

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Мультифрактальный анализ хаотических сигналов при
наличии помех**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4061 группы

направления 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии

и системы связи»

института физики

Калинкина Евгения Михайловича

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

О.Н. Павлова

И.о. зав. кафедрой

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Саратов 2021

ВВЕДЕНИЕ

Начиная с появления теории динамического хаоса активно обсуждается и исследуется направление, связанное с использованием хаотических процессов в качестве несущих (или маскирующих) сигналов для защиты передаваемой информации [1]. Соответствующие исследования имеют длительную историю, включая методы, основанные на подмешивании хаотического сигнала к информационному (в этом случае для детектирования информационного сообщения может применяться явление хаотической синхронизации); методы, предусматривающие переключения между разными значениями параметров генератора хаотических колебаний, что позволяло осуществлять передачу сообщений в двоичном коде («0» соответствовал одному значению параметра генератора, а «1» - другому) и многие другие. Первоначальные исследования в этой области выявили ряд существенных недостатков различных схем передачи информации в защищенном режиме, в частности, необходимость наличия генераторов хаотических колебаний в приемном и передающем устройствах, близких к идентичным. При отличии параметров этих генераторов более чем на 1-2%, эффективность методов, применяющих явление синхронизации хаотических колебаний для детектирования информационных сигналов, существенно снижалась. С течением времени были предложены более перспективные методы использования хаотических сигналов для систем связи, включая методы многоканальной передачи информации, позволяющие передавать в одном несущем сигнале несколько информационных сообщений одновременно. Значительное внимание стало уделяться практическим схемам источников и приемников сообщений, которые позволяют проводить передачу и декодирование хаотических несущих сигналов. Основным коллективом, который занимался разработкой практических схем систем защищенной связи на основе генераторов хаотических сигналов, являлся Институт радиотехники и электроники РАН г. Москва (группа проф. А.С. Дмитриева) [1].

Одной из актуальных проблем для создания таких систем является проблема их помехозащищенности, так как присутствие сильных помех сказывается на эффективности методов, применяющих явление синхронизации колебаний. Частично, эта проблема может решаться за счет цифровой фильтрации – к настоящему времени предложено много эффективных приемов цифровой фильтрации, в том числе, на основе многоступенчатых алгоритмов, использующих вейвлет-преобразование [2–5]. Однако, существуют разные ситуации – если несущий хаотический сигнал и шум имеют разные спектральные характеристики, и их частотные диапазоны не перекрываются или перекрываются частично, то использование фильтрации улучшает ситуацию. Однако, можно рассмотреть случай, когда в качестве хаотического сигнала рассматривается не непрерывная функция времени, а, например, последовательность отсчетов, моделируемых дискретным отображением, к которой аддитивно добавляется шум. В этом случае провести фильтрацию, снизив влияние помех, гораздо сложнее, и эта задача может оказаться трудно решаемой (или даже нерешаемой).

В данной работе исследуется возможность детектирования переключений между различными режимами динамики хаотических систем на примере последовательностей времен возврата в секущую Пуанкаре.

Целью данной выпускной квалификационной работы является изучение влияния помех на диагностику переключений между режимами хаотических колебаний в динамике связанных автоколебательных систем, проводимую путем анализа последовательностей времен возврата в секущую Пуанкаре.

Материалы исследования. Исследования проводились с применением модельных систем (связанные системы Рёсслера, связанные системы Лоренца).

Выпускная квалификационная работа содержит введение, две главы (1. Краткие теоретические сведения; 2. Результаты проведенных исследований),

заключение и список использованных источников. Общий объем работы 40 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Краткие теоретические сведения. В работе используются две математические модели взаимодействующих систем. Модель двух диффузионно связанных систем Рёсслера относится к числу базовых моделей для описания эффектов хаотической синхронизации и мультистабильности в функционировании взаимодействующих автоколебательных систем. Уравнения модели можно описать следующей системой шести обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{dx_{1,2}}{dt} &= -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2}), \\ \frac{dy_{1,2}}{dt} &= \omega_{1,2}x_{1,2} + \alpha y_{1,2}, \\ \frac{dz_{1,2}}{dt} &= b + z_{1,2}(x_{1,2} - c)\end{aligned}\tag{1}$$

В модели (1) ряд параметров (a , b и c) описывают режим функционирования каждой отдельной системы, и есть параметр взаимодействия γ , от которого зависит сила, с которой каждая из систем действует на другую. Если бы системы были идентичными, то, вероятно, с увеличением связи они демонстрировали бы одинаковое поведение для переменных (полностью синхронный режим динамики). Для реализации разнообразия режимов поведения мы рассматриваем неидентичные системы, вводя расстройку базовых частот колебаний $\omega_1 = \omega_0 + \Delta$ и $\omega_2 = \omega_0 - \Delta$. В проводимых исследованиях параметры были выбраны следующими: $a = 0.15$, $b = 0.2$, $\gamma = 0.02$, $\omega_0 = 1$. Два остальных параметра (c и Δ) были управляющими, от выбора которых зависел выбор того или иного режима сложных колебаний.

Одним из существенных отличий модели связанных систем Лоренца является существование сильно различающихся временных масштабов у каждой отдельной системы. Математическая модель двух связанных систем Лоренца также может быть описана с помощью шести обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned}\frac{dx_{1,2}}{dt} &= \sigma(y_{1,2} - x_{1,2}) + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2}), \\ \frac{dy_{1,2}}{dt} &= r_{1,2}x_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2} - y_{1,2}, \\ \frac{dz_{1,2}}{dt} &= x_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2}b\end{aligned}\tag{2}$$

где набор параметров $\sigma = 10$, $r_1 = 28.8$, $r_2 = 28$ и $b = 8/3$ задает режим колебаний каждой системы, а также присутствует сила связи γ . По-прежнему, как и в предыдущем примере, рассматриваются неидентичные системы, и эта неидентичность определяется разными значениями управляющих параметров r_1 и r_2 . Динамику модели можно изучать по-разному. Например, можно сразу выделить два варианта движений. Один из них – если рассматривать каждую систему в качестве бистабильной и ввести состояния «+1» (при $x_{1,2} > 0$) и «-1» (при $x_{1,2} < 0$). Тогда система будет какое-то время совершать вращения вокруг состояния равновесия (неустойчивого фокуса), и затем переключаться в другое бистабильное состояние, то есть это медленный процесс. Второй вариант движений – это отмеченные вращения фазовой траектории вокруг неустойчивых фокусов (более быстрый колебательный процесс). Несмотря на то, что традиционно с ростом коэффициента связи происходит синхронизация колебаний, у модели (2) есть нетипичная особенность – вначале введение связи, напротив, разбалансирует динамику (разность частот вращений увеличивается), однако при дальнейшем росте параметра связи динамика соответствует теоретическим представлениям, и устанавливается режим синхронных колебаний.

Основным методом исследования был выбран мультифрактальный анализ на основе вейвлет-преобразования [6, 7]. Метод включает процедуру проведения непрерывного вейвлет-преобразования исследуемого сигнала $f(x)$

$$T(s, z) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-z}{s}\right) dx, \quad (3)$$

где величины s и z характеризуют масштаб и сдвиг вейвлет-функции ψ . Для изучения сингулярностей сигнала $f(x)$ (то есть точек, где функция недифференцируемая) часто применяют вещественные вейвлеты, например, вейвлет WAVE или МНАТ, которые являются первой и второй производными от Гауссовой функции.

Возьмем некоторую функцию $f(x)$, у которой есть n производных, а $n+1$ производная не существует в некоторой точке $x=z^*$. Тогда эту функцию можно представить в виде разложения в ряд Тейлора $P_n(x)$, ограничившись степенью n . Максимальная величина h , которая удовлетворяет условию (4), называется показателем Гёльдера

$$|f(x) - P_n(x - z^*)| \leq C|x - z^*|^h. \quad (4)$$

Вблизи точки нерегулярного поведения функцию $f(x)$ можно разложить на сумму регулярной $P_n(x)$ и нерегулярной частей $C|x - z^*|^h$

$$f(x) = P_n(x - z^*) + C|x - z^*|^h. \quad (5)$$

При выборе в качестве вейвлета ψ функции с m нулевыми моментами, полиномиальный тренд $P_n(x)$ удаляется в автоматическом режиме, если рассмотреть $m \geq n$, и вейвлет-преобразование для $f(x)$ в окрестности точки сингулярного поведения можно представить в виде

$$T(s, z^*) = C\sqrt{s} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) |sx|^{h(z^*)} dx. \quad (6)$$

Для получения более удобной для использования степенной зависимости коэффициентов вейвлет-преобразования от величины s , в выражении (3) можно взять другой нормировочный коэффициент, поменяв

величину $1/\sqrt{s}$ на $1/s$. В этом случае для степенной зависимости вейвлет-коэффициентов в окрестности точки сингулярности z^* справедливо следующее выражение

$$T(s, z^*) \sim s^{h(z^*)}, \quad s \rightarrow 0^+, \quad (7)$$

откуда легко вычисляется показатель Гёльдера $h(z^*)$. Из-за сравнительно медленной сходимости коэффициентов вейвлет-преобразования в каждой точке сингулярности z^* формируется линия скелетона (линия экстремума поверхности вейвлет-коэффициентов). Если рассматривать коэффициенты по модулю, то эти линии будут четко выделяться, а сам скелетон (множество всех линий экстремумов) будет отражать основную информацию о вейвлет-преобразовании, которая не «загромождается» лишними деталями.

Непосредственно по зависимости (7) расчеты проводить нежелательно, так как результаты будут очень неустойчивыми. Связано это с влиянием соседних точек сингулярностей – с увеличением масштаба они сильно сказываются на вычислениях, и процедура оценки показателей Гёльдера становится неустойчивой. Это обстоятельство стало причиной разработки более сложного, но и более стабильного алгоритма вычислений, основанного на построении статистических функций $Z(q, s)$

$$Z(q, s) = \sum_{l \in L(s)} \left(\sup_{s' \leq s} |T(s', z_l(s'))| \right)^q \sim s^{\tau(q)}. \quad (8)$$

Формула (8) позволяет вычислить показатели скейлинга $\tau(q)$, являющиеся наклонами зависимостей $\log Z(q, s)$ от $\log s$ для каждого q . Затем проводится расчет показателей Гёльдера $h(q)$

$$h(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (9)$$

и спектра сингулярностей $D(h)$ – основной характеристики мультифрактальной структуры сигналов:

$$D(h) = qh - \tau(q). \quad (10)$$

С практической точки зрения (использования критериев диагностики структурных изменений сигналов) представляют наибольшую важность два значения, одно из которых – это ширина спектра сингулярностей $\Delta_h = h_{\max} - h_{\min}$, где h_{\max} и h_{\min} – это наибольшее и наименьшее значения показателей Гёльдера. Чем больше эта величина, тем сложнее процесс, то есть ширина спектра сингулярностей может интерпретироваться как мера сложности динамики. Другой важной характеристикой является среднее значение показателя Гёльдера $H=h(0)$, оно соответствует максимуму спектра сингулярностей. По величине H можно судить об особенностях корреляций в сигнале.

Результаты проведенных исследований. В ходе проводившихся исследований были рассмотрены различные режимы сложных колебаний выбранных моделей и получены последовательности времен возврата для этих режимов (то есть для динамики моделей при разных значениях управляющих параметров). Затем были сгенерированы случайные переключения между различными парами этих режимов и к ним добавлен белый шум с интенсивностью D . Решаемая задача состояла в том, чтобы установить, как уровень шума и выбор режимов динамики влияют на возможность достоверно идентифицировать переключения между режимами, и как добавление шума влияет на ошибку вычисления характеристик сложных колебаний. Анализ проводился с помощью 2-х характеристик – среднего значения показателя Гёльдера и ширины спектра сингулярностей. При этом было установлено, что анализ корреляционных характеристик (описываемых показателями Гёльдера) лучше позволяет диагностировать режим динамики при наличии помех, и при изложении результатов значениям H будет уделено основное внимание.

Рассмотрим, как влияет шум, аддитивно добавляемый к хаотическому сигналу (последовательности времен возврата в секущую Пуанкаре) на изменение характеристик динамики для модели связанных систем Рёсслера.

Так как для разных режимов будут разные показатели Гёльдера, то будем сравнивать их абсолютные изменения при наличии помех, а именно рассмотрим разности $E = H_n - H_0$, где H_0 – это значение среднего показателя Гёльдера в отсутствие аддитивного шума, а H_n – значение показателя при его добавлении.

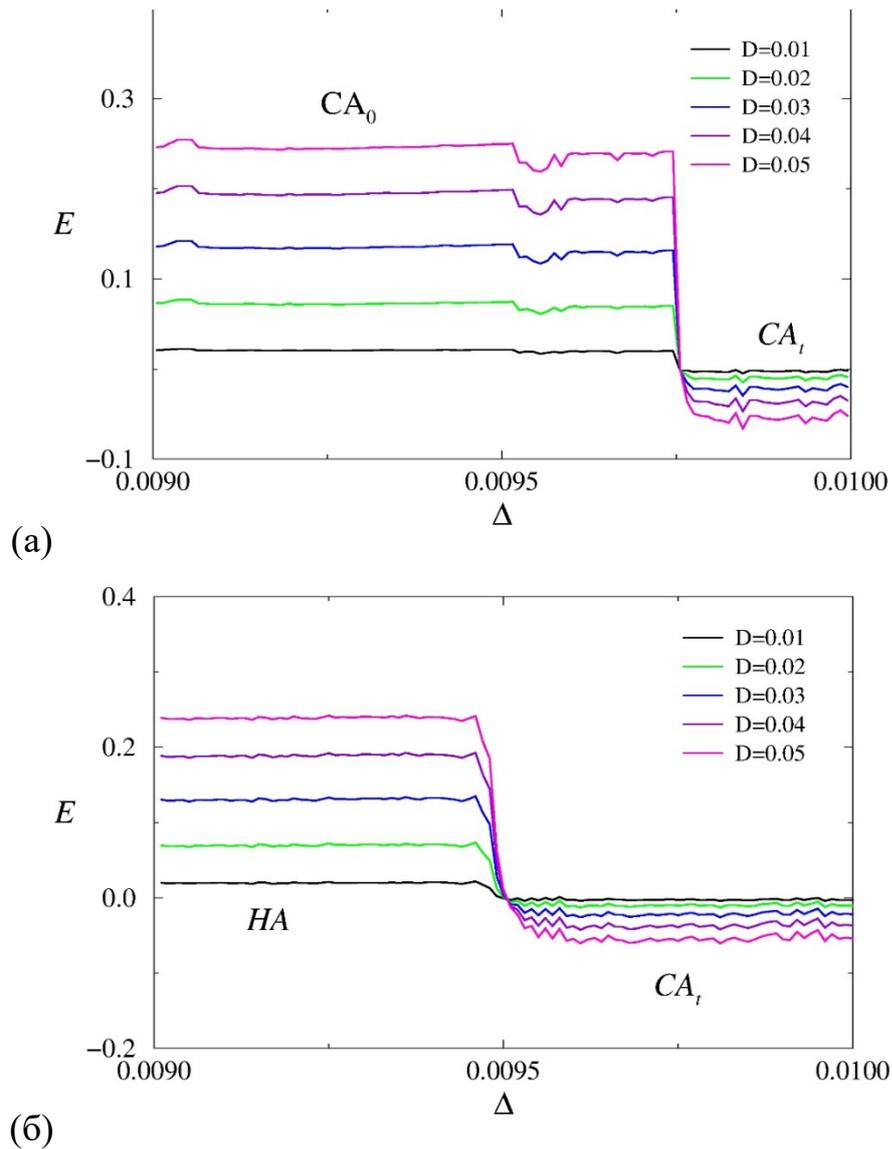


Рисунок 1 – Абсолютная ошибка расчета среднего показателя Гёльдера при изменении параметра Δ модели (1) для $c = 6.8$ (а) и $c = 7.2$ (б), вызванном добавлением белого шума разной интенсивности

Рассмотрим влияние белого шума с дисперсией в диапазоне от 0,01 до 0,05 на ошибку расчета среднего показателя Гёльдера при переходах между режимами синхронного и несинхронного хаоса (рисунок 1а) и между режимами гиперхаоса и несинхронного хаоса (рисунок 1б). В первом случае мы видим, что наличие шума значительно сильнее влияет на диагностику режима динамики, приводя к величине ошибки, более чем в 5 раз превышающей ошибку для несинхронного режима. При этом следует обратить внимание, что такие различия наблюдаются для любых синхронных режимов (синфазная или противофазная синхронизация) по сравнению с несинхронными.

На рисунке 2 проведены зависимости абсолютной ошибки расчета среднего показателя Гёльдера от параметра связи при разном уровне шума, добавляемого к последовательностям времен возврата в секущую Пуанкаре для модели двух связанных систем Лоренца. Отметим сильные различия ошибок для несинхронных колебаний (например, при $\gamma = 2$, соответствующих коррелированной динамике с $H > 0.5$) и синхронных режимов (например, $\gamma = 7$, соответствующих антикоррелированной динамике с $H < 0.5$). В отсутствие синхронизации влияние шума на диагностику режима динамики намного меньше, чем в синхронном режиме. Однако, учитывая существенные различия между характеристиками динамики (показателями Гёльдера) синхронных и несинхронных режимов в отсутствие шума (разность составляет примерно 0.25), и величину ошибки (менее 0.1 при рассматриваемых значениях интенсивности шума), диагностика переключений между режимами может быть достоверно проведена даже при большей интенсивности присутствующих помех.

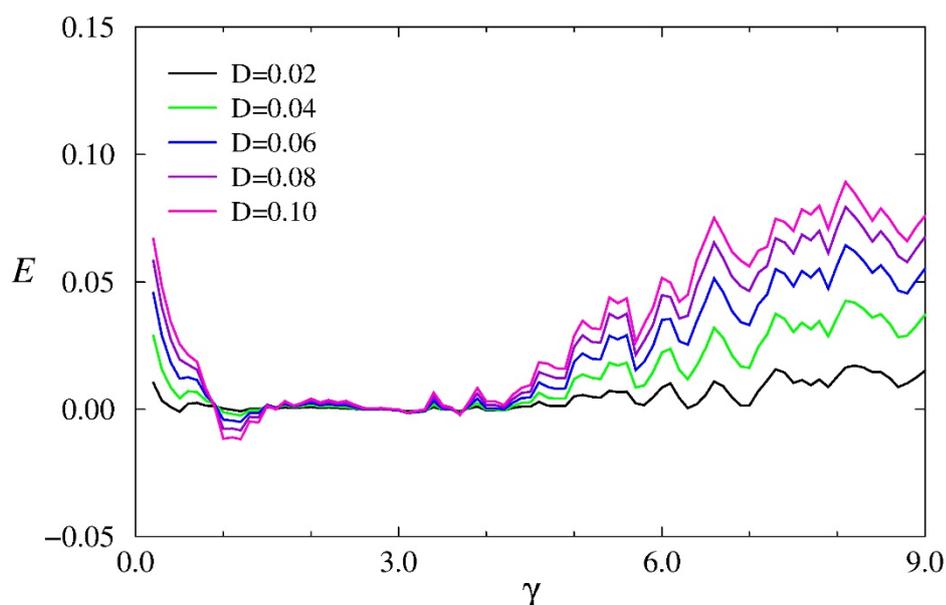


Рисунок 2 – Абсолютная ошибка расчета среднего показателя Гёльдера при изменении параметра γ в модели (2) для разных значения интенсивности белого шума

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально регистрируемые сигналы являются зашумленными, и этот шум может сильно влиять на их анализ, приводя к ошибкам диагностики режимов колебаний. Знание этих эффектов важно, в том числе, в задачах использования хаотических сигналов в системах связи, обеспечивающих защиту передаваемой информации. В данной работе рассмотрен случай аддитивного шума, добавляемого к последовательностям времен возврата в секущую Пуанкаре хаотических режимов. В отличие от анализа переменных состояния моделей генераторов хаоса, такой шум сложно выделить и устранить, например, применяя методы фильтрации.

На примере двух моделей – связанных систем Рёсслера и связанных систем Лоренца – показано, что для систем связи, применяющих хаотические сигналы, лучше выбирать режимы колебаний, для которых значение показателя Гёльдера больше, так как их легче идентифицировать в условиях сильных помех, чем режимы с малыми значениями данного показателя.

Если использовать для защиты информации переключения между разными режимами хаотических колебаний, то лучше выбирать переключения между режимами с разными типами корреляций. В этом случае можно оценить предельно допустимый уровень шума, при котором диагностировать переключения уже невозможно, но при меньших шумах разделение состояний с помощью метода мультифрактального анализа будет четко проведено.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Дмитриев А.С. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи / А.С. Дмитриев, А.И. Панас. – М.: Физматлит, 2002. – 252 с.
- [2] Бендат, Дж. С. Прикладной анализ случайных данных / Дж. С. Бендат, А. Дж. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
- [3] Kingsbury, N. G. Image processing with complex wavelets / N. G. Kingsbury // *Philos. Trans. R. Soc. London A.* – 1999. – Vol. 357(1760). – P. 2543-2560.
- [4] Selesnick, I. W. The dual-tree complex wavelet transform / I. W. Selesnick, R. G. Baraniuk, N. G. Kingsbury // *IEEE Signal Processing Magazine.* – 2005. – Vol. 22(6). – P. 123-151.
- [5] Shukla, P. D. Complex wavelet transforms and their applications / P. D. Shukla. – Master of Philosophy report. – Scotland: University of Strathclyde Glasgow, 2003.
- [6] Muzy, J. F. The multifractal formalism revisited with wavelets / J. F. Muzy, E. Bacry, A. Arneodo // *Int. J. Bifurcation Chaos.* – 1994. – Vol. 4, №2. – P. 245–302.
- [7] Павлов, А. Н. Мультифрактальный анализ сложных сигналов / А. Н. Павлов, В.С. Анищенко // *Успехи физических наук.* – 2007. – Т. 177, вып. 8. – С. 859–876.