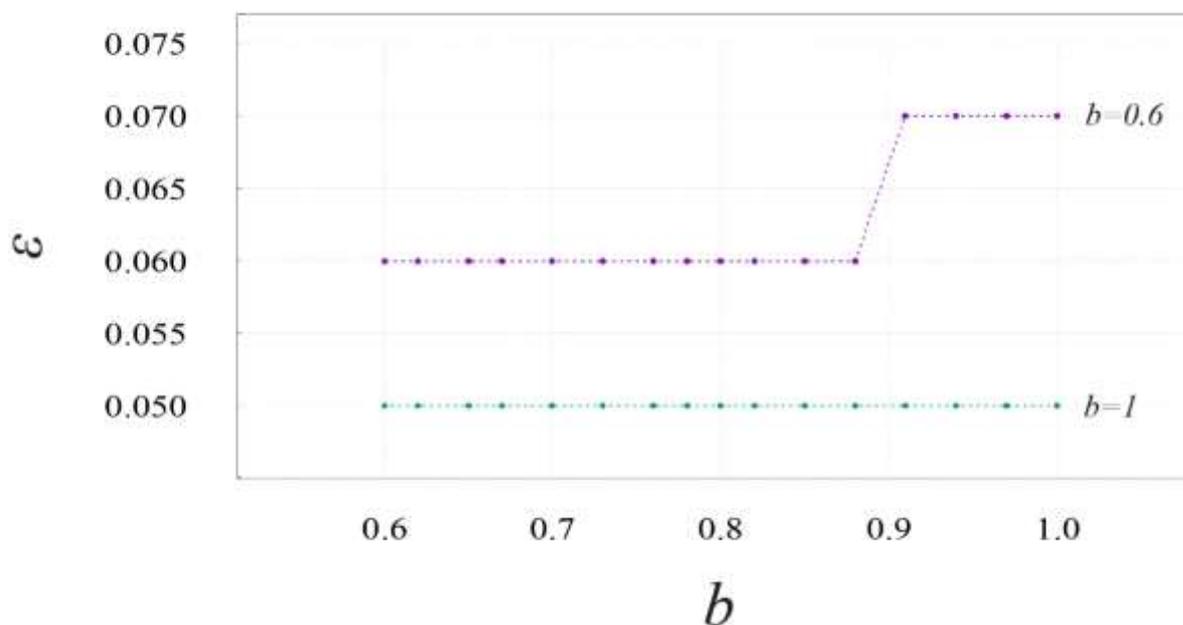


Рисунок 13 – Зависимости параметра  $\Sigma$  от параметра связи  $\varepsilon$  для определения границы режима обобщенной синхронизации при различных значениях управляющего параметра ведущей системы  $b$ : а)  $b = 0.60$ , б)  $b = 0.73$ , в)  $b = 0.88$ , г)  $b = 1$ .

На рисунке 13 приведены графики на которых показана зависимость суммы модулей разностей сигналов за определенный временной интервал  $\Sigma$  от

параметра связи  $\varepsilon$ , при различных значениях управляющего параметра: а)  $b = 0.60$ , б)  $b = 0.73$ , в)  $b = 0.88$ , г)  $b = 1$ . График построен, когда ведомая и модельная системы находится в хаотическом режиме.



*Рисунок 1 – График границ обобщенной синхронизации в зависимости от управляющего параметра  $b$  ведущей системы при различных режимах ведомой и вспомогательной систем, для различных значений управляющего параметра ведущей системы.*

На рисунке 1 видно, что при изменении управляющего параметра  $b$ , для ведомой и вспомогательной систем, находящихся в хаотическом режиме (график фиолетового цвета) имеет место изменение границы обобщенной синхронизации, тогда как для систем в периодическом режиме (график зеленого цвета) граница обобщенной синхронизации остается постоянной при изменении режима в ведомой системе. Изменение границы обобщенной синхронизации в этом случае соответствует началу каскада бифуркаций удвоения периода в ведущей системе.

На втором этапе было проведено исследование явления обобщенной синхронизации методом вспомогательной системы, в случае, когда ведущая система Ресслера была заменена на систему Лоренца. В данном случае я также построил подобные предыдущим графики, на которых изображена зависимость управляющего параметра ( $r$ ) ведущей системы Лоренца от параметра связи  $\varepsilon$ , при котором значение параметра сигма  $\Sigma$  равно нулю, что соответствует режиму обобщенной синхронизации. Ниже представлены некоторые наиболее интересные результаты:

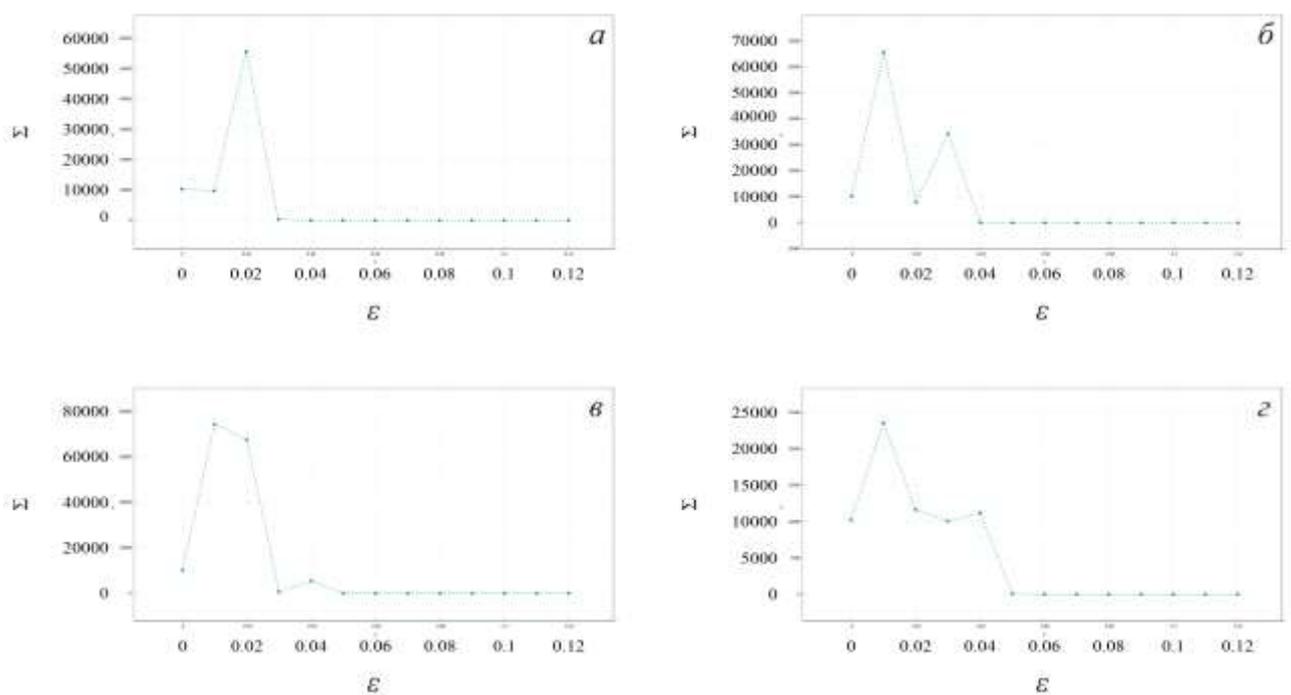


Рисунок 15 – Зависимости параметра  $\Sigma$  от параметра связи  $\varepsilon$  для определения границы режима обобщенной синхронизации при различных значениях управляющего параметра ведущей системы: а)  $r = 32$ , б)  $r = 60$ , в)  $r = 72$ , г)  $r = 86$ .

На рисунке 15 приведены графики на которых показана зависимость параметра связи  $\varepsilon$  от суммы модулей разностей сигналов за определенный временной интервал  $\Sigma$ , при различных значениях управляющего параметра: а)  $r = 32$ , б)  $r = 60$ , в)  $r = 72$ , г)  $r = 86$ . График построен, когда ведомая и модельная системы находится в периодическом режиме.

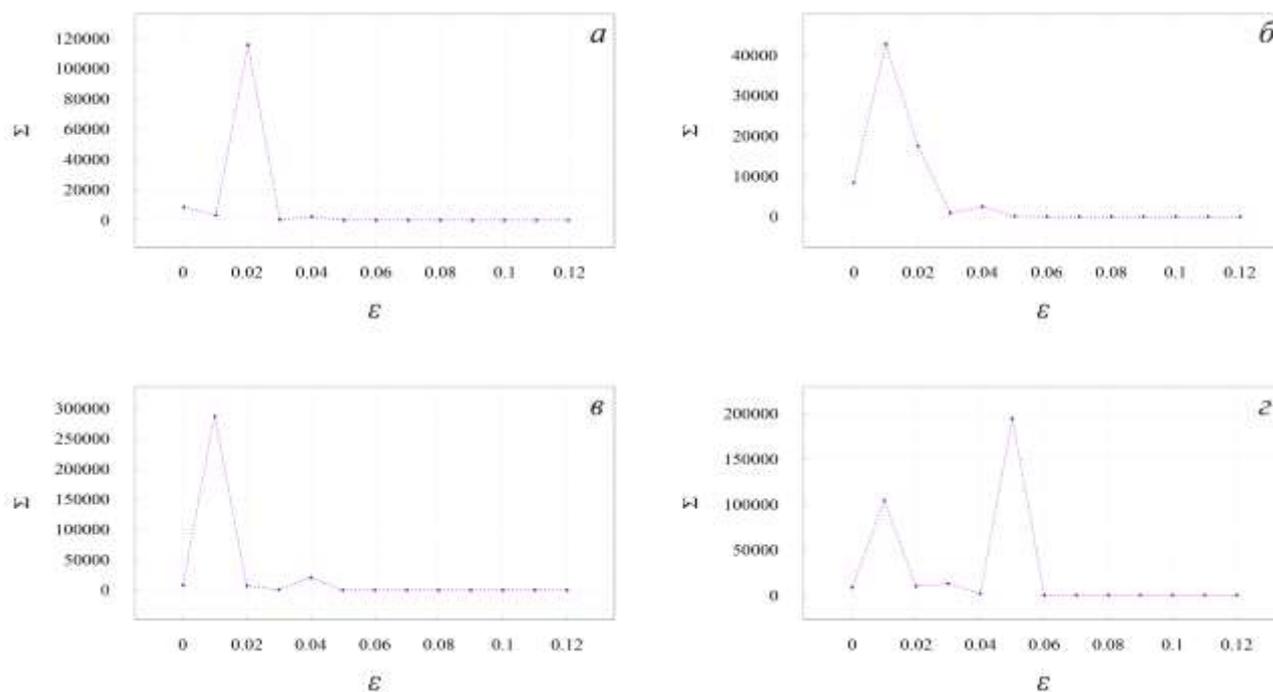
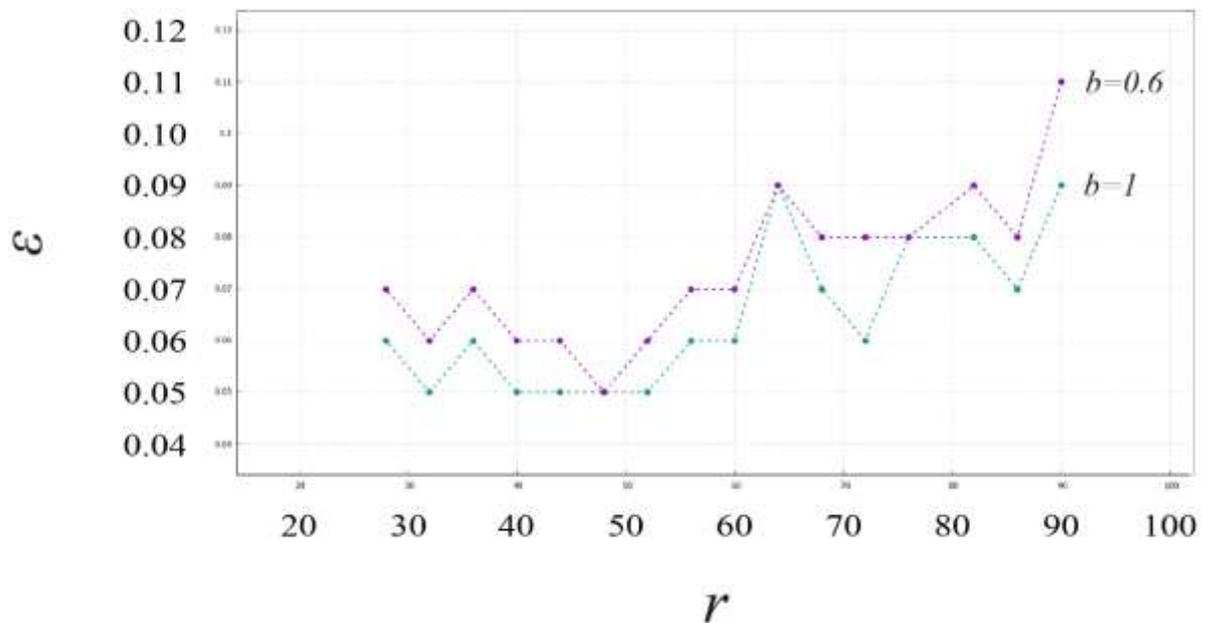


Рисунок 16 – Зависимости параметра  $\Sigma$  от параметра связи  $\varepsilon$  для определения границы режима обобщенной синхронизации при различных значениях управляющего параметра ведущей системы: а)  $r = 32$ , б)  $r = 60$ , в)  $r = 72$ , г)  $r = 86$ .

На рисунке 16 приведены графики на которых показана зависимость параметра связи  $\varepsilon$  от суммы модулей разностей сигналов за определенный временной интервал  $\Sigma$ , при различных значениях управляющего параметра: а)  $r = 32$ , б)  $r = 60$ , в)  $r = 72$ , г)  $r = 86$ . График построен, когда ведомая и

модельная системы находится в хаотическом режиме. Видно, что при таком сочетании параметров ведущей и ведомой системы мы наблюдаем почти полное установление синхронного режима (рисунок 16,  $z$ ), за которым, однако, следует его разрешение.



*Рисунок 2 – График зависимости границы обобщенной синхронизации зависимости управляющего параметра  $r$  ведущей системы при различных режимах ведомой и модельной систем, от параметра связи систем  $\varepsilon$  для ведомой и модельной систем Ресслера и ведущей системы Лоренца.*

На рисунке 2 изображено два графика двух различных режимов ведомой и модельной систем. Видно, что при изменении управляющего параметра  $r$  ведущей системы, для ведомой системы, находящейся как в хаотическом режиме (график фиолетового цвета), так и в периодическом (график зеленого цвета) граница обобщенной синхронизации постоянно изменяется.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были получены следующие результаты:

Была написана программа для моделирования динамики систем с потоковым временем, с помощью метода Эйлера.

Было рассмотрено как меняется динамика ведомой и дополнительной системы под влиянием ведущей, находящихся в разных динамических режимах.

Была изучена граница обобщенной синхронизации методом вспомогательной системы в модельных нелинейных хаотических системах на примере двух однонаправленно-связанных систем Ресслера с добавлением вспомогательной системы Ресслера.

Была изучена граница обобщенной синхронизации методом вспомогательной системы в модельных нелинейных хаотических системах на примере ведомой системы Ресслера и ведущей системой Лоренца, с добавлением вспомогательной системы Ресслера связанных однонаправленно.

Можно сделать вывод о том, что в случае, когда ведомая система в периодическом режиме, граница обобщенной синхронизации не изменяется при перестройке динамического режима ведущей системы. Для случая, когда ведомая система в хаотическом режиме, граница обобщенной синхронизации чувствительна к перестройке режима у ведущей системы. Данный вывод делается на основе изучения идентичных систем.

В случае, когда хаотические осцилляторы разные (например, системы Лоренца и Рёсслера), граница обобщенной синхронизации становится весьма чувствительна к изменению управляющего параметра ведущей системы, вне зависимости от режима ведущей системы.