

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа
и автоматического управления

**Анализ сетей массового обслуживания с ненадежными элементами и
с динамическим управлением**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 271 группы
направления 09.04.01 – «Информатика и вычислительная техника»
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Мотылек Анастасии Петровны

Научный руководитель

к. ф. – м. н., доцент

И.Е.Тананко

Заведующий кафедрой

к. ф. – м. н., доцент

И.Е.Тананко

Саратов 2021

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Сети массового обслуживания являются удобными математическими моделями дискретных стохастических систем с сетевой структурой [1]. Развитие теории и методов анализа сетей массового обслуживания с динамическим управлением, а также сетей обслуживания с переменной структурой, позволяет решать широкий класс задач анализа, оптимизации и проектирования реальных ненадежных систем обслуживания с учетом имеющегося в них управления. Поэтому изучение методов управления и оптимизации сетей массового обслуживания с переменной структурой является актуальным направлением на сегодняшний день.

Цель данной работы изучение теории, а также методов анализа сетей массового обслуживания с ненадежными элементами, то есть сетей с системами, имеющими один прибор, который выходит из строя (прекращает обслуживание требований) и восстанавливается. Также целью работы является разработка алгоритмов анализа сетей массового обслуживания с ненадежными элементами и динамическим управлением и разработка программы для анализа сети обслуживания с ненадежной системой и задержкой информации, содержащей модули вычисления основных характеристик этой сети.

В соответствии с поставленной **целью** определены следующие задачи:

1. Изучить сети массового обслуживания с динамическим управлением и ненадежными элементами;
2. Изучить понятие сетей массового обслуживания, их параметры и характеристики;
3. Разработать алгоритмы метода анализа сетей массового обслуживания с ненадежными элементами;
4. Разработать программу для анализа сети обслуживания с ненадежной системой и задержкой информации;

5. Вычислить численные характеристики исследуемой сети массового обслуживания.

Методологические основы. В работе использовались методы теории марковских процессов, теории массового обслуживания, теории сетей массового обслуживания.

Практическая значимость магистерской работы. Практическая значимость представленных в магистерской работе результатов заключается в возможности применения рассмотренных методов управления потоками в сетях массового обслуживания с переменной структурой в математических моделях больших сложных систем с сетевой структурой и стохастическим характером функционирования. Рассмотренные методы анализа сетей массового обслуживания с управлением, разработанные алгоритм и программа могут быть использованы в учебном процессе Саратовского государственного университета.

Структура и объём работы. Магистерская работа состоит из введения, шести разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объём работы – 64 страницы, из них 54 страниц – основное содержание, включая 3 рисунка и 1 таблица, 11 страниц приложения, список использованных источников – 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Основные параметры и характеристики сетей и систем обслуживания» посвящен описанию основных параметров и характеристик сетей массового обслуживания (СеМО) и систем массового обслуживания (СМО).

В первом разделе работы вводятся определения сети массового обслуживания, системы массового обслуживания. Рассматривается один из основных параметров СеМО – маршрутная матрица, а также основные

составляющие и процессы в СМО: заявка, поток заявок, обслуживающий прибор, обслуживание, длительность обслуживания, накопитель.

Рассматриваются несколько наиболее часто встречающихся типов сетей: однородные и неоднородные, открытые, закрытые и смешанные, экспоненциальные и общего вида.

Заявка, поступившая на вход СМО, может находиться в двух состояниях:

- в состоянии обслуживания (в приборе);
- в состоянии ожидания (в накопителе), если все приборы заняты обслуживанием других заявок.

Вводятся основные обозначения, связанные с СеМО [4]. При этом будут использоваться следующие обозначения и сокращения: $a = (a_i)$ – вектор-строка; ф. р. – функция распределения; м. о. – математическое ожидание.

L – число СМО в СеМО;

λ_0 – интенсивность внешнего потока требований, поступающих в сеть из источника и из сети в источник;

S_i – СМО с номером i , входящая в состав СеМО, $i = 1, \dots, L$;

S_0 – внешний источник (и сток) требований (в открытых СеМО);

$n = (n_i)$ – вектор состояния сети обслуживания, $i = 1, \dots, L$;

n_i – число требований в S_i (состояние системы S_i);

$\Theta = (\theta_{ij})$ – маршрутная матрица,

$$i, j = \begin{cases} 0, 1, \dots, L, & \text{если СеМО открытая,} \\ 1, \dots, L, & \text{если СеМО замкнутая;} \end{cases}$$

Второй раздел «Сети массового обслуживания с динамическим управлением» посвящен описанию динамического управления маршрутизацией в сетях массового обслуживания.

В сетях массового обслуживания используется централизованное и децентрализованное управление маршрутизацией требований. В первом случае управление осуществляется централизованной системой управления на основе информации о состоянии сети [8-10]. При децентрализованном управлении маршрутизация требований в сети выполняется на основе имеющейся в каждой системе информации о состояниях смежных систем обслуживания [11,12].

Рассматривается сеть обслуживания [13], состоящая из L параллельных систем массового обслуживания. Из источника в систему i поступают требования в моменты $\{\tau_k^i, k \geq 0\}$, где $\tau_0^i = 0$ и $\sigma_k^i = \tau_{k+1}^i - \tau_k^i$ являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами для всех $i = 1, \dots, L$.

Определена оптимальная стратегия управления для данной сети:

1. Когда система i простаивает, (случайно) выбирается другая система j .
2. Перевод из системы j в систему i осуществляется в соответствии с оптимальной стратегией для соответствующей двухприборной системы.
3. Если перевода не происходит, то следует выбрать другую систему j , которая ранее не была выбрана. Повторяются шаги 2 и 3 до тех пор, пока не будет выполнен перевод, или пока не будут проверены все системы.
4. Если система i остается пустой после данной процедуры, следует ждать пока требования не поступят в систему i , либо пока некоторое фиксированное время T не истечет. Повторить шаг 1.

Была рассмотрена замкнутая экспоненциальная сеть массового обслуживания с L системами массового обслуживания. Для этой сети была построена маршрутная матрица $\Theta(k)$, $k = 1, \dots, K$ с использованием метода формирования маршрутных матриц, рассмотренного в работе [17].

Были введены обозначения параметров и характеристик цепи $C^k: A^k = (a_{mn}^k), m, n \in B$, - инфинитезимальный оператор; $P^{(t),k} = (p_{mn}^{(t),k})$ – матрица вероятностей скачков марковской цепи скачков, связанной с цепью C^k ; $P^{(t),k} = (p_{mn}^{(t),k})$ – матрица вероятностей перехода за время t , определяемая известным соотношением $P^{(t),k} = \exp(A^k t)$. Параметры и характеристики цепи C^k будут зависеть от соответствующей маршрутной матрицы $\Theta(k)$.

Была определена стационарная вероятность пребывания сети в состоянии $s^{(n)}$:

$$q_n = \sum_{k=1}^K \frac{\tau_k}{\bar{\tau}} q_n(k), \quad s^{(n)} \in X$$

Третий раздел «Пуассоновский процесс. Марковский процесс гибели и размножения» посвящен описанию пуассоновского процесса и марковского процесса гибели и размножения.

Были даны определения пуассоновского процесса, марковского процесса, а также процессам гибели и размножения. Дано определение потоку заявок, а также описаны типы потоков заявок.

Для марковского процесса гибели и размножения было определено, что распределение состояний, удовлетворяет системе дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = \mu_1(t)p_1(t) - \lambda_0(t)p_0(t) \\ \frac{dp_i}{dt} = \lambda_{i-1}(t)p_{i-1}(t) - (\lambda_i(t) + \mu_i(t))p_i(t) + \mu_{i+1}(t)p_{i+1}(t) \\ i = 1, 2, \dots, n, \dots \end{cases}$$

Отдельно были рассмотрены процесс чистой гибели и процесс чистого размножения.

Четвертый раздел «Анализ сетей массового обслуживания с ненадежными системами» посвящен описанию двух анализа сетей массового обслуживания с ненадежными элементами.

Рассматривается открытая сеть массового обслуживания, содержащая две параллельные системы массового обслуживания S_1 и S_2 . Каждая из систем обслуживания имеет ограниченное число мест ожидания в очереди. После обслуживания в системах требования возвращаются в источник. Если вновь поступающее из источника требование застаёт все места в очереди системы занятыми, то оно возвращается в источник без обслуживания.

В момент отказа прибора системы S_2 все требования, находящиеся в S_2 , мгновенно перемещаются для обслуживания в конец очереди системы S_1 и на время восстановления системы S_2 поступление требований из источника в эти системы прекращается. Предполагается, что управляющему устройству мгновенно становится известно о выходе из строя и восстановлении ненадежной системы S_2 [8].

Для сети были определены м.о. числа требований в системе S_j , интенсивность потока требований в S_j и м.о. длительности пребывания в системе S_j сети обслуживания:

$$s_j^* = \frac{\varphi}{\varphi + \tau} \bar{s}_j^{(1)} + \frac{\tau}{\varphi + \tau} \bar{s}_j^{(2)}, j = 1, 2$$

$$\lambda_j^* = \frac{\varphi}{\varphi + \tau} \lambda_j^{(1)} + \frac{\tau}{\varphi + \tau} \lambda_j^{(2)}, j = 1, 2,$$

$$u_1^* = \frac{\varphi}{\varphi + \tau} \frac{\bar{s}_1^{(1)}}{\lambda_1^{(1)}} + \frac{\tau}{\varphi + \tau} \frac{\bar{s}_1^{(2)}}{\lambda_1^{(2)}}, u_2^* = \frac{\varphi}{\varphi + \tau} \frac{\bar{s}_2^{(1)}}{\lambda_2^{(1)}}$$

Рассматривается сеть массового обслуживания, содержащую управляющее устройство и две параллельные системы массового обслуживания S_1 и S_2 . Предполагается, что управляющему устройству становится известно о выходе из строя ненадежной системы S_2 через фиксированный интервал времени, равный τ . Как только эта информация становится доступной

управляющему устройству, поступление требований из источника в эту систему прекращается. Предполагается, что информация о восстановлении прибора ненадежной системы S_2 также становится доступной управляющему устройству через фиксированный интервал времени τ и поток требований из источника в эту систему восстанавливается с исходным значением вероятности. Длительность наработки на отказ и длительность восстановления прибора второй системы обслуживания – экспоненциально распределенные случайные величины с параметрами соответственно α и β .

Были описан процесс функционирования ненадежной системы S_2 с учетом задержки информации о моментах отказов и восстановлений. Приведены системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику двух параллельных систем обслуживания на различных этапах функционирования.

Были найдены м.о. числа требований в системе, средняя интенсивность потока требований в систему, математическое ожидание длительности пребывания требований в системе:

$$\bar{s}_i = \sum_{j=1}^4 \sigma_j \bar{s}_i^j, \quad i=1,2$$

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^4 \sigma_j \lambda_i^j$$

$$\bar{u}_i = \bar{s}_i / \lambda_i$$

Пятый раздел «Алгоритмы» посвящен описанию двух алгоритмов метода анализа сетей массового обслуживания с ненадежными элементами для каждой сети, описанной в четвертом разделе.

Алгоритмы состоят из 4 блоков.

Алгоритм анализа ненадежной сети.

В первом блоке описывается ввод входных данных: интенсивности входящего потока требований, интенсивности обслуживания требований в системах, вероятности поступления требований из источника в системы, длительности процессов функционирования систем.

Во втором блоке входные данные проверяются на корректность. Входные данные должны быть положительными вещественными числами. В случае некорректных введенных значений программа выдаст сообщение об ошибке и предложит ввести новые значения.

В третьем блоке происходит вычисление основных характеристик: вероятность пребывания процесса ξ_1 в состоянии s ($s = (s_1, s_2)$) – вектор состояния сети обслуживания, вероятность пребывания процесса ξ_2 в состояниях s , м.о. числа требований в системе S_j , интенсивность потока требований в систему S_j , м.о. длительности пребывания в системе S_1 и S_2 соответственно.

В четвертом блоке описывается вывод результатов. Выводятся вычисленные характеристики. вычисленные характеристики как результат анализа системы. Полученные числовые значения сохраняются в текстовый файл, в котором они доступны для просмотра.

Алгоритм анализа ненадежной сети с задержкой информации.

В первом блоке описывается ввод входных данных: интенсивность входящего потока требований, интенсивности обслуживания требований в системах, вероятности поступления требований из источника в системы, фиксированный интервал времени, через который управляющему устройству становится известно о выходе из строя ненадежной системы, параметр экспоненциальной функции распределения длительности наработки на отказ прибора второй системы обслуживания, параметр экспоненциальной функции распределения длительности восстановления прибора второй системы обслуживания.

Во втором блоке входные данные проверяются на корректность. Входные данные должны быть положительными вещественными числами. В случае некорректных введенных значений программа выдаст сообщение об ошибке и предложит ввести новые значения.

В третьем блоке происходит вычисление основных характеристик: распределение вероятностей состояний сети, математическое ожидание числа требований в системе, средняя интенсивность потока требований в систему, математическое ожидание длительности пребывания требований в системе.

В четвертом блоке описывается вывод результатов. Выводятся вычисленные характеристики. вычисленные характеристики как результат анализа системы. Полученные числовые значения сохраняются в текстовый файл, в котором они доступны для просмотра.

Шестой раздел «Описание программы» посвящен описанию основных аспектов разработки программы по моделированию работы сети массового обслуживания с ненадежной системой и задержкой информации.

Были сформулированы требования к разрабатываемой программе и описана ее структура, состоящая из трех основных блоков:

1. Блок описания переменных и констант.
2. Блок описания вспомогательных функций.
3. Основная функция приложения (точка входа программы).

Третий блок был разделен на 5 ключевых этапов:

1. Инициализация стартовых параметров.
2. Ввод пользовательских параметров систем.
3. Итерационная процедура построения матрицы вероятностей.
4. Подсчет характеристик систем массового обслуживания.
5. Вывод результатов в файл.

Каждый этап был подробно описан с приведением ссылок на фрагменты кода из приложения А. На первом этапе были перечислены основные переменные, фигурирующие в программе. На втором этапе были перечислены входные параметры программы, процесс их инициализации и пример диалога программы с пользователем в консольном режиме для ввода параметров. Далее был описан процесс моделирования СМО, их характеристики и функция расчета. При описании заключительного этапа были приведены функции вывода параметров и характеристик СМО в файл.

Кроме того, было описано соответствие переменных программы и физических величин, фигурирующих в алгоритмах.

В заключении практической части был приведен пример запуска программы с конкретными входными данными и пример результатов моделирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были рассмотрены основные параметры и характеристики сетей массового обслуживания, методы динамического управления в сетях массового обслуживания, описан Пуассоновский процесс и марковский процесс гибели и размножения. Были рассмотрены два метода анализа сетей массового обслуживания с ненадежными элементами. Также была изучена специализированная литература по темам, связанным с динамическим управлением сетями массового обслуживания с ненадежными элементами.

В ходе дипломной работы были разработаны два алгоритма метода анализа сетей массового обслуживания с ненадежными элементами. По этому алгоритму была разработана программа для анализа сети массового обслуживания с ненадежной системой и задержкой информации. Приведен пример использования программы.

Результаты магистерской работы были представлены на ежегодной студенческой конференции факультета компьютерных наук и информационных технологий в 2020 году.

Все цели, поставленные в ходе магистерской работы, были выполнены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Вишневский, В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей / В.М. Вишневский. – Москва: Техносфера – 2003. – 512 с.
- 2 Башарин, Г.П. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета / Г.П. Башарин, П. П. Бочаров, Я.А. Коган. – Москва: Наука, ГРФМЛ – 1989. – 347 с.
- 3 Жожикашвили, В. А. Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ / В. А. Жожикашвили, В.М. Вишневский. – Москва: Радио и связь – 1988. – 190 с.
- 4 Митрофанов, Ю.И. Анализ сетей массового обслуживания / Ю.И. Митрофанов. – Саратов: Научная книга – 2005. – 175 с.
- 5 Клейнрок, Л.И. Теория массового обслуживания / Л.И. Клейнрок. – Москва: Машиностроение – 1979. – 432 с.
- 6 Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания. / И.Н. Коваленко, – М. : Издательство ЛКИ, 2013 – 586 с.
- 7 Назаров, А.А. Теория массового обслуживания: учеб. пособие / А.А. Назаров, А.Ф.Терпугов. – Томск: изд-во НТЛ. – 2010 – 228 с.
- 8 Митрофанов, Ю. И., Фокина, Н. П. Анализ сетей массового обслуживания с динамическим управлением маршрутизацией // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2007 – Т. 7, Вып. 1 —С. 27–33.

9 Митрофанов Ю. И., Рогачко Е. С. Управление распределением нагрузки в сетях массового обслуживания // Автоматика и телемеханика. – 2008 — Вып. 9 – С. 94–102.

10 Тананко И. Е., Фокина Н. П. Метод анализа сетей массового обслуживания с централизованным управлением маршрутизацией и задержкой информации // Компьютерные науки и информационные технологии: матер. Междунар. науч. конф. — Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009 – С. 182–185.

11 Tassiulas L., Ephremides A. Throughput properties of a queueing network with distributed dynamic routing and flow control // Advances in Applied Probability. — 1996 — Vol. 28, no. 1 — P. 285–307.

12 Рогачко Е. С., Станкевич Е. П. Управление потоками в сетях массового обслуживания при неполной информации о состоянии сетей // Компьютерные науки и информационные технологии: матер. Междунар. науч. конф. – Саратов: Наука, 2014 – С. 259–261.

13 Down D.G., Lewis M.E. Dynamic load balancing in parallel queueing systems: stability and optimal control / D.G. Down, M.E. Lewis // European Journal of Operational Research. – 2006. – Vol. 168, No. 2. – P. 509 – 519.

14 Тананко, И.Е., Фокина, Н.П. Управление входящим потоком требований в открытых сетях массового обслуживания с параллельными системами обслуживания и ненадежными приборами / И.Е. Тананко, Н.П. Фокина // Компьютерные науки и информационные технологии: Материалы науч. конф. – Саратов: Издательство Сарат. ун-та – 2010. – С. 116-119.

15 Фокина, Н. П., Тананко, И. Е. Метод управления маршрутизацией в сетях массового обслуживания с переменной топологией / Н.П. Фокина, И.Е. Тананко // Известия Сарат. ун-та. Нов. сер. Серия Математика. Механика. Информатика. – 2013. – Т. 13, вып. 2, ч. 2. – С. 82-88.

16 Митрофанов, Ю. И. Синтез сетей массового обслуживания / Ю. И. Митрофанов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та – 1995. – 184 с.

17 Тананко, И. Е. Метод оптимизации маршрутных матриц открытых сетей массового обслуживания / И.Е. Тананко // Автоматика и вычислительная техника. – 2002. – № 4. – С. 39-46.

18 Рубчинский, А. А. Дискретные математические модели. Начальные понятия и стандартные задачи: учебное пособие / А. А. Рубчинский. – М.: Директ-Медиа – 2014. — 269 с.

19 Острейковский В. А. Теория надежности: Учеб. для вузов / В. А. Острейковский. – М.: Высш. шк., 2003 – 463 с.

20 Тананко, И.Е., Юдаева, Н.В. Моделирование сети массового обслуживания с ненадежными системами и задержкой информации / И.Е. Тананко, Н.В. Юдаева // Компьютерные науки и информационные технологии: Тез. докл. Междунар. науч. конф., посвященной памяти проф. А. М. Богомолова. – Саратов: Издательство Сарат. ун-та – 2007. – С. 119-120.