

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

**Синхронизация бегущих волн во взаимодействующих ансамблях
осцилляторов ФитцХью-Нагумо при мемристивном характере связей
между ансамблями**

студента 4 курса 4061 группы

направления 11.03.02 Инфокоммуникационные

технологии и системы связи

Института физики

Шакаряна Вилен Андраниковича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2021 г.

ВВЕДЕНИЕ

Концепция мемристора, как особого элемента, обладающего памятью о предшествующих состояниях, была предложена Л. Чуа в 1971 г. Позднее были созданы реальные устройства на основе полупроводниковых материалов, окислов металлов, полимеров, графеновых пленок и др., обладающие мемристивными свойствами. Мемристоры имеют большие перспективы применения в области информационных технологий при создании новых типов запоминающих устройств, устройств обработки данных, суперкомпьютеров. В связи с этим в последнее время активно исследуются различные динамические системы, содержащие мемристивные элементы. Динамика таких систем может иметь ряд особенностей, заключающиеся в особой чувствительности установившегося режима к начальному состоянию. Так, в частности, в показана зависимость эффекта синхронизации в мемристивных системах от начального состояния мемристивных элементов.

Цель работы состоит в исследовании особенностей синхронизации бегущих волн в мемристивно-связанных ансамблях возбудимых осцилляторов. Предполагается установить влияние на эффект синхронизации начальных состояний мемристоров связи в случае идеальных мемристоров и мемристоров с ограниченным временем памяти. Планируется рассмотреть эффекты синхронизации бегущих волн как в случае идентичных ансамблей, так и при наличии расстройки параметров.

1. Исследуемая модель

Рассматриваются два кольца осцилляторов ФитцХью-Нагумо (ФХН) с диссипативной связью элементов в кольце и мемристивной связью между элементами двух колец. Уравнения системы имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_{j,1} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(x_{j,1} - y_{j,1} - \alpha x_{j,1}^3 \right) + \sigma_1 \left(x_{j-1,1} + x_{j+1,1} - 2x_{j,1} \right) + kM(z_j) \left[x_{j,2} - x_{j,1} \right], \\ \dot{y}_{j,1} &= \gamma x_{j,1} - y_{j,1} + \beta, \\ \dot{x}_{j,2} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(x_{j,2} - y_{j,2} - \alpha x_{j,2}^3 \right) + \sigma_2 \left(x_{j-1,2} + x_{j+1,2} - 2x_{j,2} \right) + kM(z_j) \left[x_{j,1} - x_{j,2} \right], \\ \dot{y}_{j,2} &= \gamma x_{j,2} - y_{j,2} + \beta, \\ \dot{z}_j &= x_{j,2} - x_{j,1} - \delta z_j, \quad j = 0, 1, \dots, N-1, \\ \text{Граничные условия: } x_{j \pm N, i}(t) &= x_{j, i}(t), \quad y_{j \pm N, i}(t) = y_{j, i}(t), \quad i = 1, 2.\end{aligned} \quad (1)$$

Здесь j – номер элемента в кольце. Каждое кольцо состоит из идентичных осцилляторов ФХН с диссипативной локальной связью внутри кольца. Все параметры двух колец одинаковы за исключением параметров коэффициентов связи σ_i ($i=1,2$) внутри колец.

Осцилляторы с одинаковыми номерами j , принадлежащие разным кольцам, локально связаны через идентичные мемристивные элементы. Сила связи колец характеризуется коэффициентом k . Характеристика элементов связи $M(z)$ задается выражением

$$M(z) = 1 + \mu z^2, \quad (2)$$

где μ – параметр нелинейности мемристивного элемента. Уравнения динамики переменных z_j , задающих мгновенные состояния мемристоров, содержат параметр δ , определяющий продолжительность памяти мемристоров во времени (параметр забывания).

Фиксированные параметры:

1. Размер слоев ансамбля $N = 100$;
2. Параметры элементов $\alpha = 1/3$, $\beta = 0.2$, $\gamma = 0.8$ (возбудимый режим), $\varepsilon = 0.01$;

3. Коэффициент связи в первом слое $\sigma_1 = 0.45$ (коэффициент связи в первом кольце);

4. Параметры мемристоров $\mu = 40$,

Управляющие параметры

Коэффициент связи во втором кольце σ_2 , параметр связи между кольцами k и параметр забывания δ будут рассматриваться как управляющие и меняться в ходе исследований. Также в качестве управляющего параметра будет рассматриваться начальное состояние всех элементов связи, которое будет полагаться одинаковым для всех элементов: $z_j(0) = z_0$.

2. Методы численного исследования

В работе планируется исследовать эффект полной синхронизации структур в двух идентичных слоях, а также эффективной синхронизации при внесении расстройки в параметры внутрислойной связи. Для диагностики эффекта синхронизации рассчитывается величина

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} [x_{j,2}(t) - x_{j,1}(t)]^2 + [y_{j,2}(t) - y_{j,1}(t)]^2. \quad (3)$$

В установившемся режиме величина Δ характеризует отклонение взаимодействующих генераторов от полной синхронизации, поэтому будем называть ее погрешностью синхронизации. В качестве численного критерия полной синхронизации выберем выполнение условия

$$\Delta \leq 10^{-5} \quad (4)$$

Для неидентичных колец, кроме величины Δ , рассчитывалось отношение средних периодов колебаний осцилляторов T_2/T_1 . Средний период T (средний интерспайковый интервал) рассчитывался по формуле

$$T = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tau_k, \quad (5)$$

где τ_k интервалы между последовательными переходами переменной x порогового значения $x_n = 1.5$ в одном направлении.

1. Исследование полной синхронизации в идентичных ансамблях

Исследовались два идентичных кольца в режиме возбудимой динамики при $\gamma = 0.8$, $\sigma_2 = \sigma_1 = 4.5$. Начальные условия для двух колец были выбраны таким образом, чтобы, в отсутствии связи между кольцами ($k = 0$), в них устанавливались бегущие волны, отличающиеся фазами волны. Мгновенные пространственные профили в установившемся режиме приведены на Рис.1. Соответствующие значения переменных в двух кольцах были взяты в качестве фиксированных начальных состояний колец для дальнейших исследований.

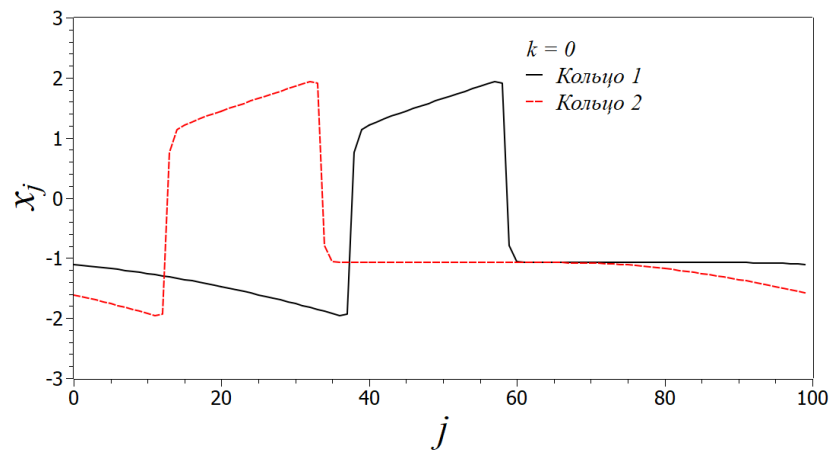


Рисунок 1. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах в отсутствии межслойной связи ($k = 0$). : $N = 100$, $\alpha = 1/3$, $\beta = 0.2$, $\varepsilon = 0.01$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.8$ $\sigma_1 = \sigma_2 = 4.5$

1.1. Связь колец через идеальные мемристоры ($\delta = 0$)

Для связи колец через идеальные мемристоры менялся параметр межслойной связи и исследовались режимы, устанавливающиеся при различных значениях коэффициента связи k и начальных значениях переменных состояния мемристоров $z_j(0) = z_0$. Некоторые из мгновенных пространственных профилей

в двух кольцах в синхронных и несинхронных режимах приведены на Рис.2-Рис.8.

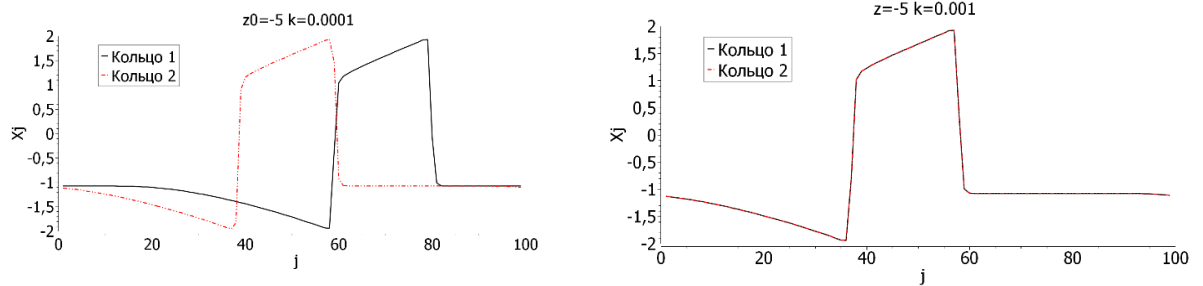


Рисунок 2. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = -5.0$

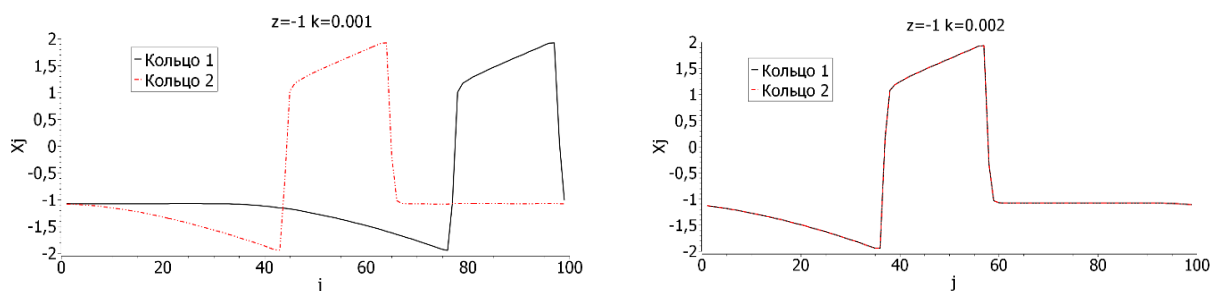


Рисунок 3. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = -1.0$

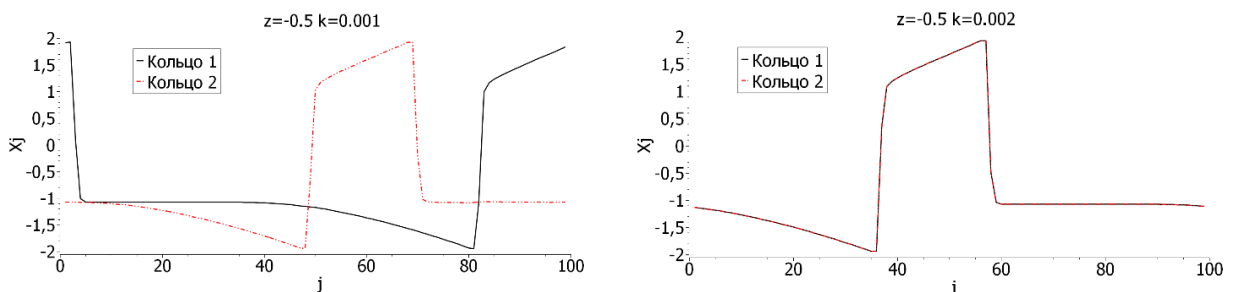
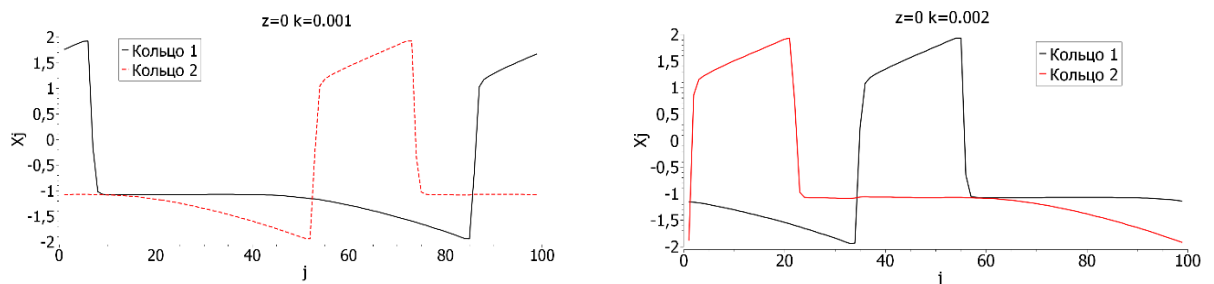


Рисунок 4. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = -0.5$



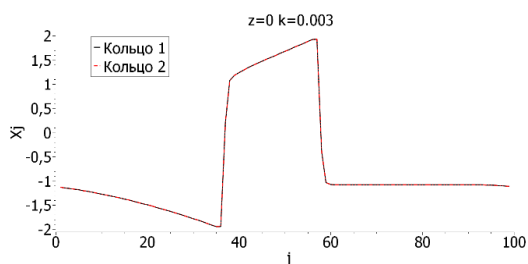


Рисунок 5. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = 0$

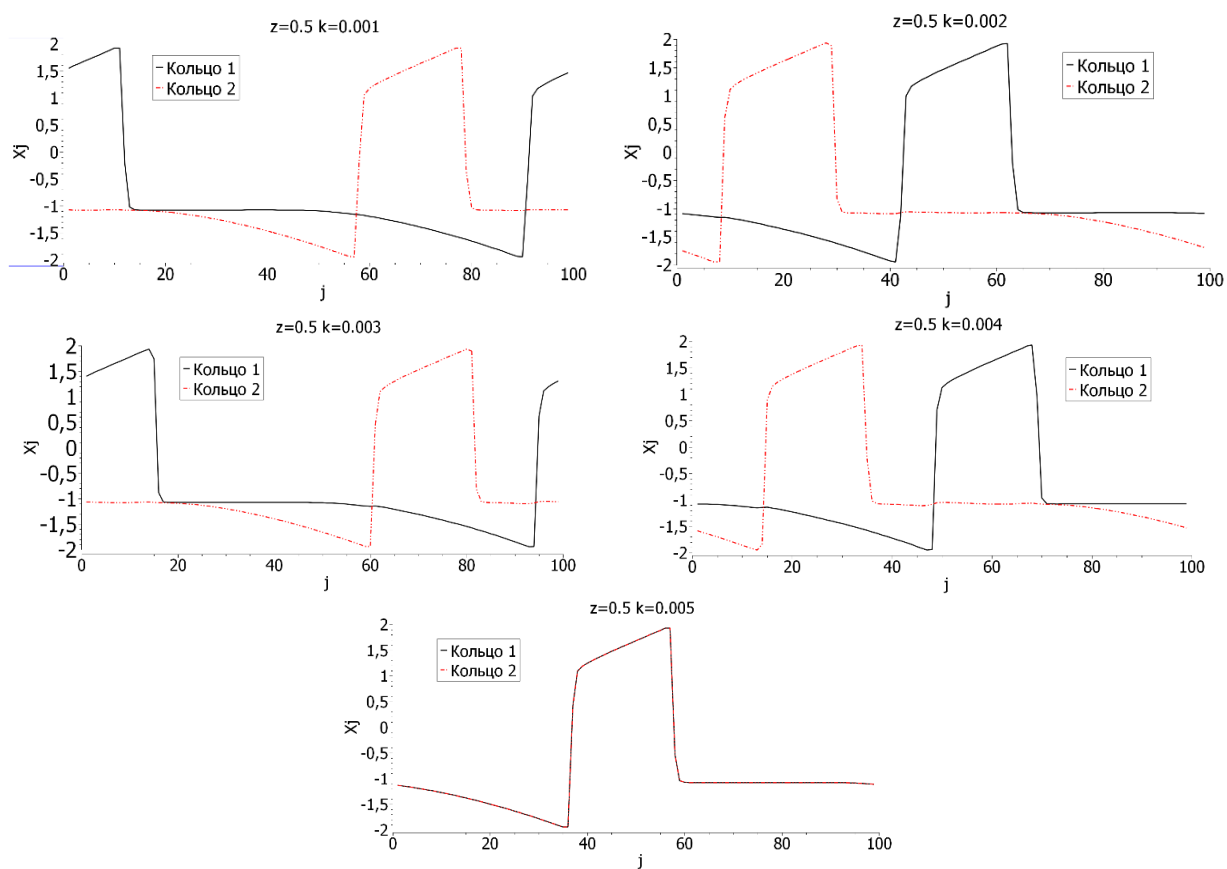
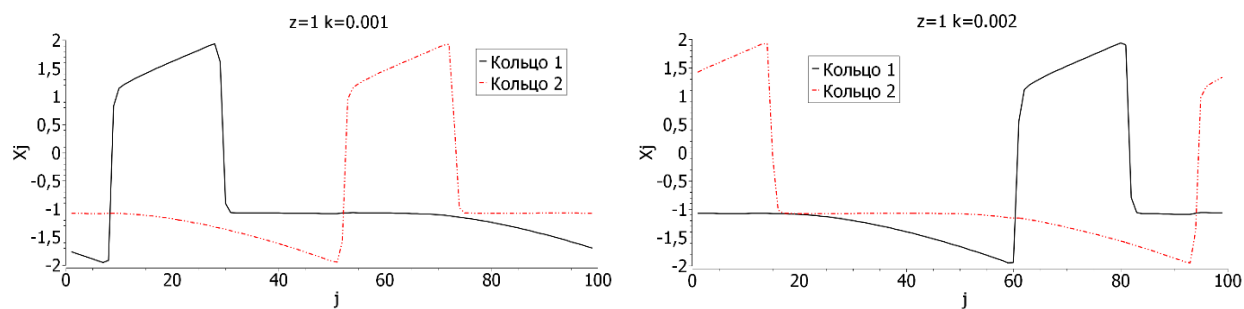


Рисунок 6. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах при идеальной мимристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = 0.5$



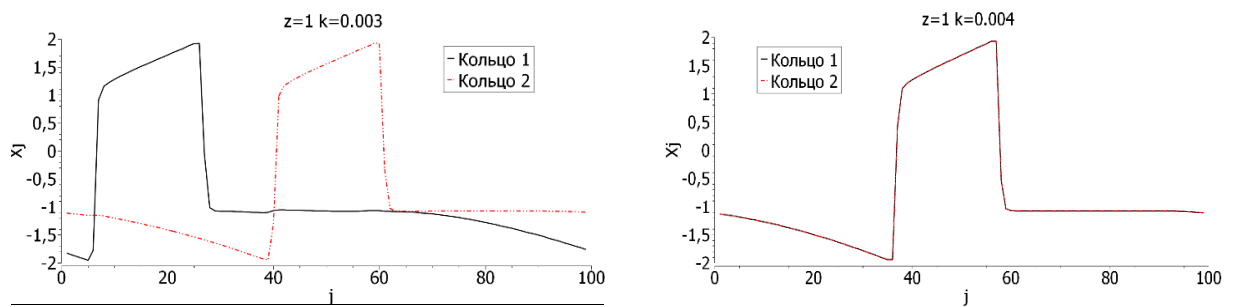


Рисунок 7. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах при идеальной мимристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = 1.0$

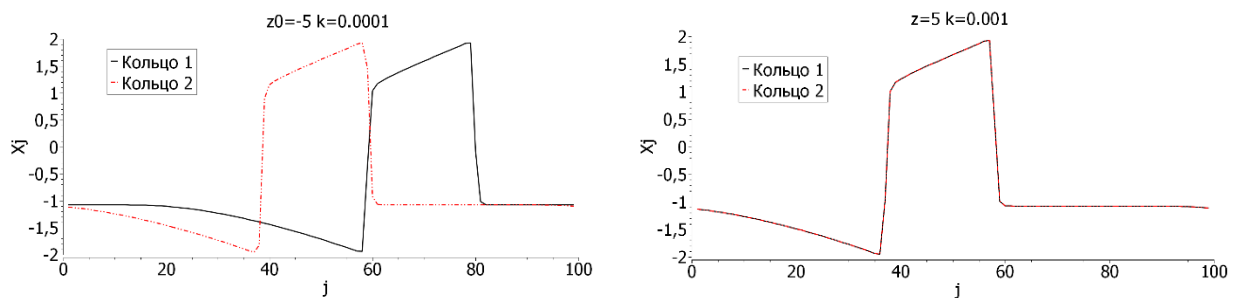


Рисунок 8. Профили бегущих волн в двух идентичных кольцах при идеальной мимристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = 5.0$

На приведенных графиках видно, что фазовый сдвиг между волнами сохраняется практически неизменным, пока коэффициент мемристивной связи между ансамблями k не достигает некоторого порогового значения. После этого фазовый сдвиг скачком становится равным нулю и бегущие волны в двух кольцах оказываются полностью синхронизованными (синфазными). Из приведенных графиков также можно видеть, что пороговое значение коэффициента k , соответствующее полной синхронизации существенно зависит от начальных состояний мемристоров связи, которые полагаются одинаковыми и задаются значением z_0 . Причем, при значениях z_0 , близких к нулю, пороговое значение коэффициента связи велико. Чем дальше значение z_0 от нуля тем порог синхронизации меньше.

Для идентичных колец, связанных через идеальные мемристоры были рассчитаны зависимости погрешности синхронизации Δ от коэффициента связи k , рассчитанные по формуле (4), при различных начальных значениях

переменных состояния мемристоров $z_j(0) = z_0$. Графики этих зависимостей приведены на Рис.9. Они подтверждают сделанный выше вывод о скачкообразном переходе к режиму полной синхронизации волн и о зависимости порога синхронизации от величины z_0 .

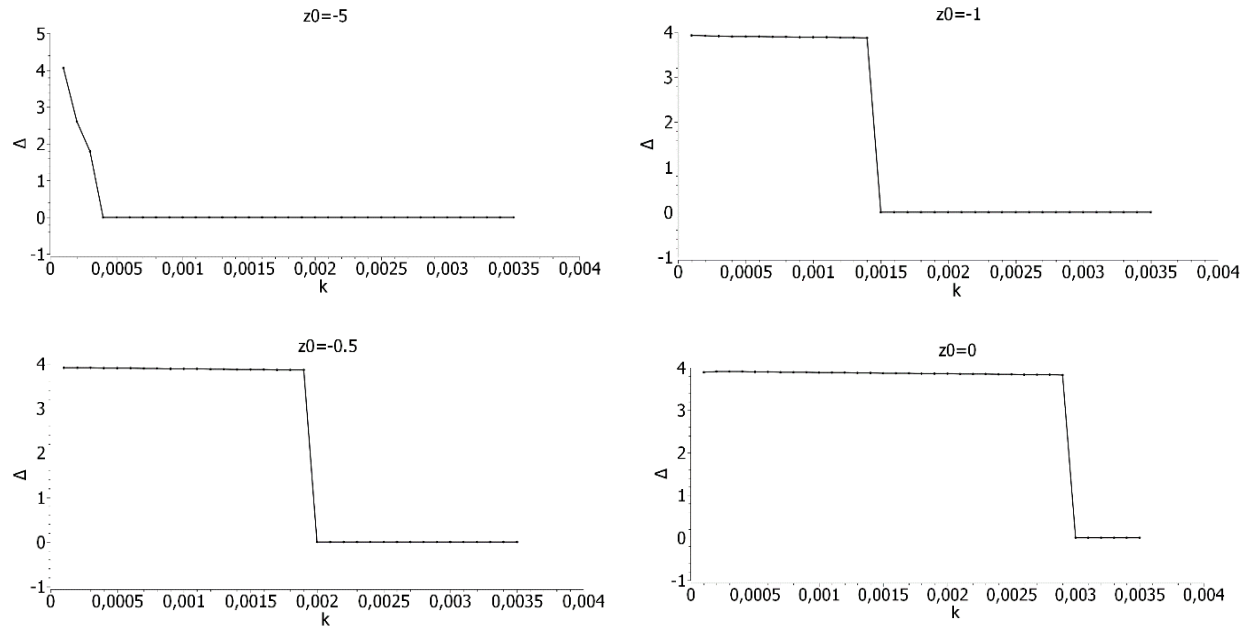
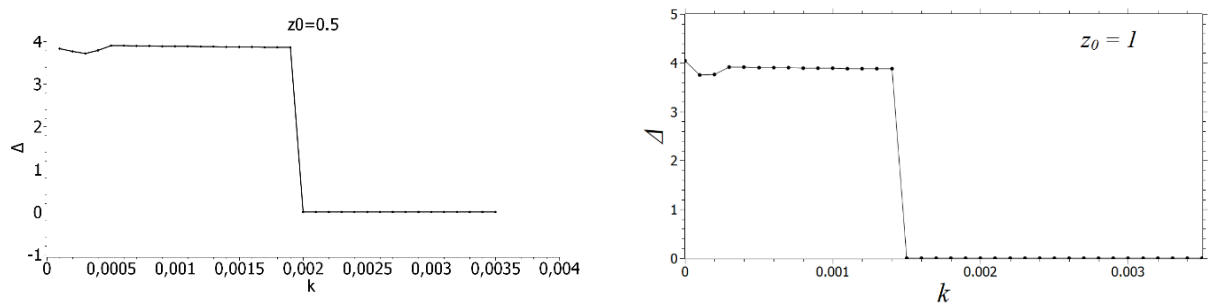


Рисунок 9. Зависимость погрешности синхронизации Δ бегущих волн от коэффициента связи k в двух идентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при z_0



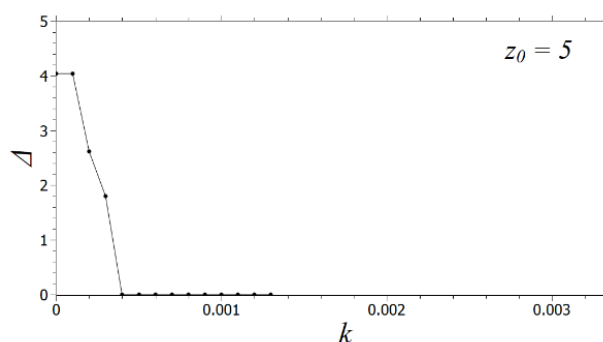


Рисунок 9 (продолжение)

Для идентичных колец, связанных через идеальные мемристоры была найдена граница области полной синхронизации колец на плоскости параметров $z_0 - k$ при $\sigma_2 = \sigma_2 = 4.5$. Область полной синхронизации приведена на Рис.10. Полная синхронизация в численных расчетах определялась в соответствии с критерием (5). Можно видеть, что существует некоторое значение $z_{0 \max} \approx 0.6$, при котором порог синхронизации по связи k_n является максимальным. С удалением от этого значения порог синхронизации значительно уменьшается. Так, при $z_0 = 5$ пороговое значение k_n становится меньше максимального, примерно, в 9 раз. Можно также отметить симметрию границы области синхронизации относительно значения $z_{0 \max}$.

Таблица 1

z_0	k
-5	0,0004
-4,5	0,0004
-4	0,0004
-3	0,0006
-2	0,0009
-1,5	0,0011
-1	0,0015
-0,5	0,002
0	0,0029
0,25	0,0036
0,5	0,0046
0,6	0,0047
0,75	0,0044
1	0,0036
1,5	0,0024
2	0,0018
3	0,0010
4	0,0007
4,5	0,0006
5	0,0005

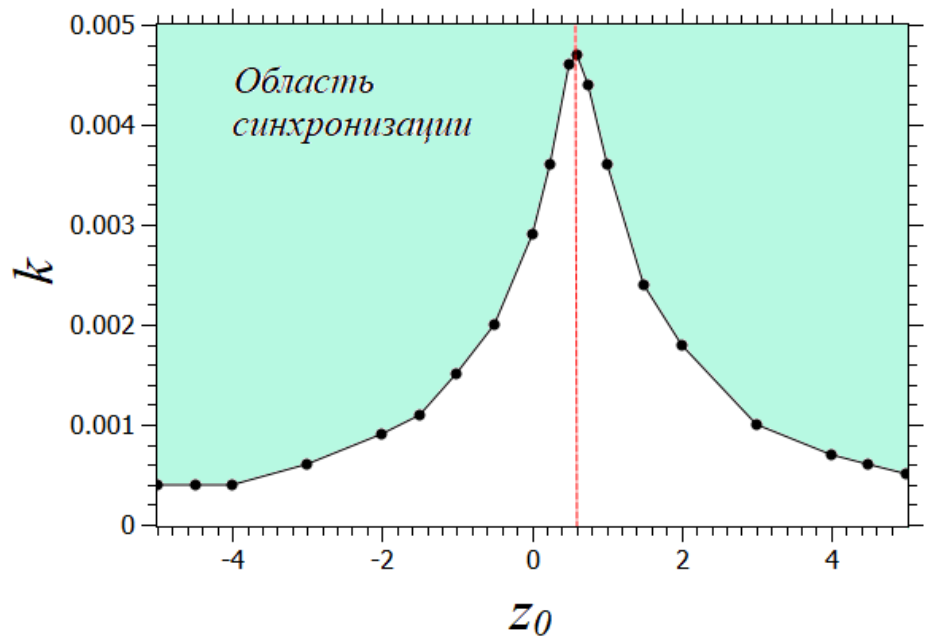


Рисунок 10. Область полной синхронизации бегущих волн в идентичных кольцах (1) на плоскости параметров $z_0 - k$ (закрашена) в случае идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$). Значения других параметров: $N = 100$, $\alpha = 1/3$, $\beta = 0.2$, $\varepsilon = 0.01$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.8$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 4.5$, $\mu = 40$. Критерий полной синхронизации: $\Delta \leq 10^{-5}$. Время установления в присутствии связи – 1000 ед. безразмерного времени, время вычисления погрешности синхронизации – 500 ед. безразмерного времени

3. Исследование полной синхронизации в неидентичных ансамблях

Исследовались два неидентичных кольца в режиме возбудимой динамики при $\gamma = 0.8$ при различных значениях коэффициентов связи осцилляторов в двух кольцах: $\sigma_1 = 4.5$; $\sigma_2 = 5.5$. В отсутствии связи между кольцами ($k = 0$), в них устанавливались бегущие волны, отличающиеся фазами и скоростью распространения возмущения (соответственно, средними периодами колебаний). Соответствующие мгновенные пространственные профили приведены на Рис.30. Значения переменных в двух кольцах в отсутствии связи в установившемся режиме были взяты в качестве фиксированных начальных состояний колец для дальнейших расчетов.

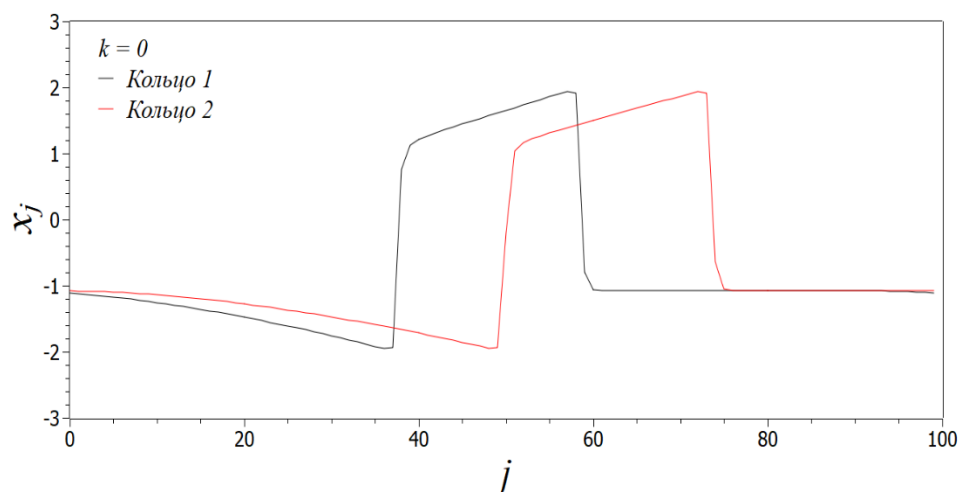


Рисунок 30. Профили бегущих волн в двух неидентичных кольцах в отсутствии межслойной связи ($k = 0$). Параметры колец: $N = 100$, $\alpha = 1/3$, $\beta = 0.2$, $\varepsilon = 0.01$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.8$, $\sigma_1 = 4.5$, $\sigma_2 = 5.5$

Рассматривалась связь колец через идеальные мемристоры. Менялся параметр межслойной связи и исследовались режимы, устанавливающиеся при различных значениях коэффициента связи k и начальных значениях переменных состояния мемристоров $z_j(0) = z_0$. Примеры мгновенных пространственных профилей в двух кольцах приведены на Рис.31- Рис.8.

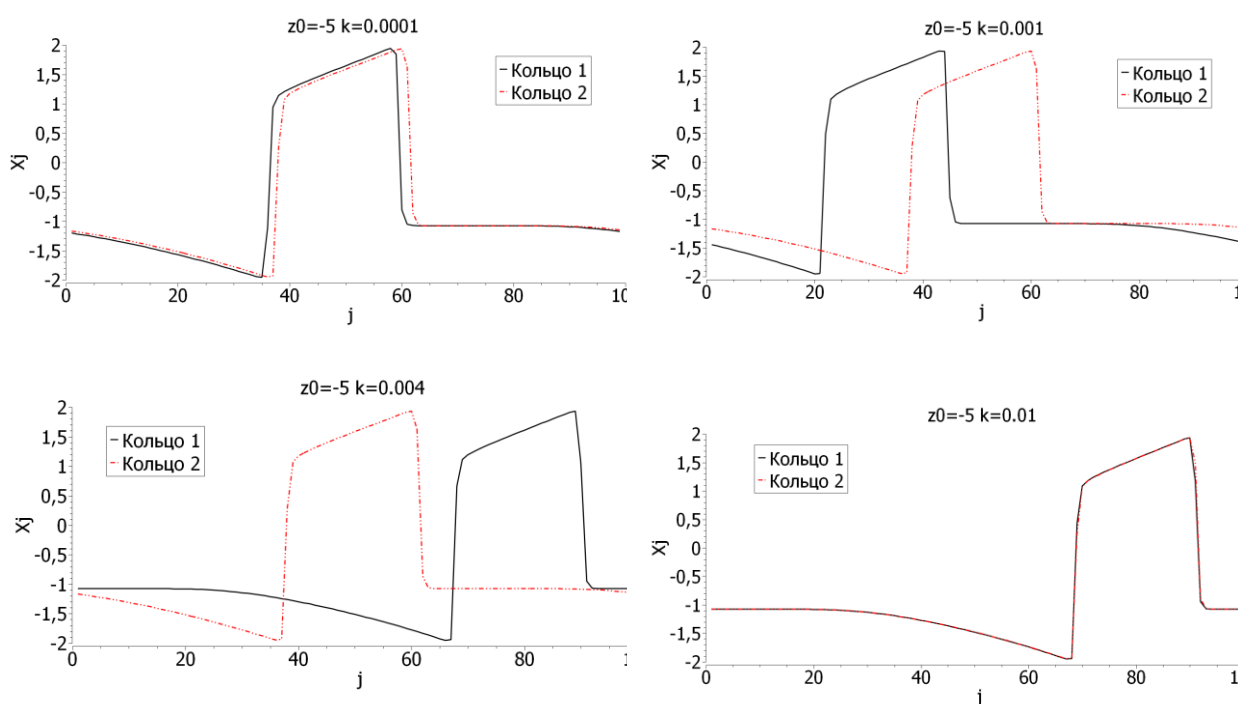


Рисунок 31. Профили бегущих волн в двух неидентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = -5.0$

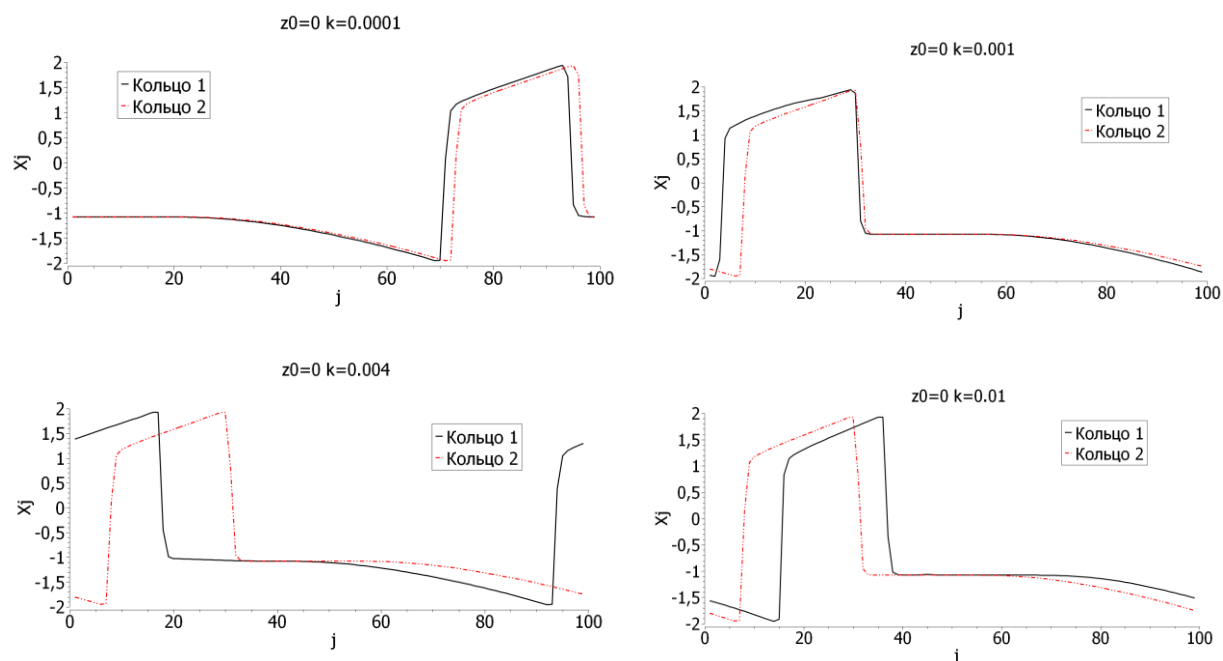


Рисунок 32. Профили бегущих волн в двух неидентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = 0$

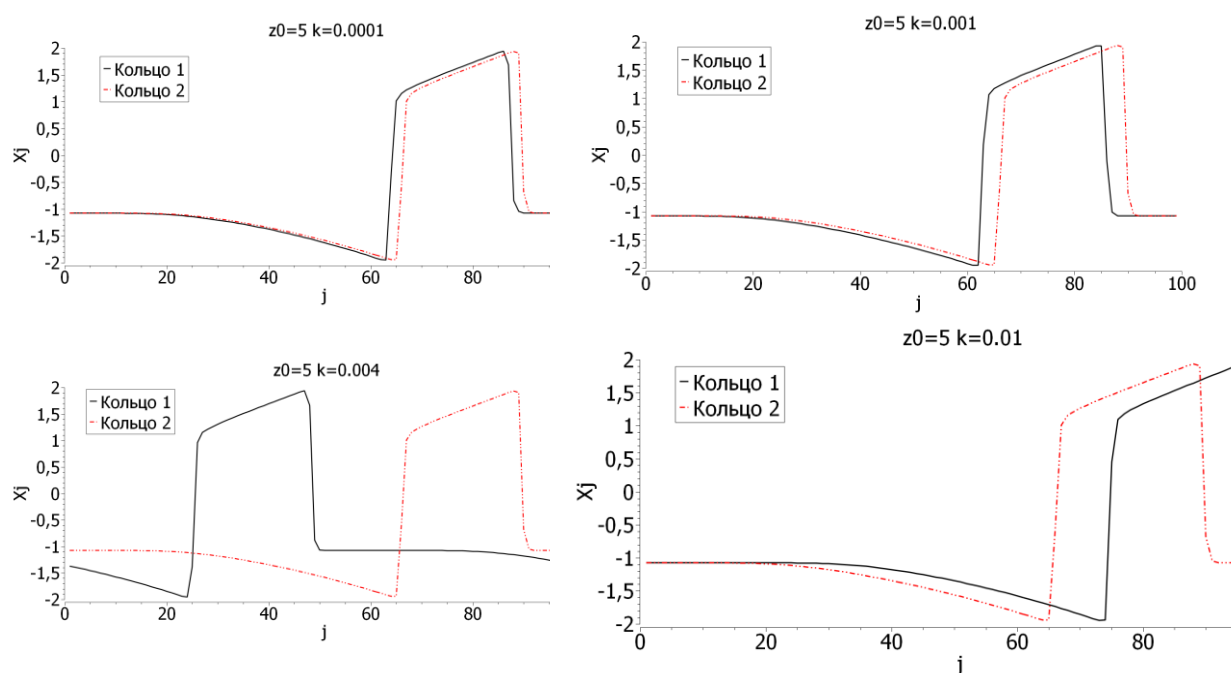
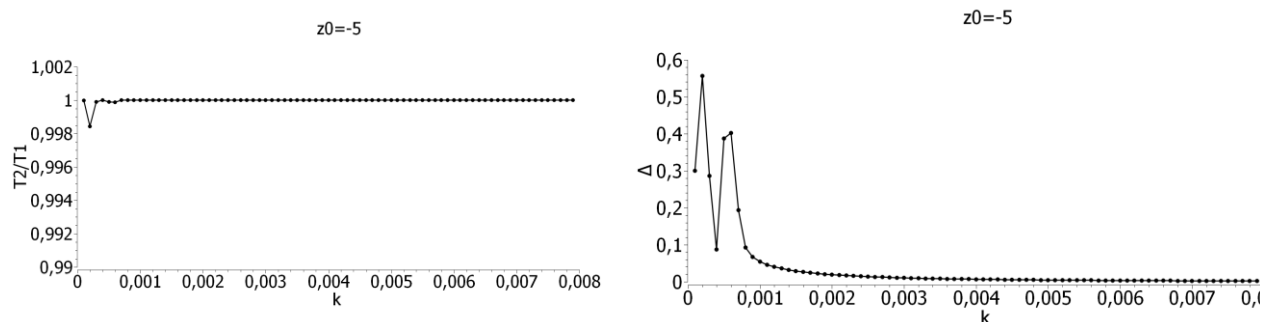


Рисунок 33. Профили бегущих волн в двух неидентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при $z_0 = 5.0$

Можно отметить интересный эффект, наблюдающийся для всех рассмотренных начальных состояниях мемристоров связи – при очень малом значении коэффициента связи волны в двух неидентичных кольцах оказываются практически синхронизованными (при $k = 0.0001$). При этом их скорости и, соответственно, периоды колебаний тоже становятся близкими, т.е. наблюдается частичная синхронизация и скоростей (периодов) и фаз. С ростом коэффициента связи до значений $k = 0.001$ полной синхронизации не происходит, напротив наблюдается рассинхронизация. На графиках профиля волн можно видеть возрастающий фазовый сдвиг между волнами в двух кольцах. При дальнейшем росте связи для различных z_0 наблюдается различное поведение волн. Так при $z_0 = -5$ отношение периодов колебаний практически сразу устанавливается равным единице, а величина Δ , характеризующая различие пространственных профилей быстро сходится к нулю, так что при $k = 0.004$ можно говорить о полной синхронизации. Аналогичное поведение наблюдается при $z_0 = 5$, но Δ сходится к нулю медленнее и синхронизация приближается к полной только при $k > 0.007$. В случае $z_0 = 0$ отношение периодов зависит от k сложным образом. Синхронизация периодов то устанавливается, то разрушается. Окончательно она устанавливается при $k > 0.004$. Значения Δ , при этом, резко возрастают и снова уменьшаются при $k > 0.007$, но остаются значительными во всем рассмотренном интервале изменений коэффициента связи.



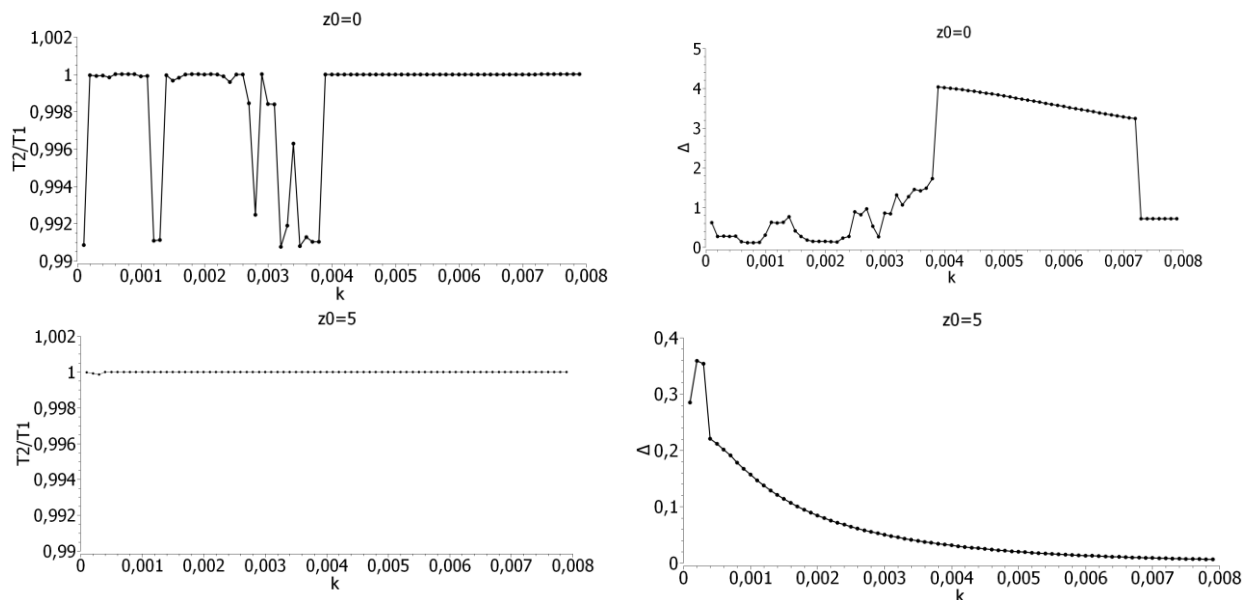


Рисунок 34. Зависимости отношения средних периодов колебаний осцилляторов в двух кольцах T_2 / T_1 и погрешности синхронизации Δ бегущих волн от коэффициента связи k в двух неидентичных кольцах при идеальной мемристивной связи ($\delta = 0$) с различными значениями коэффициента k при z_0 . Параметры колец: $N = 100$, $\alpha = 1/3$, $\beta = 0.2$, $\varepsilon = 0.01$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.8$, $\sigma_1 = 4.5$, $\sigma_2 = 5.5$

В целом случай мемристивного взаимодействия неидентичных колец нуждается в дальнейшем исследовании. Однако на основе полученных результатов уже становится ясно, что частичная, а в некоторых случаях и полная синхронизация (см. Рис.31, $k = 0.001$) волн возбуждения в неидентичных кольцах при мемристивном взаимодействии возможна. При этом по-прежнему хорошо заметна зависимость эффектов синхронизации от начального состояния мемристоров связи, по крайней мере, в случае идеального характера мемристоров.

Заключение

В соответствии с поставленной целью выпускной квалификационной работы были проведены исследования эффектов синхронизации бегущих волн в мемристивно-связанных ансамблях (кольцах) возбудимых осцилляторов ФитцХью-Нагумо. Были получены следующие результаты:

- Для идентичных ансамблей установлен эффект полной (синфазной) синхронизации бегущих волн, изначально имеющих сдвиг по фазе, при включении взаимодействия ансамблей через мемристоры;
- Для идентичных ансамблей установлена зависимость границы полной синхронизации волн от начального состояния мемристоров связи, которая сохраняется в полной мере при наличии у мемристоров эффекта забывания, как слабого, так и достаточно сильного;
- Для неидентичных ансамблей, отличающихся коэффициентами внутренней связи, установлен эффект синхронизации скоростей распространения волн возбуждения и, соответственно, периодов колебаний осцилляторов в двух ансамблях, которая наступает при очень малых коэффициентах мемристивной связи ($k \leq 0.0001$), а также эффект частичной синхронизации волновых профилей, который зависит от начальных состояний мемристоров связи. Кроме того, при некоторых начальных значениях переменной, управляющей мемристорами, возможна и полная синхронизация волн.

Последние результаты получены для идеальных мемристоров связи и влияние эффекта забывания мемристоров на синхронизацию неидентичных ансамблей пока осталось не исследовано.