

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра Дифференциальных уравнений и математической экономики

**Вычислительные эксперименты по формированию эффективного
портфеля ценных рисков бумаг**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 441 группы

направления 09.03.03 — Прикладная информатика

механико-математического факультета

Ковалевой Евгении Андреевны

Научный руководитель:

профессор, д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

Заведующий кафедрой:

зав.кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

Саратов 2021

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время многие инвесторы, в том числе коммерческие банки, имеют достаточно большое количество свободных средств, которые можно вкладывать в различные виды деятельности, а также направлять на покупку ценных бумаг. Инвестируя в ценные бумаги, банк, как и любой другой инвестор, ставит перед собой другие инвестиционные цели.

Настоящая работа посвящена актуальным вопросам – проблемам эффективного формирования инвестиционного портфеля с целью получения наибольшего дохода с наименьшим риском, в ходе которой будет рассмотрен подход Г. Марковица, составлен собственный портфель инвестиций, подсчитаны ожидаемая доходность каждого портфеля и ожидаемый риск активов компаний различных отраслей.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первом разделе даны определения таким понятиям как инвестирование, инвестиционный портфель (портфель инвестиций) и ценные бумаги.

Под инвестированием в общем смысле понимают вложение денежных средств в настоящее время ради получения прибыли в будущем.

Ценные бумаги – важный объект инвестирования, и как правило, вложения осуществляются в целый набор таких бумаг, который образует инвестиционный портфель или портфель инвестиций, а такой вид инвестирования называют портфельным.

Портфель инвестиций – это совокупность ценных бумаг, таких как акции, облигации и другие, собранных вместе для получения стабильной доходности.

Инвестиционные портфели делятся на два типа: диверсифицированные, т.е. портфели, состоящие из самых разнообразных ценных бумаг, и недеверсифицированные или, по-другому, однородные. Современная экономическая практика показывает, что трудно встретить такую ценную бумагу, которая будет обладать всеми вышеперечисленными качествами, поэтому последний вид инвестиционного портфеля встречается крайне редко.

Существует множество различных типов диверсифицированных инвестиционных портфелей, различающихся по разным критериям, однако самые основные виды портфелей – это те, которые характеризуются соотношением риск/прибыль:

1. Консервативный портфель
2. Умеренный портфель
3. Агрессивный портфель.

Типы инвесторов схожи по названиям видов портфелей, их разделяют на агрессивных, умеренно-агрессивных и консервативных.

1. Агрессивные по типу инвесторы готовы идти на высокий риск ради высокой прибыли.
2. Умеренно-агрессивные склонны к риску, но не столь высокому, и предпочитают высокую доходность, но с определенным уровнем защищенности.
3. Консервативный тип инвестора подразумевает склонность к минимизации риска и надежности вложений.

Далее рассматриваются принципы формирования инвестиционного портфеля и стратегии управления.

Основная цель формирования портфеля – достигнуть баланса между риском и доходом для инвестора. Необходимо сформировать такой портфель инвестиций, который позволит инвестору максимально снизить риски при одновременном увеличении прибыли. Успешное инвестирование зависит от грамотного распределения денежных средств по типам активов. Изменение структуры портфеля позволяет менять соотношение его доходности и риска.

Основными принципами формирования классического консервативного (малорискового) инвестиционного портфеля являются: принцип консервативности, диверсификации и достаточной ликвидности.

1. Принцип консервативности гласит, что потери от рискованной части портфеля с подавляющей вероятностью покрываются доходами от надежных

активов. Следовательно, инвестиционный риск сводится к получению прибыли ниже запланированной, и часть основной суммы не теряется.

2. Принцип диверсификации – это самый распространенный принцип, позволяющий снизить риск, заключается в распределении своего капитала в различные финансовые операции. Снижение риска происходит посредством включения в портфель ценных бумаг различных отраслей экономики, малосвязанных между собой. Оптимальное количество таких ценных бумаг – от 8 до 20 разных видов. Как упоминалось ранее, отрасли должны быть минимально связаны между собой, поэтому необходимо тщательно проверять компании на взаимосвязи, так как на биржевых торгах часто присутствуют дочерние предприятия. Кроме того, не рекомендуется вкладывать в один актив более 10% денежных средств. Если придерживаться всех упомянутых правил, то сформированный портфель будет хорошо диверсифицирован. Также, для достижения лучшей диверсификации можно включать в портфель не только инструменты фондового рынка (акции, паи, облигации), но срочного (фьючерсы, опционы), валютного и прочие биржевые инструменты.

3. Принцип достаточной ликвидности состоит в том, чтобы поддерживать долю быстрореализуемых активов в портфеле инвестиций не ниже уровня, позволяющего провести неожиданную высокодоходную сделку и удовлетворить денежные потребности клиентов. Предполагая собрать свой инвестиционный портфель, инвестор должен учитывать ряд параметров:

- выбор оптимального для себя типа портфеля;
- оценка допустимого для себя соотношения риска и доходности портфеля, решение удельного веса портфеля ценных бумаг с разным уровнем риска и дохода;
- решение о первоначальном составе портфеля;
- выбор стратегии дальнейшего управления портфелем.

Стратегия управления портфелем – это интегрированные способы использования финансовых активов для извлечения максимальной выгоды. Стратегия разрабатывается в рамках правил и ограничений в области финансовых инвестиций, установленных в стране.

Различают активную стратегию, пассивную и активно-пассивную:

1. Активная стратегия – это регулярное исследование рынка ценных бумаг, приобретение наиболее эффективных и избавление от низкодоходных. В итоге состав такого собранного инвестиционного портфеля быстро изменяется. Строится данная стратегия на основе фундаментального и технического анализа. Основная задача активной стратегии заключается в прогнозировании размера возможного дохода от инвестированных средств. Инвестор должен уметь это делать точнее и быстрее, чем финансовый рынок, а результаты использовать в качестве инструмента управления. При активной стратегии содержание любого портфеля является временным, составные части полностью или частично заменяются другими при удачном или ошибочном решении, или из-за изменений на рынке.

2. Пассивная стратегия управления заключается в формировании диверсифицированного портфеля и в долгосрочном его сохранении. В данном случае инвестор не принимает самостоятельных решений о структуре и составе портфеля, а только формирует его, используя формулу расчета выбранного индекса. Изменяется портфель только тогда, когда происходят изменения в расчете используемого показателя или актива, доходность по которому служит образцом для сравнения результативности инвестиций. Основным принцип пассивного управления – «купить и держать». Использование данной стратегии будет результативным при эффективном рынке, то есть при «справедливых» ценах на бумаги (нет недооцененных и переоцененных бумаг, поэтому и нет смысла активно продавать/приобретать их) и в случае, когда все инвесторы имеют одинаковые ожидания относительно дохода и риска, поэтому не возникает необходимости совершать с ними сделки купли-продажи.

3. Активно-пассивный стиль управления. Инвесторы могут объединять активную и пассивную стратегии для управления портфелем. Например, основная часть портфеля остается без каких-либо изменений, а другие ценные бумаги, составляющие субпортфели, активно продаются.

Во втором разделе работы рассматриваются известные теоретические основы выбора инвестиционного портфеля, предложенная выдающимся экономистом – Гарри Марковицем в 1952 году.

Подход Марковица основывается на предположении, что инвестор в настоящее время имеет определенную сумму денег для инвестирования. Эти деньги будут инвестированы на конкретный промежуток времени – период владения. По окончании данного периода инвестор продает купленные ранее ценные бумаги и делает выбор: либо использовать полученную прибыль на потребление, либо реинвестировать ее в различные ценные бумаги, а возможно, сделать и то, и другое.

Проблему выбора портфеля инвестиций, предложенную Г. Марковицем можно рассматривать с математической точки зрения. Именно им было доказано, что инвесторы могут уменьшить стандартное отклонение доходности портфеля, выбирая акции, цены на которые меняются по-разному.

Модель оптимального портфеля Марковица не соответствует таким базовым теоретическим предположениям, как:

- Инвесторы прилагают все усилия, чтобы максимизировать прибыль при определенном заданном уровне риска.

- Портфель инвестора содержит все его активы и обязательства.

- Существует прямо пропорциональная зависимость между ожидаемыми доходом и риском. Инвесторы стараются избегать риска, например, если будет стоять выбор между двумя активами с одинаковой доходностью, выбор инвестора упадет на актив с наименьшей рискованностью.

- Риск – неопределенность будущей доходности.

Теория портфельных инвестиций Г. Марковица базируется на нескольких немаловажных предположениях:

- Эффективный портфель – это тот портфель, который при существовании других имеет большую доходность при аналогичном или более низком уровне риска;

- Инвесторы предполагают, что среднее значение исторических или потенциальных значений доходности является ожидаемой доходностью их инвестиций;

- Показателями риска являются дисперсия и стандартное отклонение;

- Все инвесторы инвестируют на один и тот же срок;

- Все инвесторы совершают действия над инвестициями, исходя из ожидаемых показателей доходности и риска данных инвестиций.

Предположим, что инвестор может вложиться в покупку n видов ценных бумаг, сформировав портфель инвестиций. И пусть x_i – доля общего вложения, приходящаяся на i -ый вид ценных бумаг, $i = \overline{1, n}$. Следовательно, $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$. Вектор $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ определяет структуру портфеля ценных бумаг.

Значения x_i интерпретируются следующим образом:

a) $x_i > 0$, доля x_i капитала инвестора вложена в ценные бумаги i -го вида;

b) $x_i = 0$, ценные бумаги i -го вида отсутствуют в портфеле;

c) $x_i < 0$, относительно ценных бумаг i -го вида совершена операция «короткая продажа», средства, полученные за счет данной операции, составляют долю $|x_i|$ от первоначального капитала инвестора и использованы им для покупки других ценных бумаг.

Определение 1. Пусть R_i – случайная величина доходности ценных бумаг i -го вида, как если бы весь капитал инвестора был бы вложен в их покупку, $i = \overline{1, n}$. Тогда случайная величина R_p доходности портфеля со структурой, задаваемой вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, есть очевидно

$$R_p = \sum_{i=1}^n R_i x_i.$$

Определение 2. Ожидаемая доходность такого портфеля равна

$$m_p = M[R_p] = \sum_{i=1}^n x_i M[R_i] = \sum_{i=1}^n m_i x_i,$$

где $m_i = M[R_i]$ – ожидаемая доходность от ценных бумаг i -го вида, если бы в них вложили весь капитал.

Определение 3. Отклонение случайной величины доходности портфеля от ожидаемой доходности есть случайная величина

$$R_p - m_p = \sum_{i=1}^n x_i (R_i - m_i).$$

Определение 4. Математическое ожидание квадрата этого отклонения, то есть дисперсия случайной величины R_p есть

$$D_p = M[(R_p - m_p)^2] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j M[(R_i - m_i)(R_j - m_j)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij} x_i x_j.$$

Определение 5. Математическая формулировка задачи Г.Марковица имеет вид

$$D_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j V_{ij} \rightarrow \min_x,$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1, \quad m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n = m_p.$$

В матричном виде

$$D_p = x^T V x \rightarrow \min_x,$$

$$I^T x = 1, \quad m^T x = m_p.$$

Для ее решения можно использовать теорему Лагранжа. Функция Лагранжа для данной задачи имеет вид

$$L(x, \lambda) = \lambda_0 x^T V x + \lambda_1 (I^T x - 1) + \lambda_2 (m^T x - m_p).$$

Определение 6. Оптимальная структура портфеля x^* в виде

$$x^* = b + c m_p,$$

где b и c — векторы размерности n :

$$b = \frac{1}{d} (a_{22} V^{-1} I - a_{12} V^{-1} m),$$

$$c = \frac{1}{d} (a_{11} V^{-1} m - a_{12} V^{-1} I),$$

а d и a_{ij} — следующие числовые значения

$$a_{11} = I^T V^{-1} I, \quad a_{12} = I^T V^{-1} m,$$

$$a_{22} = m^T V^{-1} m, \quad d = a_{11} a_{22} - a_{12}^2.$$

Также в этой главе рассматриваются свойства эффективных портфелей и фронт Марковица.

Множество всех эффективных портфелей с характеристиками (m_p, σ_p) в системе координат «доходность – риск» описывается кривой, которая называется фронт Марковица или фронт эффективных портфелей. Он ограничивается множеством всех эффективных портфелей, достижимых на множестве n ценных бумаг с характеристиками m и V .

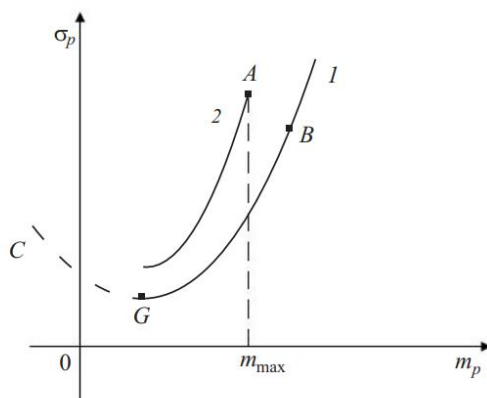


Рисунок 1 – Фронт Марковица

На рисунке 1 фронтом Марковица является кривая 1 от точки G (глобальный эффективный портфель) до B и выше.

Портфели, лежащие на отрезке кривой левее от точки G , не являются эффективными. Портфели, лежащие выше (по оси σ_p) кривой 1 от точки G до точки B и выше, образуют множество достижимых портфелей. Точке A на кривой 2 соответствует портфель, образованный полностью из актива с максимальной ожидаемой доходностью.

В практической части работы было составлено несколько инвестиционных портфелей из ценных бумаг разных отраслей, данные рассматривались за первые три месяца 2021 года, бралась дата закрытия каждой недели.

Для начала были подсчитаны еженедельные доходности каждого актива с помощью программы Excel по формуле

$$m_i = \frac{p_i - p_{i-1}}{p_{i-1}}.$$

Далее были найдены ожидаемые доходности, сформированы портфели. Все расчеты велись в программе Excel, а так же был написан программный код на языке Python.

```

8 #котировки акций
9 m1 = np.array([650.29, 667.31, 524, 781.18, 834.06,1078.98, 1431.11, 498.51,
428.97, 388.48, 566.62, 705.36, 793.24]);
10 m2 = np.array([206.52, 208.07, 194.41, 202.65, 207.215,215.74, 251.02,
287.17, 294.04, 304.55, 263.04, 232.72,253.95]);
11 m3 = np.array([198.87, 181.63, 161.09, 178.61, 195.14,193.13, 190.37, 212.06,
199.64, 181.75, 210.51, 218.74,193.28]);
12 m4 = np.array([309.13, 274.36, 254.3, 293.95, 317.92,364.49, 425.02, 128.76,
115.63, 108.9, 119.06, 132.58,131.8]);
13
14 #рассчитаем ежемесячную ожидаему доходность каждой акции
15 m1_0=np.diff(m1) / m1[:-1]
16 m2_0=np.diff(m2) / m2[:-1]
17 m3_0=np.diff(m3) / m3[:-1]
18 m4_0=np.diff(m4) / m4[:-1]

```

Рисунок 2 – Нахождение среднего арифметического каждого актива на языке Python

Следующим шагом было построение матриц ковариаций

	Tesla	Alibaba	VISA	Apple
Tesla	0,104668254	-0,008876387	0,007468171	0,068954735
Alibaba	-0,008876387	0,008406507	-0,00133481	-0,007224101
VISA	0,007468171	-0,001334806	0,009592616	-0,000829769
Apple	0,068954735	-0,007224101	-0,00082977	0,055653952

```

20 #рассчитаем ожидаемую доходность каждого актива
21 m1_1=round(sum(m1_0)/len(m1_0),10);
22 print("ожидаемая доходность акций Tesla:\n%s"%m1_1)
23 m2_1=round(sum(m2_0)/len(m2_0),10);
24 print("ожидаемая доходность акций Alibaba:\n%s"%m2_1)
25 m3_1=round(sum(m3_0)/len(m3_0),10);
26 print("ожидаемая доходность акций VISA:\n%s"%m3_1)
27 m4_1=round(sum(m4_0)/len(m4_0),10);
28 print("ожидаемая доходность акций Apple:\n%s"%m4_1)
29
30 #построение ков.матрицы
31 a = np.vstack((m1_0, m2_0, m3_0, m4_0))
32 cov=np.cov(a);
33 print("Ковариационная матрица:\n %s"%cov)

```

Рисунок 3 – Матрицы ковариаций, построенные в Excel и программный код построения матриц на языке Python

Далее, находим среднюю арифметическую каждого актива в качестве его ожидаемой доходности за весь период. (рисунок 4).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<i>Дата</i>	Tesla	Alibaba	VISA	Apple	mi_Tesla	mi_Alibaba	mi_VISA	mi_Apple
2	01.01.2020	650,29	206,52	198,87	309,13				
3	01.02.2020	667,31	208,07	181,63	274,36	0,026172938	0,007505326	-0,086689797	-0,112476951
4	01.03.2020	524	194,41	161,09	254,3	-0,214757759	-0,065650983	-0,113087045	-0,073115615
5	01.04.2020	781,18	202,65	178,61	293,95	0,490801527	0,042384651	0,108759079	0,155918207
6	01.05.2020	834,06	207,215	195,14	317,92	0,067692465	0,022526524	0,09254801	0,08154448
7	01.06.2020	1078,98	215,74	193,13	364,49	0,293647939	0,041140844	-0,010300297	0,146483392
8	01.07.2020	1431,11	251,02	190,37	425,02	0,32635452	0,163530175	-0,014290892	0,166067656
9	01.08.2020	498,51	287,17	212,06	128,76	-0,651661997	0,144012429	0,113936019	-0,697049551
10	01.09.2020	428,97	294,04	199,64	115,63	-0,139495697	0,023923112	-0,05856833	-0,101972662
11	01.10.2020	388,48	304,55	181,75	108,9	-0,094388885	0,035743436	-0,0896113	-0,058202889
12	01.11.2020	566,62	263,04	210,51	119,06	0,458556425	-0,136299458	0,15823934	0,093296602
13	01.12.2020	705,36	232,72	218,74	132,58	0,244855459	-0,11526764	0,03909553	0,11355619
14	01.01.2021	793,24	253,95	193,28	131,8	0,124588862	0,091225507	-0,116393892	-0,00588324
15	Ожидаемая доходность					0,07769715	0,02123116	0,001969702	-0,024319532

Рисунок 4 – Ожидаемая доходность каждого актива

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были рассмотрены определения и виды инвестиционного портфеля, принципы его формирования. Кроме того, была сформулирована и решена задача Марковица.

Практическая часть была посвящена экспериментам на реальных данных, в результате которых были найдены структуры портфелей, подсчитана ожидаемая доходность каждого портфеля и ожидаемый риск активов компаний различных отраслей: ExxonMobil, General Electric Company, VISA и Apple Inc.

Все поставленные задачи были выполнены.