

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теоретических основ
компьютерной безопасности и
криптографии

**Применение принципов выигрышной стратегии переключательной игры
Шеннона**

АВТОРЕФЕРАТ

дипломной работы

студентки 6 курса 631 группы

специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Казанцевой Наталии Игоревны

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н., доцент

А. Н. Гамова

23.01.2021 г.

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

М. Б. Абросимов

23.01.2021 г.

Саратов 2021

ВВЕДЕНИЕ

В XX веке развитие многих отраслей жизни человека привело к появлению новых математических дисциплин: теория кодирования, теория графов, теория игр и других, применявшихся для решения возникающих проблем. Долгое время дискретная математика, как стали называть объединение образовавшихся дисциплин, занималась решением классических задач [1].

В 40-е годы теорией игр заинтересовались военные, которые использовали ее как аппарат для исследования стратегических решений. Так как теория игр нашла приложения в математической статистике, ею заинтересовались также в экономической и социологической отраслях. Методы теории игр используются в линейном программировании и теории операций [2].

Актуальность темы обусловлена тем, что в настоящее время из-за частого столкновения интересов в различных сферах важным является вопрос выбора себе оптимальной стратегии. В таких ситуациях теория игр, имеющая в запасе достаточное количество методов, позволяет успешно решать такие задачи несколькими способами и выбирать из них наиболее эффективные.

В середине прошлого века выдающийся американский математик, создатель теории информации, Клод Шеннон предложил схему перебора вариантов для шахматной программы, а также создал переключательную игру на графах, которая, в свою очередь, является математической моделью для исследования процесса принятия решений [3]. В то же время, другой известный математик Дэвид Гейл создал свой аналог данной игры – Бридж-Ит, полем для которой также является граф. Обе эти игры относятся к играм типа гекс. Сам гекс – это игра на ромбической доске, имеющей гексагональную сетку, который можно представить тоже как игру на графе.

Цель данной дипломной работы – практическая реализация применения принципов выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для игр типа гекс.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- изучить переключательную игру Шеннона, Бридж-Ит и гекс;
- рассмотреть и исследовать алгоритм выигрышной стратегии для переключательной игры Шеннона;
- найти алгоритм приведения Бридж-Ит к переключательной игре Шеннона;
- представить переход от игры гекс к переключательной игре Шеннона;
- применить принципы алгоритма выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для игр Бридж-Ит и гекс;
- создать программу, реализующую применение принципов выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для Бридж-Ит и гекс;
- оценить эффективность реализованного алгоритма.

Дипломная работа состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка использованных источников и 1 приложения. Общий объем работы – 89 страницы, из них 53 страницы – основное содержания, включая 49 рисунков, список использованных источников из 21 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Первый раздел содержит необходимые теоретические сведения, касающиеся теории графов. Здесь приводятся основные определения и обозначения, используемые далее в дипломной работе.

Второй раздел «Теория игр» вводит такие понятия как теория комбинаторных игр, правила игры, ход в игре, выигрыш одного из игроков, а также стратегия. Он состоит из четырех подразделов. Первый из них посвящен переключательной игре Шеннона. Переключательная игра Шеннона – это игра для двух игроков, полем для которой служит граф.

В качестве поля для этой игры может быть использован граф, удовлетворяющий двум простым условиям:

1. из каждой вершины должно выходить не менее двух рёбер;
2. между любыми двумя вершинами должен существовать путь по ребрам.

Пример поля для переключательной игры Шеннона приведен на рисунке 1. Одного игрока назовем соединяющим (С-игроком), другого – режущим (Р-игроком). Цель соединяющего игрока – прочертить линию от вершины s к вершине t . Цель режущего – не позволить ему это сделать. При переключательной игре Шеннона на ребрах ход выполняется следующим образом: игрок выбирает одно произвольное ребро и закрашивает его своим цветом. Запрещается закрашивать ребро, уже закрашенное противником [3]. При переключательной игре Шеннона на вершинах игроки должны выбирать вершины графа и закрашивать их своими цветами.

Выигрывает соединяющий игрок, если ему удалось прочертить линию от вершины s к вершине t . Он проигрывает, если он не смог прочертить победную линию и не осталось ни одного не закрашенного ребра, способного привести его к победе. Тогда победа присуждается режущему игроку.

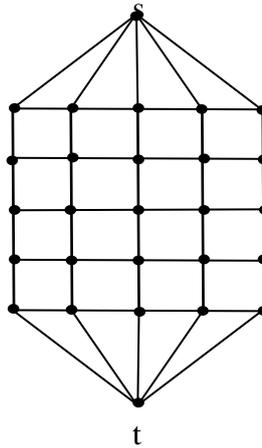


Рисунок 1 – Пример графа, являющегося полем для переключательной игры Шеннона

В следующем подразделе второго раздела доказывается существование алгоритма определения победителя в переключательной игре Шеннона с полиномиальным ограничением пространства.

В третьем подразделе описывается игра Бридж-Ит.

Поле представляет собой совокупность двух симметричных нуль-графов разного цвета. Первый имеет $n \times (n + 1)$ вершин в n строках и $n + 1$ столбцах, второй – $(n + 1) \times n$ вершин в $n + 1$ строках и n столбцах. Пример поля для игры представлен на рисунке 4.

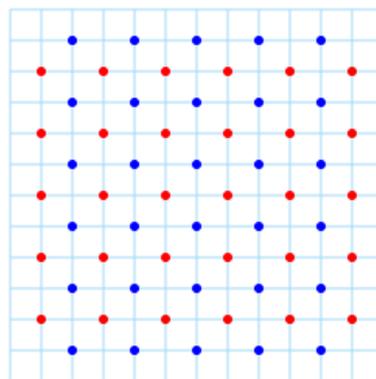


Рисунок 4 – Поле для игры Бридж-Ит

В нее также играют два игрока: один (Синий) соединяет синей линией синие точки; другой (Красный) – красной линией красные. Выигрывает тот, кто первым проведет линию, соединяющую две противоположные стороны своего цвета [8].

Далее для данной игры доказано, что один из игроков имеет выигрышную стратегию.

В четвертом подразделе описывается игра гекс.

В гекс играют два игрока друг против друга на поле, имеющим форму ромба, составленного из правильных гексагонов – шестиугольников. Размер поля – $n \times n$. Пары противоположных сторон ромба называются «красными» и «синими». Шестиугольники, находящиеся в углах ромба, относятся к обеим сторонам. Один игрок (Синий) играет синими, другой (Красный) – красными. Игроки по очереди закрашивают по одному шестиугольнику поля в свой цвет. Задача каждого – соединить «свою» пару сторон, закрасив цепь из шестиугольников своим цветом [8].

Пример поля для игры в гекс представлен на рисунке 6.

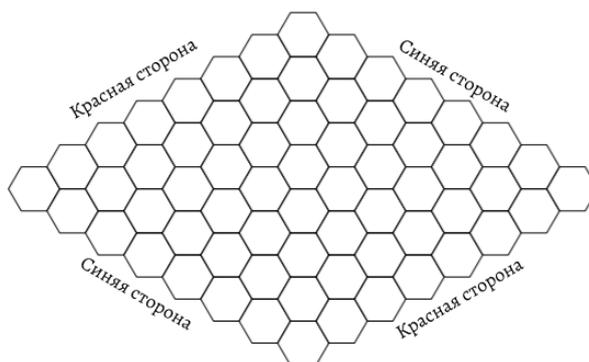


Рисунок 6 – Пример поля для игры в гекс

Третья глава содержит два подраздела, в первом из которых описывается выигрышная стратегия для переключательной игры Шеннона, основанная на теореме А. Лемана и лемме, используемой при ее доказательстве.

Теорема (Условие Лемана). В переключательной игре Шеннона на графе G с выделенными вершинами s и t выиграет соединяющий игрок, тогда и только тогда, когда в исходном графе G содержатся два непересекающихся по ребрам остовных дерева, содержащих путь из вершины s в вершину t [10].

Лемма. Пусть в исходном графе G есть два дерева A и B , удовлетворяющие условию Лемана. Пусть режущий игрок удалил ребро $a \in A$. Тогда соединяющий игрок может стянуть некоторое ребро $b \in B$ так, что в

новом графе $(G \setminus a) * b$ либо вершины s и t слились, либо вновь найдутся два дерева A' и B' , удовлетворяющие условию Лемана [11].

Следуя данной лемме можно вывести стратегию для соединяющего игрока. Главной целью соединяющего игрока является поддержание в графе двух деревьев не имеющих общих ребер и содержащих вершины s и t , тем самым обеспечивая себе два варианта успешного хода для построения пути между s и t . Если такие два дерева имеются в изначальном графе, то данная стратегия будет работать. Если режущий игрок удаляет ребро в одном из деревьев, то соединяющий игрок следующим ходом должен стянуть ребро из другого дерева. Удаление ребра не из данных деревьев режущим игроком, не играет роли при выборе дерева для стягивания ребра соединяющим игроком. В конце концов, такие действия приведут к тому, что вершины s и t сольются и таким образом соединяющий игрок победит.

Также там описывается приведение игры Бридж-Ит к частному случаю переключательной игры Шеннона на ребрах, представление игрока, делающего первый ход как соединяющего и применению для него стратегии, описанной выше. Для нахождения первого из остовных деревьев применяется поиск в глубину.

На рисунке 12 представлен граф с двумя выделенными остовными деревьями, используемый для игры в Бридж-Ит, как частного случая переключательной игры Шеннона.

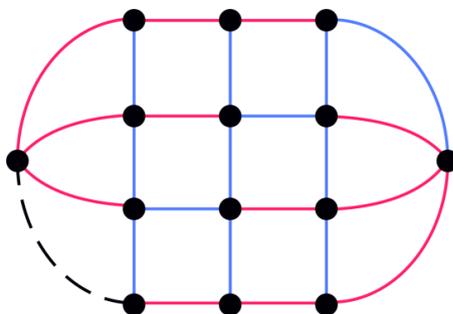


Рисунок 12 – Граф с выделенными остовными деревьями

Далее доказывается, что первый игрок, применяя описанную стратегию всегда будет выигрывать.

Во втором подразделе описывается применение принципов выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для игры гекс. Для начала показывается переход к игре не на гексагонах, а на вершинах. Затем правила игры видоизменяются так, чтобы они были применимы для нового варианта игры в гекс – как частного случая переключательной игры Шеннона на вершинах.

Аналогично проделанному ранее в игре Бридж-Ит, закрашивание Красным одной вершины будет равнозначно ее удалению из графа и всех, смежных с ней ребер, а закрашивание вершины Синим игроком – сжатию данной вершины, что означает ее удаление из исходного графа и построению новых ребер между каждой парой вершиной, смежных с закрашенной, как показано на рисунке 15. В левой части рисунка показаны два хода игроков, в правой – видоизмененный граф.

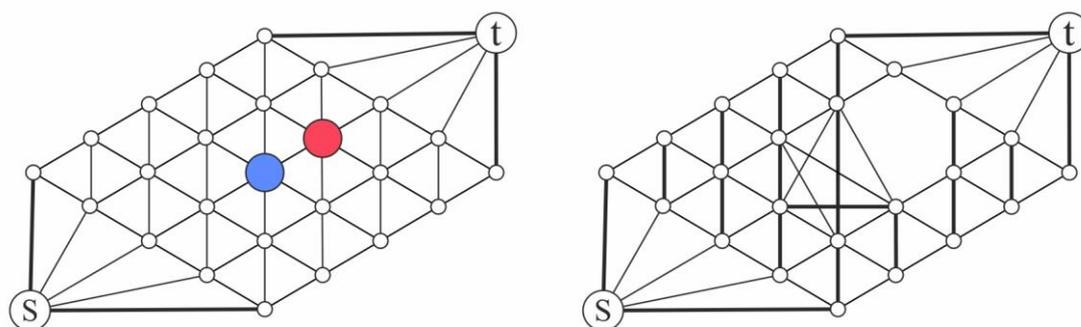


Рисунок 15 – Трансформация графа при игре в гекс на поле для переключательной игры Шеннона

Следуя описанной в предыдущем разделе стратегии, для победы игроку необходимо постоянно поддерживать связность выделенных вершин, т.е. следить, чтобы было хотя бы два варианта стратегически выгодного хода, но дополнительно к этому, исходя из условий игры гекс, игроку также необходимо отслеживать, чтобы с каждым его ходом связность графа для его

противника нарушалась. Однако, для того, чтобы это работало, необходимо учесть особенности игры и ее отличия от Бридж-Ит (6 связанных с центральной вершин, вместо 4): учитывать при работе алгоритма некоторые шаблоны – паттерны, например, простейший, представленный на рисунке 16.

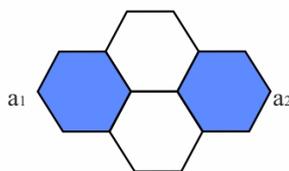


Рисунок 16 – Шаблон А

В четвертом разделе приводится описание реализованной в ходе выполнения дипломной работы программы, состоящей из двух подпрограмм, одна из которых реализует игру Бридж-Ит, а вторая – гекс. Обе игры происходят между компьютером и человеком, где право первого хода принадлежит компьютеру, действия которого происходят согласно выигрышным стратегиям, описанным в предыдущем разделе. Также, параллельно с ходом игрового процесса, происходит отрисовка графа всевозможных ходов для первого игрока, которая работает в двух режимах – со стягиванием ребер и без него. Во втором случае на данном графе другим цветом пошагово выделяется путь, который приводит компьютер к победе.

Еще четвертый раздел включает в себя скриншоты графического интерфейса программы, на которых приводятся примеры реализованных партий с различными входными условиями, и некоторые выводы, исходя из результатов тестирования. Так, для Бридж-Ит подтвердилось, что первый игрок, совершая ход первым всегда побеждает, а для игры гекс было показано, что разработанная стратегия достаточно эффективна – 47 побед из 50 партий, что составляет 94%.

Полный листинг программы приведен в приложении А.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дипломной работе было рассмотрено применение принципов алгоритма выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для игр типа гекс – игры Бридж-Ит и самого гекса. Был разработан программный продукт на языке Python, реализующий игру Бридж-Ит и игру гекс для двух игроков. За первого игрока в обоих случаях играет компьютер, ходы которого выполняются согласно выигрышной стратегии, описанной в тексте данной работы. Во время игрового процесса работы программы происходит отрисовка графа всевозможных ходов первого игрока в двух режимах: со стягиванием ребер и без него, с учетом ходов противника.

В первом разделе диплома приведены необходимые определения из теории графов, используемые далее в тексте работы.

В следующем разделе было произведено исследование теории игр и детально разобраны такие игры как переключательная игра Шеннона, Бридж-Ит и гекс. Для первой было доказано существование алгоритма определения победителя, а для остальных – доказано возможное существование выигрышной стратегии у одного из игроков.

В третьем разделе дипломной работы описывается алгоритм выигрышной стратегии для переключательной игры Шеннона, приведение игр Бридж-Ит и гекс к частным случаям переключательной игры Шеннона (на ребрах для первой и на вершинах для второй игры) и показывается применение победной стратегии, с учетом особенностей каждой из игр, что позже было использовано для разработки программной части.

Описание практической реализации с примерами работы программы было показано в четвертом разделе.

Использование принципов указанной в тексте работы стратегии дало достаточно эффективный результат как в случае игры Бридж-Ит, так и в случае игры гекс, что было получено при анализе результатов работы программы. Так, проверка разработанного для Бридж-Ит алгоритма показала 100%-ную его

эффективность (выигрыш во всех партиях), и для гекса – преобладают партии, заканчивающиеся победой компьютера над человеком (в 47 случаях из 50, что составляет 94%).

Таким образом, все поставленные задачи полностью решены, а, следовательно, цель дипломной работы достигнута.