

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа  
и автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ КОГНИТИВНОЙ РАДИОСЕТИ**  
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 481 группы  
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление  
факультета компьютерных наук и информационных технологий  
Исаевой Татьяны Евгеньевны

Научный руководитель  
доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

Е. П. Станкевич

Заведующий кафедрой  
к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** В настоящее время в радиопромышленности быстро развиваются системы беспроводной связи, и растет интенсивность их использования, что приводит к увеличению спроса на радиочастотный спектр (РЧС). Однако, РЧС является ограниченным природным ресурсом [1]. Практически весь частотный диапазон к настоящему времени распределен и лицензирован, однако при этом спектр, как драгоценный природный ресурс, используется не достаточно эффективно [2].

Применение технологий когнитивного радио (КР) является одним из путей преодоления дефицита частотных ресурсов, позволяет существенным образом повысить эффективность использования спектра с помощью механизма динамического управления спектром, согласно которому вторичным пользователям (не закрепленным за данным частотным диапазоном) предоставляется возможность использовать диапазоны первичных пользователей (закрепленных за данным диапазоном) на время, пока этот диапазон не используется первичным пользователем [3,4].

Устройства КР изменяют свои параметры на основе получения информации об электромагнитной и географической обстановке, распознают образы сигналов всех первичных радиоэлектронных средств (РЭС) и используют частоты, когда первичные РЭС не работают. Они автоматически перенастраиваются на свободные диапазоны, поддерживая устойчивое соединение [5].

На основании изложенного, можно сделать вывод, что исследование и разработка методов и алгоритмов принятия решений для технологии «когнитивного радио» является актуальным.

**Цель бакалаврской работы** — изучение и исследование модели когнитивной радиосети.

В соответствии с поставленной целью определены **следующие задачи:**

1. Изучение математической модели когнитивной радиосети;
2. Разработка программы для анализа системы  $M/GI/1/k$ ;
3. Исследование зависимости стационарных характеристик от изменения различных параметров системы.

**Теоретическая и практическая значимость бакалаврской работы.** В работе рассмотрена система  $M/GI/1/k$  в качестве математической

модели когнитивной радиосети. Разработана программа для анализа модели когнитивной радиосети.

**Структура и объём работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объём работы – 63 страницы, из них 45 страниц – основное содержание, включая 11 рисунков и 2 таблицы, 18 страниц приложения, список использованных источников информации – 20 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Первый раздел «Системы массового обслуживания с одним обслуживающим прибором»** посвящен описанию базовых систем массового обслуживания [6-12].

*В подразделе 1.1* рассматривается система  $M/M/1$ , которая содержит один обслуживающий прибор, длительность обслуживания имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\mu$ ; в систему поступает пуассоновский поток требований, длительность интервала между последовательными требованиями имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\lambda$ ; входящие в систему требования поступают в очередь неограниченной длины. Также в данном подразделе приведены характеристики этой системы:

1) коэффициент использования системы:

$$\psi = \frac{\lambda}{\mu};$$

2) среднее число требований в системе:

$$\bar{n} = \frac{\psi}{1 - \psi};$$

3) среднее число требований в очереди:

$$\bar{b} = \sum_{n=2}^{\infty} (n - 1)p_n = \frac{\psi^2}{1 - \psi}.$$

*В подразделе 1.2* рассматривается система  $M/G/1$ , одноприборная система с пуассоновским входящим потоком, предусматривающая произвольный характер функции распределения длительности обслуживания [13]. Для

этой системы приведены формулы основных стационарных характеристик.

В подразделе 1.3 приведена система  $M/M/1/B$ , для которой задано максимальное число ожидающих требований. В частности, предположим, что в системе может находиться самое большее  $\hat{B} = B + 1$  требований, включая требование, которое находится на обслуживании, и что любое поступившее сверх этого числа требование получает отказ и немедленно покидает систему без обслуживания [14-18]. Поступление новых требований происходит по закону Пуассона, но в систему допускаются только те, которые застают в ней строго меньше, чем  $\hat{B}$  требований.

Стационарные вероятности состояний системы  $M/M/1/B$  :

$$p_n = \begin{cases} \frac{1 - (\lambda/\mu)}{1 - (\lambda/\mu)^{\hat{B}+1}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n, & 0 \leq n \leq \hat{B}, \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

для системы с потерями ( $\hat{B} = 1$ ) :

$$p_n = \begin{cases} \frac{1}{1 + \lambda/\mu}, & n = 0, \\ \frac{\lambda/\mu}{1 + \lambda/\mu}, & n = 1 = \hat{B}, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

**Второй раздел «Модель когнитивной радиосети»** включает в себя два подраздела, посвященных описанию когнитивных радиосетей и их математических моделей [3-5].

В подразделе 2.1 приведено определение когнитивного радио, основная теория о когнитивных радиосетях, их особенности и задачи.

В подразделе 2.2 рассматривается система  $M/GI/1/k$ , которая является моделью когнитивных радиосетей.

В подразделе 2.2.1 «Модель системы»

Рассматривается базовая когнитивная радиосеть (*cognitive radio network* –  $CRN$ ), состоящая из вторичного передатчика  $SU_{TX}$  и приемника  $SU_{RX}$ , которые работают в условиях ограничения мощности помех первичного приемника  $PU_{RX}$ . Обозначим  $h_s$  и  $h_p$  – коэффициенты каналов связи  $SU_{TX} \rightarrow SU_{RX}$  и  $SU_{TX} \rightarrow PU_{RX}$  соответственно. Предположим, что  $h_s$  и  $h_p$  полностью

известны для  $SU_{RX}$ , а  $SU_{RX}$  расположен далеко от первичного передатчика  $PU_{TX}$ , так что помехами от  $PU_{TX}$  к  $SU_{RX}$  можно пренебречь. Пусть  $x_s$  является передаваемым сигналом на  $SU_{TX}$  со средней мощностью  $P_s$ . Таким образом полученный сигнал на  $SU_{RX}$  задается

$$y_s = h_s x_s + n_s,$$

где  $n_s$  — аддитивный белый шум Гаусса (AWGN) в  $SU_{RX}$  с нулевым средним и дисперсией  $N_0$ . В соответствии с ограничением мощности помех  $PU_{RX}$ ,  $SU_{TX}$  должен контролировать свою мощность передачи, чтобы удовлетворить условию  $P_s \leq Q/|h_p|^2$ . В частности,  $SU_{TX}$  будет передавать сигнал со средней мощностью  $P_s = \min\{P_{max}, Q/|h_p|^2\}$ , где  $P_{max}$  — предел мощности передачи  $SU_{TX}$ . Мгновенное отношение сигнала на шум (SNR) системы находится как

$$\gamma_D = \min\{\beta X_s, \mu X_s/X_p\},$$

где  $\beta = P_{max}/N_0$ ,  $\mu = Q/N_0$ , и  $X_i = |h_i|^2$ ,  $i \in \{s, p\}$ . Пусть максимальное количество пакетов в когнитивной радиосети равно  $K$ , то есть один пакет находится на обслуживании и  $K - 1$  пакетов, ожидают в буфере. Из-за конечной длины буфера, когда система заполнена, новые поступающие пакеты не могут получить доступ к системе и должны покинуть систему без обслуживания. Поступления пакетов происходит согласно закону Пуассона с интенсивностью поступления  $\lambda$ , а передаются с интенсивностью, равной пропускной способности канала от  $SU_{TX}$  до  $SU_{RX}$ . Таким образом, система массового обслуживания  $M/GI/1/k$  может использоваться в качестве модели рассматриваемой системы.

Состояние системы в некоторый момент времени определяется как количество пакетов в системе.

Предположим, что  $SU_{TX}$  передает пакеты в своем буфере на основе принципа «первым пришел - первым обслужен» (FCFS), а интенсивность обслуживания равна пропускной способности канала  $C$  когнитивной сети. Согласно теореме Шеннона, для полосы с шириной  $B$  пропускная способность канала равна  $C = B \log_2(1 + \gamma_D)$  бит/с. Предполагается, что время согласованности всех каналов остается постоянным в течение каждого интервала передачи пакетов и изменяется независимо для каждой продолжительности

передачи пакетов. Следовательно, время передачи пакета  $T$  определяется как

$$T = [b \log_2(1 + \gamma_D)]^{-1} \text{ (с/пакет)},$$

где  $b = B/N$ , и  $N$  - количество бит в пакете. Кумулятивная функция распределения ( $CDF$ ) для  $T$  будет равна

$$F_T(t) = 1 - F_{\gamma_D}(2^{1/(bt)} - 1).$$

Кумулятивная функция распределения для  $\gamma_D$  имеет вид:

$$F_{\gamma_D}(\gamma) = \int_0^\infty \left[ 1 - H\left(\beta - \frac{\gamma}{x}\right) F_{X_p}\left(\frac{\mu x}{\gamma}\right) \right] f_{X_s}(x) dx =$$

$$1 - \int_{\gamma/\beta}^\infty F_{X_p}\left(\frac{\mu x}{\gamma}\right) f_{X_s}(x) dx,$$

где  $H(\cdot)$  - ступенчатая функция Хевисайда, а  $X_i$ ,  $i \in \{s, p\}$ , имеет гамма-распределение с набором параметров  $(m_i, \alpha_i^{-1})$ . Здесь  $m_i$  точность затухания,  $\alpha_i = m_i/\Omega_i$ , и  $\Omega_i$  - средняя мощность канала. Выражения для  $f_{X_s}(x)$  и  $F_{X_p}(x)$ , соответственно, определяются как

$$f_{X_s}(x) = \frac{\alpha_s^{m_s}}{\Gamma(m_s)} x^{m_s-1} e^{-\alpha_s x},$$

$$F_{X_p}(x) = 1 - \sum_{i=0}^{m_p-1} \frac{\alpha_p^i x^i e^{-\alpha_p x}}{i!},$$

где  $\Gamma(\cdot)$  обозначает гамма-функцию. Кумулятивная функция распределения для  $T$  имеет вид:

$$F_T(t) = \sum_{l=0}^{m_s-1} \frac{\alpha_s^l \theta(t)^l}{l! \beta^l} e^{-\alpha_s \theta(t)/\beta} - \sum_{i=0}^{m_p-1} \frac{\Gamma(m_s + i)}{\Gamma(m_s)} \frac{\mu^i}{i!} \times$$

$$\times e^{-\alpha_p \mu/\beta} \sum_{j=0}^{m_s+i-1} \frac{\alpha_p^i \alpha_s^{j-i}}{j! \beta^j} \frac{\theta(t)^{m_s} e^{-\alpha_s \theta(t)/\beta}}{(\theta(t) + \alpha_p \mu/\alpha_s)^{m_s+i-j}},$$

где  $\theta(t) = 2^{1/(bt)} - 1$ . Если взять производную от  $F_T(t)$  по переменной  $t$ ,

функцию плотности распределения  $T$  можно определить как

$$\begin{aligned}
f_T(t) = & \frac{\log_2(\theta(t) + 1)}{bt^2} \left[ \sum_{l=0}^{m_s-1} \frac{\alpha_s^{l+1}}{l!\beta^{l+1}} \theta(t)^l e^{-\alpha_s \theta(t)/\beta} - \sum_{l=0}^{m_s-1} \frac{l\alpha_s^l}{l!\beta^l} \times \right. \\
& \times \theta(t)^{l-1} e^{-\alpha_s \theta(t)/\beta} - \sum_{i=0}^{m_p-1} \frac{\mu^i \Gamma(m_s + i)}{i! \Gamma(m_s)} e^{-\alpha_p \mu/\beta} \sum_{j=0}^{m_s+i-1} \frac{\alpha_p^j \alpha_s^{j-i}}{j!\beta^j} \times \\
& \left. \times \frac{\theta(t)^{m_s} e^{-\alpha_s \theta(t)/\beta}}{(\theta(t) + \alpha_p \mu/\alpha_s)^{m_s+i-j}} \left( -\frac{m_s}{\theta(t)} + \frac{\alpha_s}{\beta} + \frac{m_s + i - j}{\theta(t) + \alpha_p \mu/\alpha_s} \right) \right].
\end{aligned}$$

### Подраздел 2.2.2 «Длительность передачи пакета»

В рассмотренной когнитивной радиосети учитывается проблема тайм-аута. В частности, если  $SU_{RX}$  успешно принимает пакет до заданного тайм-аута, он отправляет подтверждение на  $SU_{TX}$ . Если  $SU_{TX}$  принимает подтверждение в пределах  $t_0$ , он считает переданный пакет как успешно принятый и продолжает передачу следующего. В противном случае  $SU_{TX}$  ожидает истечения тайм-аута, объявляет пакет, который должен быть отброшен, и продолжает передачу последующего пакета [18]. Таким образом, вероятность того, что пакет отбрасывается

$$P_d = Pr\{T > t_0\} = 1 - F_T(t_0).$$

Пусть  $T_0$  — случайная величина, представляющая время передачи пакета с учетом тайм-аута. Поскольку передатчик будет отправлять следующий пакет всякий раз, когда возникает тайм-аут, время передачи отброшенных пакетов равно  $t_0$ . Следовательно, вероятность того, что длительность обслуживания будет равна  $t_0$ , определяется как  $f_{T_0}(t_0) = 1 - P_d$ .

Среднее время передачи пакета  $\bar{T}_0$  может быть получено как

$$\begin{aligned}
\bar{T}_0 = & \frac{1}{b} \log_2 \left[ \sum_{l=0}^{m_s-1} \frac{\alpha_s^{l+1} \phi(l, 0)}{l!\beta^{l+1}} - \sum_{l=0}^{m_s-1} \frac{l\alpha_s^l \phi(l-1, 0)}{l!\beta^l} - \sum_{i=0}^{m_p-1} \frac{\mu^i}{i!} \times \right. \\
& \times \frac{\Gamma(m_s + i)}{\Gamma(m_s)} e^{-\alpha_p \mu/\beta} \sum_{j=0}^{m_s+i-1} \frac{\alpha_p^j \alpha_s^{j-1}}{j!\beta^j} \left( -m_s \phi(m_s - 1, m_s + i - j) + \frac{\alpha_s}{\beta} \times \right.
\end{aligned}$$

$$\times \phi(m_s, m_s + i - j) + (m_s + i - j)\phi(m_s, m_s + i + 1 - j) \Big] + t_0 P_d,$$

где

$$\phi(\delta_1, \delta_2) = \int_0^{t_0} \frac{|\theta(t) + 1|\theta(t)^{\delta_1}}{t|\theta(t) + \mu\alpha_p/\alpha_s|^{\delta_2}} e^{-\alpha_s\theta(t)/\beta} dt.$$

В подразделе 2.2.3 «Анализ системы»

Вероятность того, что  $k$  новых пакетов поступает в систему за время обслуживания [5]:

$$\begin{aligned} \alpha(k) = & \frac{\lambda^k}{k!b} \log_2 \left[ \sum_{l=0}^{m_s-1} \frac{\alpha_s^{l+1}}{l!\beta^{l+1}} \psi(l, 0) - \sum_{l=0}^{m_s-1} \frac{l\alpha_s^l \psi(l-1, 0)}{l!\beta^l} - \right. \\ & - \sum_{i=0}^{m_p-1} \frac{\mu^i \Gamma(m_s + i)}{i! \Gamma(m_s)} e^{-\alpha_p\mu/\beta} \sum_{j=0}^{m_s+i-1} \frac{\alpha_p^i \alpha_s^j - i}{j!\beta^j} \left( -m_s\psi(m_s-1, m_s+i-j) + \right. \\ & \left. \left. \frac{\alpha_s\psi(m_s, m_s+i-j)}{\beta} + (m_s+i-j) \times \psi(m_s, m_s+i+1-j) \right) \right] + \frac{(\lambda t_0)^k e^{-\lambda t_0}}{k!} P_d, \end{aligned}$$

где

$$\psi(\omega_1, \omega_2) = \int_0^{t_0} \frac{t^{k-2} [\theta(t) + 1] \theta(t)^{\omega_1}}{(\theta(t) + \mu\alpha_p/\alpha_s)^{\omega_2}} e^{-[\lambda\beta t + \alpha_s\theta(t)]/\beta} dt.$$

Вероятность перехода из состояния  $j$  в состояние  $k$  вложенной цепи Маркова [5],  $p_{j,k}$  вычисляются по формулам:

1) при  $j = 0$  :

$$p_{0,k} = \begin{cases} \alpha(k), & 0 \leq k \leq K-2, \\ \sum_{i=K-1}^{\infty} \alpha(i), & k = K-1, \end{cases}$$

2) при  $1 \leq j \leq K-1$  :

$$p_{j,k} = \begin{cases} \alpha(k-j+1), & j-1 \leq k \leq K-2, \\ \sum_{i=K-j}^{\infty} \alpha(i) & k = K-1. \end{cases}$$

Пусть вектор  $\mathbf{p}$  — стационарных вероятностных состояний в моменты времени сразу после завершения обслуживания  $\mathbf{p} = (p_0, p_1, \dots, p_{K-1})^T$  и  $\mathbf{b} =$



$(0, 0, \dots, 1)^T$  размерности  $K \times 1$ . Обозначим  $A$  как матрицу размера  $K \times K$  следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha(0) - 1 & \alpha(0) & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \alpha(1) & \alpha(1) - 1 & \alpha(0) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha(K-2) & \alpha(K-2) & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha(2) & \alpha(1) - 1 & \alpha(0) \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вектор  $\mathbf{p}$  является решением уравнения  $\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{b}$  или  $\mathbf{p} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ . Используя свойство *PASTA* процесса поступления Пуассона [19-20],  $\bar{p}_k$  является вероятностью того, что в системе есть  $k$  пакетов в произвольный момент времени, и ее можно получить, как

$$\bar{p}_k = \begin{cases} p_k / (p_0 + \lambda \bar{T}_0), & 0 \leq k \leq K-1, \\ 1 - 1 / (p_0 + \lambda \bar{T}_0), & k = K. \end{cases}$$

Стационарные характеристики системы  $M/GI/1/k$ :

1) Вероятность того, что поступающий пакет будет отклонен из системы, когда она заполнена:

$$P_B = \bar{p}_K = 1 - 1 / (p_0 + \lambda \bar{T}_0).$$

2) Пропускная способность:

$$\lambda_c = \lambda(1 - P_B) = \lambda / (p_0 + \lambda \bar{T}_0).$$

3) Коэффициент использования прибора:

$$\rho = \lambda_c \bar{T}_0 = \lambda \bar{T}_0 / (p_0 + \lambda \bar{T}_0).$$

4) Математическое ожидание числа пакетов в системе:

$$N1 = \sum_{k=0}^K k\bar{p}_k = \frac{1}{p_0 + \lambda\bar{T}_0} \sum_{k=0}^{K-1} kp_k + K \left(1 - \frac{1}{p_0 + \lambda\bar{T}_0}\right).$$

5) Математическое ожидание длительности пребывания пакета в системе:

$$W = \frac{N1}{\lambda_c} = \frac{\sum_{k=0}^K kp_k + K(p_0 + \lambda\bar{T}_0 - 1)}{\lambda}.$$

**Третий раздел «Алгоритм анализа системы  $M/GI/1/k$ »** содержит в себе подробное описание алгоритма метода анализа системы  $M/GI/1/k$ . Алгоритм состоит из 8 блоков. Структурные схемы взаимосвязи блоков представлены в работе.

**В четвертом разделе «Описание программы»** приводится подробное описание программы для вычисления стационарных характеристик модели  $M/GI/1/k$ . Описываются назначение и структура программы, используемые идентификаторы переменных и методов программы, интерфейс и пример использования программы.

Программа реализована на языке программирования «C#» версии 5.0. Программа разделена на два модуля. Реализация алгоритмов методов анализа модели когнитивной радиосети вынесена в отдельный класс «MathLogic». На основе данного класса был реализован второй модуль «MainWindow», предоставляющий графический интерфейс для ввода исходных данных и представления результатов работы программы. Основой для создания графической части послужила платформа Windows Forms.

**В пятом разделе «Результаты исследования одноприборной системы массового обслуживания с ограниченной очередью»** с помощью программы для анализа системы  $M/GI/1/k$  было проведено исследование зависимости стационарных характеристик от отношения мощности к шуму, при разном размере буфера и разной интенсивности входящего потока пакетов. По результатам исследования были сделаны следующие основные выводы:

- при увеличении отношения мощности на шум, вероятность блокировки пакета уменьшается;
- при увеличении отношения мощности на шум, м.о. длительности пре-

бывания пакета в системе пакета уменьшается;

— при увеличении отношения мощности на шум, м.о. числа пакетов в системе уменьшается;

— при увеличении отношения мощности на шум, коэффициент использования системы уменьшается;

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В бакалаврской работе была исследована математическая модель когнитивной радиосети. По разработанному алгоритму метода анализа данной модели для нахождения стационарных характеристик системы была написана программа на языке *C#* с помощью интегрированной среды разработки Visual Studio. В программе присутствует графический интерфейс, выполненный с помощью платформы Windows Forms. Данная программа позволяет задать входные параметры системы для подсчета стационарных характеристик системы. С помощью программы были исследованы зависимости стационарных характеристик от изменения различных параметров системы.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Мирошникова, Н. Е. Обзор систем когнитивного радио / Н. Е. Мирошникова // 2013. — № 9. — С. 108-111.

2 Панов Илья Владимирович [Электронный ресурс] // Евразийский научный журнал [Электронный ресурс] : полнотекстовая БСЭ с картинками. URL: <http://journalpro.ru/articles/vozmozhnosti-kognitivnogo-radio-i-kognitivnykh-setey-po-optimizatsii-ispolzovaniya-radiochastotnogo/> (дата обращения: 15.04.2021).

3 Farraj, A. K. Queue performance measures for cognitive radios in spectrum sharing systems / A. K. Farraj, S. L. Miller, K. A. Qaraqe // IEEE GLOBECOM Workshops, 2011. — VOL. — 9. — P. 997 - 1001.

4 Yulong, Z. Outage probability analysis of cognitive transmissions: impact of spectrum sensing overhead / Z. Yulong, Y. Y. Dong, Z. Baoyu // IEEE Trans. Wireless Commun, 2010. — VOL. 9. — P. 2676–2688.

5 Chu, Thi My Chinh On the Performance of Underlay Cognitive Radio Networks Using, M/G/1/K Queueing Model/ Thi My Chinh Chu, Hoc Phan,

Hans-Jurgen Zepernick// IEEE COMMUNICATIONS LETTERS,  
2013.— VOL. 17.— P. 876 — 879.

6 Вишнеvский, В.М. Теоретические основы построения компьютерных сетей. / Вишнеvский, В.М. — М. : Техносфера, 2003. — 512 с.

7 Митрофанов, Ю.И. Анализ сетей массового обслуживания: Учеб. Пособие для студентов университетов. / Ю.И. Митрофанов. — Саратов: Научная книга, 2004. — 175 с.

8 Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания. / Л. Клейнрок. Пер. с англ. — М. : Машиностроение, 1979. — 432 с.

9 Кокс, Д. Р. Теория очередей / Д.Р. Кокс, У.Л. Смит.— М.: Издательство Мир, 1966.— 218 с.

10 Назаров, А. А. Теория массового обслуживания: учеб. пособие. / А. А. Назаров, А. Ф. Терпугов. — Т. : Изд-во НТЛ, 2004. — 228 с.

11 Митрофанов, Ю.И. Анализ систем массового обслуживания:/ Учеб.—метод. пособие/ Ю.И. Митрофанов.— Саратов: Изд-во "Научная книга 2009. — 59с.

12 Матвеев, В. Ф. Системы массового обслуживания/ В. Ф. Матвеев, В. Г. Ушаков.— М. : Издательство МГУ, 1984.— 240 с.

13 Кофман, А. Массовое обслуживание. Теория и приложения. / А. Кофман, Р. Крюон. Пер. с фран. — М. : Мир, 1965. — 303 с.

14 Кениг, Д. Методы теории массового обслуживания. / Д. Кениг, Д. Штойян. Пер. с нем. — М. : Радио и связь, 1981. — 128 с.

15 Ивченко, Г. И. Теория массового обслуживания. / Г. И. Ивченко, В. А. Кашатнов, И. Н. Коваленко — М. : Высш. школа, 1982.—256 с.

16 Бочаров, П. П. Теория массового обслуживания. / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. — М. : Изд-во РУДН, 1995. — 529 с.

17 Takagi, H. Queueing Analysis: A Foundation of Performance Evaluation/ H. Takagi.— Amsterdam: Elsevier, 1993.— 64 p.

18 Кемени, Д. Д. Конечные цепи Маркова. / Д. Д. Кемени, Д. Л. Снелл. Пер. с англ. — М. : Наука, 1970. — 281 с.

19 Майн, Х. Марковские процесс принятия решений/ Х. Майн, С. Осаки.— М.: Наука, 1977.— 176 с.

20 Ревюз, Д. Цепи Маркова. / Д. Ревюз. — М.: Изд-во РФФИ, 1997. — 432 с.