МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

Новые подходы к анализу перемежающегося поведения на границе обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных хаотических динамических системах

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 2 курса __2241__группы
Направления__09.04.02_«Информационные системы и технологии»_______
код и наименование направления
института физики____
наименование факультета, института, колледжа
Евстифеева Евгения Валентиновича_______________________________
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., доцент ____________________ О.И. Москаленко
должность, уч. степень, уч. звание дата, подпись инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой
профессор, д.ф.-м.н., профессор ___________________ А.А. Короновский
должность, уч. степень, уч. звание дата, подпись инициалы, фамилия

Саратов_2021_год

Введение. В последнее время широкое внимание современных исследователей привлекает такое явление природы и радиофизики как хаотическая синхронизация [1]. Среди основных ее типов выделяется обобщенная синхронизация [2, 3]. Данное явление наблюдается в системах самой различной природы, а также может проявляться между системами с различной размерностью фазового пространства. Данный тип синхронизации имеет широкую область применения, например в медицине [4], при скрытой передаче информации [5], при исследовании взаимодействия биологических, химических и физических систем [6], создании нелинейных антенн гига- и терагерцового диапазона [7] и т.д.

Режим обобщенной синхронизации характеризуется установлением функционального соотношения (в общем случае функционала) между векторами, описывающими состояния взаимодействующих систем. В ранних работах обобщённая синхронизация была обнаружена только в случае однонаправленной связи, однако, позднее данное понятие было расширено также на случай взаимной связи [8].

Наряду с определением порога возникновения обобщенной синхронизации особый интерес представляет изучение механизмов установления данного режима, процессов перехода к нему. К одному из таких сценариев относится перемежающаяся обобщенная синхронизация [9, 10], характеризующаяся чередованием временных интервалов синхронизированных колебаний систем (ламинарных фаз) и интервалов асинхронной динамики (турбулентных фаз).

В то же самое время, на данный момент остается открытым вопрос о разработке универсального метода для исследования перемежающегося поведения. В большинстве работ данное явление было изучено только для случая однонаправленной связи, обычно с применением метода вспомогательной системы [11] в связи с простотой его реализации и высокой точностью. Однако, было доказано, что данный метод неприменим в случае взаимной связи [12], из-за чего возникает необходимость в разработке новых более универсальных подходов. Стоит отметить, что имеются также работы, в которых использовались метод ближайших соседей [13], фазовых трубок [2] и т.п. К сожалению, большинство таких методов оказалось неприменимым для изучения перемежающейся обобщенной синхронизации.

Также, наблюдается проблема с исследованием перемежающейся обобщенной синхронизации в присутствии шума. Помимо хорошо известных методов имеются также и новые подходы, например метод, основанный на анализе расположения изображающих точек на аттракторе, показал очень неплохие результаты [14]. К сожалению, данный подход применим только для систем, характеризующихся аттрактором со сложной топологией (например, систем Лоренца с двулистной структурой).

Целью данной магистерской работы является использование метода непрерывного вейвлетного преобразования [15], а также расчета локальных ляпуновских показателей [16, 17] для определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации, а также анализа влияния интенсивности аддитивного шума на данные характеристики. В качестве объектов исследования были выбраны хорошо изученные системы Лоренца [18] и осцилляторы Ресслера [19]. Стоит отметить, что ранее указанные методы не применялись для исследования перемежающейся обобщенной синхронизации (тем более в присутствии шума).

Магистерская работа содержит 58 страниц, приведённый список литературы включает 20 наименований.

Основное содержание работы. Магистерская работа состоит из введения, четырех глав и заключения.

В первой главе сначала приводятся теоретические сведения по обобщенной синхронизации и перемежаемости на ее границе. Затем, приводится краткое описание методов определения характеристик перемежаемости: метода вспомогательной системы, метода непрерывного вейвлетного преобразования и метода расчета локальных ляпуновских показателей [16, 17].

В первом разделе описывается метод вспомогательной системы [11], являющийся наиболее оптимальным в случае однонаправленной связи при отсутствии шума, однако он неприменим в случае взаимной связи. При использовании данного подхода вводится дополнительная ведомая система (вспомогательная), но с иными начальными условиями. Тогда, критерием возникновения обобщенной синхронизации будет эквивалентность состояний ведомой и вспомогательной системы.

Во втором разделе описывается метод непрерывного вейвлетного преобразования [15]. Входными данными для метода непрерывного вейвлетного преобразования являются временные зависимости отклонения между состояниями вспомогательной и ведомой систем. Функция фильтрации, которую выполняет данный метод, позволяет добиться неплохой устойчивости к аддитивному стационарному (белому) шуму.

Сначала производится непрерывное вейвлет-преобразование исходного сигнала, имеющее следующий вид:

$$W(t,s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t')\psi^*\left(\frac{t-t'}{s}\right)dt', \qquad (1)$$

где $\psi(\eta) = \pi^{-1/4} e^{j\omega_0\eta} e^{-\eta^2/2}$ – базисный вейвлет Морле (звездочкой обозначено комплексное сопряжение), s – временной масштаб. Выбор данного вейвлета обусловлен тем, что при выборе параметра вейвлета $\omega_0=2\pi$ наблюдается однозначное соответствие $s = \frac{1}{f}$ между временным масштабом s вейвлетного преобразования и частотой f преобразования Фурье.

Далее вводится мгновенное распределение энергии по временным масштабам $E(t,s) = |W(s,t)|^2$. Наконец, требуется рассчитать суммарную энергию вейвлет-спектр $\omega(t) = \int_S E(t,s)ds$, приходящуюся на определенный диапазон характерных временных масштабов $s \in S = (s1, s2)$. Это позволяет выделить характерные фазы поведения систем при рассмотрении распределения энергии вейвлет-спектра по характерным временным масштабам.

Диапазон характерных временных масштабов может быть как задан вручную, так и автоматически, при помощи одного из предложенных в данной работе методов.

В третьем разделе описывается метод локальных ляпуновских показателей [16, 17], позволяющий оценить характеристики перемежаемости как в случае однонаправленной, так и в случае взаимной связи в присутствии аддитивного шума, добавленного к уравнениям, описывающим состояния систем, и при его отсутствии.

Локальные показатели Ляпунова определяются при помощи алгоритма Бенеттина с ортогонализацией Грамма-Шмидта по формуле:

$$\Lambda_i \cong \frac{1}{k\theta} \sum_{j=1}^{k} ln \frac{\left\|\tilde{x}_j^i\right\|}{\zeta}, \qquad (2)$$

где Λ_i – значение i-го ляпуновского показателя, $k\theta = \tau$ – время накопления, ζ – начальная норма вектора возмущения, $\left\|\tilde{x}_j^i\right\|$ – Евклидова норма i-го вектора возмущения $\tilde{x}$ при j-й итерации, k – число итераций. Для удобства были использованы вектора возмущения с единичной нормой $\zeta = 1$.

Если время накопления τ не ограничено, то получатся обычные ляпуновские показатели, характеризующие динамику системы в целом. Если же его ограничить и в момент безразмерного времени t исключить из рассмотрения все показатели, не относящиеся к интервалу $[t - \tau, t]$, то получаться локальные ляпуновские показатели, характеризующие временную динамику исследуемой системы.

Ляпуновские показатели характеризуют скорость разбегания изначально близких фазовых траекторий и, следовательно, динамику системы. Положительные показатели отвечают за хаотическую составляющую, а отрицательные – за периодическую. Стоит отметить, что во всех аттракторах присутствует как минимум один нулевой показатель, соответствующий возмущению типа сдвиг.

В случае однонаправленной связи к ламинарной фазе относятся моменты времени, когда значение старшего локального условного ляпуновского показателя становится отрицательным. В случае взаимной связи – когда значение второго старшего локального показателя становится нулевым, а значение третьего – отрицательным.

Во второй главе приводятся результаты исследования характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации при помощи метода расчета локальных ляпуновских показателей. Для сравнения используется метод вспомогательной системы.

В первом разделе второй главы рассматривается перемежаемость в связанных системах Ресслера [2, 4, 18]. Данная модель описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1,2} &= -\omega_{1,2} y_{1,2} - z_{1,2} + \varepsilon_{1,2}(x_{2,1} - x_{1,2}), \\ \dot{y}_{1,2} &= \omega_{1,2} x_{1,2} + a y_{1,2}, \\ \dot{z}_{1,2} &= b + z_{1,2}(x_{1,2} - c), \end{aligned} \tag{3}$$

где $a = 0.15$, $b = 0.2$, $c = 10$, $\omega_1 = 0.99$, $\omega_2 = 0.95$ – управляющие параметры. В случае однонаправленной связи $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, в случае взаимной связи $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$. Данные системы характеризуются аттракторами ленточного типа и перемежаемостью типа “on-off”, характеристики которой подчиняются степенным закономерностям.

Сперва, при помощи расчета зависимостей спектра ляпуновских показателей от параметра связи было найдено его критическое значение, соответствующее порогу обобщенной синхронизации, в случае однонаправленной и взаимной связи. Затем, были представлены временные зависимости локальных показателей Ляпунова, по которым в дальнейшем и проводилась оценка основных характеристик перемежаемости, таких как распределение длительностей ламинарных фаз при фиксированном значении параметра связи, а также зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности. Полученные характеристики полностью соответствуют теоретическим степенным закономерностям. Таким образом, метод расчета локальных ляпуновских показателей может быть успешно применен при анализе систем с относительно простой топологией аттрактора.

Во втором разделе второй главы приводятся результаты аналогичных исследований перемежаемости, но в связанных системах Лоренца [10, 19] с двулистной структурой аттрактора, описываемых системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1,2} &= \sigma\left(y_{1,2} - x_{1,2}\right) + \varepsilon_{1,2}\left(x_{2,1} - x_{1,2}\right), \\ \dot{y}_{1,2} &= r_{1,2}x_{1,2} - y_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2}, \\ \dot{z}_{1,2} &= -b_{1,2}z_{1,2} + x_{1,2}y_{1,2}, \end{aligned} \qquad (4)$$

где σ = 10.0, b_1 = 2, b_2 = 8/3, r_1 = 40, r_2 = 35. В случае однонаправленной связи $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, в случае взаимной связи $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$.

В данном случае на границе обобщенной синхронизации наблюдается перемежаемость перескоков [10, 14], обусловленная структурой аттрактора, характеристики которой подчиняются экспоненциальным закономерностям.

Распределение длительностей ламинарных фаз описывается экспоненциальным законам вида $\ln(f(x)) = -x/T - \ln(T)$, где T – средняя длительность ламинарных фаз. При исследовании зависимостей средней длительности ламинарных фаз от параметра связи была применена аппроксимирующая функция, полученная аналитически в работе [14]: $\ln\left(g(x)\right) = a + e^{bx} + \frac{2}{d}\left(\frac{1}{12} + \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3^{\frac{5}{4}}}x^{\frac{3}{2}} + \frac{x^2}{12}\right)$. Полученные численно характеристики полностью соответствуют теоретическим зависимостям.

В третьей главе исследуется перемежающаяся обобщенная синхронизация в присутствии шума. В качестве примера были взяты связанные системы Лоренца. К первому уравнению системы (4) было добавлено слагаемое $N_{1,2}\psi$, где ψ - случайное число, соответствующее нормальному распределению с нулевым средним и единичной дисперсией. Шум был добавлен только ко второй системе, т.е. $N_1 = 0,\ N_2 = N$. Хотя, стоит отметить, что при добавлении шума к обеим системам результат практически не изменится. Амплитуда шума зависит от вещественного числа N.

Шумовая составляющая добавлялась к переменным системы уже после работы метода Рунге-Кутта как $hN_{1,2}$, в связи с чем наблюдаемые характеристики перемежаемости зависят также и от шага интегрирования. Однако, данная зависимость при достаточно малом шаге интегрирования ($h \leq 0.01$) выражается только в количественной форме.

Прежде всего, была установлена зависимость порога возникновения обобщенной синхронизации (критического значения параметра связи) от интенсивности шума. Из полученной зависимости следует, что сначала при увеличении параметра связи наблюдается увеличение критического значения параметра связи, а затем его уменьшение до нуля, при котором наблюдается переход к другому режиму – синхронизации, индуцированной шумом [20]. Причем, в случае взаимной связи точка перегиба на графике наблюдается при меньшем значении параметра связи в сравнении со случаем однонаправленной связи.

При небольшой величине интенсивности шума ($N \leq 200$) критическое значение параметра связи в случае однонаправленной связи больше, чем в случае взаимной, что согласуется с теорией. В связи с этим, данный интервал и был выбран для исследования.

Далее, были получены основные характеристики перемежаемости. Сперва, были определены распределения длительностей ламинарных фаз при фиксированных значениях параметра связи при различных значениях интенсивности шума в случае однонаправленной и взаимной связи. Установлено, что с увеличением интенсивности шума наблюдается уменьшение средней длительности ламинарных фаз, что соответствует полученным ранее результатам, поскольку по мере увеличения интенсивности шума исследуемые значения параметра связи оказываются все дальше и дальше от критического значения.

Также, были получены зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности при различных значениях интенсивности шума в случае однонаправленной и взаимной связи. Результаты, подтверждают выводы, сделанные ранее.

Стоит отметить, что полученные характеристики при небольшой интенсивности качественно соответствуют характеристикам, полученным при его отсутствии.

Наконец, в главе 4 представлено исследование основных характеристик перемежаемости при помощи непрерывного вейвлетного преобразования.

В первом разделе был рассмотрен случай, когда анализируются исходные данные без добавления к ним стационарного шума. Были представлены временные зависимости, соответствующие значениям энергии вейвлет-спектра, полученным при помощи различных методов выделения диапазонов характерных временных масштабов, как автоматических, так и ручных. Установлено, что наиболее точный метод автоматического определения диапазона характерных временных масштабов – это метод исключения временных масштабов, которые соотвествуют энергии спектра меньше средней величины. Стоит отметить, что в данном случае метод, основанный на определении временного масштаба, отвечающего средней энергии спектра, обладает достаточно высокой точностью.

Далее, проводилось сравнение основных характеристик перемежаемости, полученных при помощи метода вспомогательной системы и метода непрерывного вейвлетного преобразования. Результаты показали, что даже при отсутствии шума второй метод позволяет оценить характеристики с большей точностью благодаря выполнению функции фильтрации, сглаживанию флуктуаций исходного временного ряда, полученного первым методом.

Во втором разделе проводится аналогичное исследование, но в присутствии аддитивного шума. Установлено, что по исходным временным зависимостям, т.е. одним лишь методом вспомогательной системы, при шуме с амплитудой порядка максимального их значения (≈ 20) оценить характеристики перемежаемости не представляется возможным. Однако, фильтрация при помощи метода действительно дает результат, наиболее близкий к идеальному случаю, что делает возможным его применение для анализа характеристик перемежаемости.

Также, были получены зависимости относительного отклонения показателя функции распределения длительностей ламинарных фаз от отношения амплитуды белого шума к амплитуде исходного сигнала, а также величины порога разделения ламинарной и турбулентной фазы для метода вспомогательной системы и метода вейвлетного преобразования.

Таким образом, было рассмотрено применение непрерывного вейвлетного преобразования в дополнение к методу вспомогательной системы для анализа характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации. Результаты показали, что такой подход способен увеличить точность определяемых характеристик перемежаемости.

Заключение. В ходе данной магистерской работы были получены основные характеристики перемежающейся обобщенной синхронизации в случае однонаправленной и взаимной связи. Были рассмотрены такие методы, как метод вспомогательной системы, метод непрерывного вейвлетного преобразования и метод расчета локальных ляпуновских показателей. Установлено, что полученные характеристики хорошо согласуются с известными теоретическими закономерностями.

Результаты работы метода непрерывного вейвлетного преобразования указывают на то, что данный метод, примененный к временным зависимостям, полученным методом вспомогательной системы, позволяет увеличить точность оценки характеристик перемежаемости в присутствии аддитивного шума.

В свою очередь, расчет локальных ляпуновских показателей позволяет с хорошей точностью выделить характерные фазы поведения, что может быть использовано при различных исследованиях с использованием обобщенной синхронизации при однонаправленной и взаимной связи систем, характеризующихся аттракторами как с простой, так и со сложной топологией.

Также было проведено исследование влияния интенсивности шума на характеристики перемежающейся обобщённой синхронизации. С помощью метода расчета локальных показателей Ляпунова в системе двух однонаправленно и взаимно связанных осцилляторов Лоренца установлено, что при увеличении интенсивности шума порог возникновения обобщенной синхронизации сперва увеличивается, а затем уменьшается до 0. В последнем случае наблюдается переход к режиму синхронизации, индуцированной шумом.

Для однонаправленно и взаимно связанных систем Ресслера и систем Лоренца были оценены основные характеристики перемежаемости, такие как распределения длительностей ламинарных фаз при фиксированных значениях параметра связи и зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности. Установлено, что при небольшой интенсивности шума указанные характеристики слабо отличаются от аналогичных характеристик, полученных при отсутствии шума. Наблюдается хорошее соответствие между численно полученными характеристиками и теоретическими экспоненциальными зависимостями.

Таким образом, результаты работы демонстрируют, что метод расчета локальных показателей Ляпунова может быть успешно применен для анализа перемежающегося поведения на границе обобщенной синхронизации в присутствии шума в случае однонаправленной и взаимной связи.

Полученные в ходе работы результаты могут быть использованы как при исследовании взаимодействия систем в присутствии шума, так и при построении схемы для скрытой передачи информации.

Список использованной литературы

1. Boccaletti S, Kurths J., Osipov G. et al.: The synchronization of chaotic systems. Physics Report 36(6), 1–101 (2002)
2. A. A. Koronovskii et al. Nearest neighbors, phase tubes, and generalized synchronization // Phys. Rev. E. 2011. V. 84, № 3. P. 037201.
3. А. А. Короновский и др. О механизмах, приводящих к установлению режима обобщенной синхронизации // ЖТФ. 2006. Т. 76, № 2. С. 1.
4. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Ponomarenko V.I., and Prokhorov M.D.: Detecting synchronization of self-sustained oscillators by external driving with varying frequency. Phys. Rev. E. 73, 026208 (2006)
5. O. I. Moskalenko et al. Generalized synchronization of chaos for secure communication: Remarkable stability to noise // Phys. Lett. A. 2010. V. 374, Issue 29. P. 2925.
6. M. G. Rosenblum et al. Synchronization approach to analysis of biological systems // Fluct. Noise Lett. 2004. V. 4, № 1. P. L53.
7. B. K. Meadows et al. Nonlinear antenna technology // Proc. IEEE. 2002. V. 90. P. 882.
8. O. I. Moskalenko et al. Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks // Phys. Rev. E. 2012. V.86 P. 036216.
9. Tao Deng et al. Chaos synchronization in mutually coupled semiconductor lasers with asymmetrical bias currents // Opt. Express. 2011. V. 19, Issue 9. PP. 8762-8773.
10. Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Pivovarov A.A., Khanadeev V.A., Hramov A.E., Pisarchick A.N. Jump intermittency as a second type of transition to and from generalized synchronization. Phys. Rev. E. 102, 012205 (2020)
11. H.D. I Abarbanel et al. Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach // Phys Rev E. 1996. V. 53, № 5. P. 4528.
12. O.I. Moskalenko et al. Inapplicability of an auxiliary-system approach to chaotic oscillators with mutual-type coupling and complex networks // Phys. Rev. E. 2013. V. 87. P. 064901.

13. Rulkov, N. F. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. V. 51, № 2. PP. 980–994.
14. Moskalenko O.I. Koronovskii A.A., Khanadeev V.A.: Intermittency at the Boundary of Generalized Synchronization in Mutually Coupled Systems with Complex Attractor Topology. Technical Physics. 64, 302–305 (2019)
15. B.I. Shakhtarin et al. // J Commun Technol El. 2017. Vol. 62, № 11. P. 1262
16. Abarbanel H.D.I., Brown R., Kennel M.B.: Variation of Lyapunov Exponents on a Strange Attractor. Journal of Nonlinear Science 1, 175–199 (1991)
17. Hramov A.E., Koronovskii A.A., and Kurovskaya M.K.: Zero Lyapunov exponent in the vicinity of the saddle-node bifurcation point in the presence of noise. Phys. Rev. E. 78, 036212 (2008)
18. O. E. Rossler. An Equation for Continuous Chaos // Phys. Lett. A. 1976. V. 57. P. 397.
19. E.N. Lorenz Deterministic Nonperiodic Flow// J. Atmos. Sci. 1963. V. 20, 2. pp. 130–148
20. Toral R., Mirasso C.R., Hern´andez-Garsia E., Piro O. Analytical and numerical studies of noise–induced synchronization of chaotic systems. Chaos 11, 3 665-673 (2001)