

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа  
и автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЕТИ  
ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С УПРАВЛЕНИЕМ ПОТОКОМ**  
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 481 группы  
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление  
факультета компьютерных наук и информационных технологий  
Каменской Александры Евгеньевны

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность работы.** Информационно-вычислительные сети являются основой в области обработки информации. Наиболее показательным из ее возможностей находят пропускную способность соединений, управляемых различными протоколами. Исследования в этой области сводятся к исследованию характеристик и разработке методов анализа сетей массового обслуживания (СеМО) с управлением поступающим потоком требований.

Когда количество данных, передаваемых по сети, становится близким к значению допустимой пропускной способности, возникает проблема перегрузки в сетях TCP/IP. В такие моменты, в зависимости от типа сети, это может отразиться либо на увеличении числа потерянных данных, либо привести к увеличению средних значений основных показателей качества обслуживания. Это значит, что время задержки увеличится и(или) производительность сети снизится и могут появиться участки, в которых передача данных и вовсе невозможна, а в отдельных случаях возможна потеря доступа к ресурсам во всей сети.

Задача механизмов управления потоком состоит в том, чтобы поддерживать тот уровень количества данных, передаваемых по сети, который будет ниже уровня, при котором её пропускная способность начнет быстро падать. При использовании методов управления перегрузками, производительность сети, как правило, больше, чем производительность той сети, где не используются такие механизмы, то есть отсутствует управление входящим потоком данных[2,6,8].

И не смотря на то, что данная проблема постоянно изучается и появляются всё новые решения, по причине того, что количество конечных пользователей сети, а как следствие, и объемы передаваемых данных постоянно увеличиваются, то и управление перегрузками до сих пор остается актуальной задачей.

**Цель бакалаврской работы** - исследование сети передачи данных (СПД) с управлением потоком.

В соответствии с этой целью определены **следующие задачи:**

1. Изучить методы анализа открытых сетей массового обслуживания, являющихся математическими моделями сетей передачи данных с управлением потоком;

2. Разработать алгоритм метода анализа открытых сетей массового обслуживания;

3. Разработать программу для анализа модели сети передачи данных с управлением потоком;

4 Провести исследование гипотетической сети передачи данных с управлением потоком.

**Теоретическая и практическая значимость бакалаврской работы.** В ходе выполнения работы была рассмотрена математическая модель для описания СПД с управлением потоком. Модель является открытой экспоненциальной сетью массового обслуживания, состоящей из систем типа М/М/1.

Практическая значимость работы заключается в возможности дальнейшего использования программного продукта (программы для анализа открытых сетей массового обслуживания с проблемой перегрузок) для исследования сетей передачи данных с управлением потоком.

**Структура и объём работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, 6 разделов, заключения, списка использованных источников и 1 приложения. Общий объём работы – 54 страницы, из них 43 страницы – основное содержание, включая 13 рисунков и 2 таблицы, список использованных источников информации – 20 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**В первом разделе «Алгоритмы управления потоками в сетях»** описываются сети передачи данных и проблема перегрузок.

Подраздел 1.1 включает в себя структуру и основные понятия в сетях передачи данных[3-5].

Подраздел 1.2 включает в себя методы управления потоком[6]. Данный подраздел состоит из трех пунктов.

В пункте 1.2.1 описываются методы защиты сети от перегрузок[7,8].

В пункте 1.2.2 приводится подробное описание протокола TCP[3,9].

В пункте 1.2.3 описывается алгоритм RED. Механизм профилирования TCP — трафика, названный случайным ранним обнаружением (Random Early Detection, RED), разработан для предотвращения перегрузок на магистральных Интернета. RED работает с протоколом TCP, используя свойство

последнего: при потерях пакетов источник трафика замедляет передачу пакетов в сеть. В алгоритме RED имеются два конфигурируемых порога уровня перегрузки. Когда уровень перегрузки не превышает первого (нижнего) порога, то пакеты не отбрасываются. Когда уровень перегрузки находится между двумя порогами, пакеты отбрасываются с линейно возрастающей вероятностью из диапазона от 0 до конфигурируемой величины (максимальной вероятности отбрасывания пакета). Максимальная вероятность отбрасывания действует при достижении второго (верхнего) порога. Когда же перегрузка превышает второй порог, пакеты начинают отбрасываться с вероятностью 100 %. Алгоритм RED вычисляет средний размер очереди, используя фильтр нижних частот с экспоненциальной взвешенной скользящей средней[10].

Рассматривается алгоритм дисциплины Random Early Detection (RED):

```

 $q_{avg} \leftarrow 0$ 
count  $\leftarrow 1$ 
while packet do           Пока приходят пакеты
     $q_{avg} \leftarrow QueueAvg()$        Вычисляем средний размер очереди
    if  $q > 0$  then
         $q_{avg} \leftarrow (1 - w_q)q_{avg} + w_q q$ 
    else
         $m \leftarrow f(time - q_{time})$ 
         $q_{avg} \leftarrow (1 - w_q)mq_{avg}$ 
    end if
    if  $q_{min} < q_{avg} < q_{max}$  then
        count  $\leftarrow$  count + 1
         $p \leftarrow p_{max}(q_{avg} - q_{min}) / (q_{max} - q_{min})$ 
         $p \leftarrow p / (1 - p \cdot count)$ 
        Mark(packet, p)           Маркируем пакет с вероятностью  $p$ 
        count  $\leftarrow 0$ 
    else if  $q_{avg} \geq q_{max}$  then
        Mark(packet, 1)
        count  $\leftarrow 0$ 
    else

```

```

    count ← 1
end   if
if q = 0   then   qtime ← time
end   if
end   while (1)

```

**Во втором разделе «Математическая модель сети передачи данных с управлением входящим потоком»** приводится цель математического моделирования[11]. Данный раздел также включает в себя два подраздела, содержащие в себе описание сетей массового обслуживания и модели сети передачи данных в виде СеМО с управлением потоком.

В подразделе 2.1 приводятся основные понятия и определения сетей массового обслуживания[12-14].

В подразделе 2.2 описывается модель сети передачи данных в виде сети массового обслуживания с управлением потоком[15-17].

Рассматривается открытая экспоненциальная сеть массового обслуживания с  $L$  системами массового обслуживания (СМО)  $S_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ , типа  $M/M/1$  с интенсивностями обслуживания  $\mu_i$ . Из источника требований  $S_0$  в сеть обслуживания поступает пуассоновский поток требований одного класса, интенсивность которого зависит от числа требований в системах обслуживания сети. Топология сети определяется матрицей смежности  $W = (w_{ij})$ ,  $i, j = 0, \dots, L$ , соответствующего ориентированного графа. Обозначим через  $q = (q_1, \dots, q_L)$  состояние сети обслуживания, где  $q_i$  — число требований в системе  $S_i$ . Маршрутная матрица  $\Theta = (\theta_{ij})$ ,  $i, j = 0, \dots, L$ , определяет переходы требований между системами и источником сети обслуживания. Определим  $d_i$  и  $D_i$  соответственно нижнюю и верхнюю границу числа требований в системе  $S_i$ ;  $p(q_i)$  — вероятности отказов в поступлении требований в систему  $S_i$  и возвращении их в источник,  $q_i = d_i, \dots, D_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ . Поскольку в системе обслуживания  $S_i$  может находиться не более  $D_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ , требований, то общее число состояний в сети конечно.

Устанавливается зависимость интенсивности потока требований из источника в сеть: если в каждой из систем обслуживания находится  $q_i < d_i$  требований, то интенсивность потока требований из источника в сеть обслуживания равна  $\lambda_0$ ,  $i = 1, \dots, L$ , иначе она равна разности  $\lambda_0 - \sum_{i=1}^L \lambda_i p(q_i)$ ,

где  $\lambda_i$  — интенсивность потока требований в систему  $S_i$ .

Вводится  $P(q, t)$  — вероятность пребывания СеМО в момент  $t$  в состоянии  $q$ . Для учета только допустимых переходов введем вспомогательную функцию

$$\varepsilon(q_i) = \begin{cases} 1, & q_i > 0, \\ 0, & q_i = 0. \end{cases}$$

Для упрощения записи дифференциальных уравнений обозначим

$$q = (q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_L),$$

$$q(q_i + 1) = (q_1, \dots, q_i + 1, \dots, q_L),$$

$$q(q_i - 1) = (q_1, \dots, q_i - 1, \dots, q_L),$$

$$q(q_i + 1, q_j - 1) = (q_1, \dots, q_i + 1, \dots, q_j - 1, \dots, q_L), \quad i \neq j.$$

Случайный процесс, определенный на пространстве  $X$  является марковским, так как длительности обслуживания в системах сети распределены по экспоненциальному закону. Анализируя возможные переходы этого процесса за промежуток времени  $\Delta t$  и переходя к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ , получили систему прямых дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{aligned} \frac{dP(q, t)}{dt} = & -\lambda_0 P(q, t) \sum_{i=1}^L \theta_{0i} (1 - p(q_i)) - P(q, t) \sum_{i=1}^L \varepsilon(q_i) \mu_i \\ & + \lambda_0 \sum_{i=1}^L \varepsilon(q_i) \theta_{0i} (1 - p(q_i - 1)) P(q(q_i - 1), t) \\ & + \sum_{i=1}^L \mu_i \theta_{i0} P(q(q_i + 1), t) + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i \theta_{ij} p(q_j) P(q(q_i + 1), t) \\ & + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i \theta_{ij} (1 - p(q_j)) P(q(q_i + 1, q_j - 1), t), \end{aligned}$$

где  $q \in X$ .

**В третьем разделе «Решение системы дифференциальных уравнений Колмогорова»** приведено решение системы ОДУ[17,18].

В подразделе 3.1 описывается метод Эйлера. Метод Эйлера основан на



Данное решение для систем ОДУ 1-го порядка методом Эйлера находится по тем же формулам, что и для ОДУ 1-го порядка, если:

$$y_i \rightarrow \bar{y}_i, i = 0, \bar{n}, f(x_i, y_i) \rightarrow \bar{f}(x_i, \bar{y}_i), i = 0, \bar{n}, k_l \rightarrow \bar{k}_l,$$

где

$$\bar{k}_l = \begin{bmatrix} k_{l,1}^i \\ k_{l,2}^i \\ \dots \\ k_{l,n}^i \end{bmatrix}, l = 1, \bar{4}$$

В итоге получаем для метода Эйлера следующее выражение:

$$\bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + h \cdot \bar{f}(x_i, \bar{y}_i),$$

В подразделе 3.2 описывается модифицированный метод Эйлера. Значение правой части  $f(x, Y)$  уравнения возьмем равным среднему арифметическому значению между  $f(x_i, y_i)$  и  $f(x_{i+1}, y_{i+1})$ , то есть:

$$y_{i+1} = y_i + h/2[f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1})], i = 0, 1, \dots$$

Поскольку искомое значение  $y_{i+1}$  входит в обе части соотношения и его нельзя выразить явно, то полученная схема является неявной. Для того, чтобы вычислить искомое значение можно использовать один из итерационных методов. Если есть хорошее начальное приближение  $y_i$ , то можно построить решение с использованием двух итераций. Считая  $y_i$  начальным приближением, вычисляем первое приближение по формуле[17,20]:

$$\dot{y}_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i).$$

Вместо  $y_{i+1}$  подставляем  $\dot{y}_{i+1}$  в правую часть выражения

$$y_{i+1} = y_i + h/2[f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, \dot{y}_{i+1})].$$

Эти рекуррентные соотношения описывают новую разностную схему, которая и является модификацией метода Эйлера, она также имеет название метод Эйлера с пересчетом.

Этот метод также может использоваться для решения системы дифференциальных уравнений, однако в данной работе решение ОДУ будет найдено с использованием обычного метода Эйлера.

**Четвертый раздел «Исследование модели сети передачи данных с управлением потоком»** содержит подробное описание алгоритма программы анализа СПД с управлением потоком.

В подразделе 4.1 приводится алгоритм программы анализа открытой СеМО.

В подразделе 4.2 приводится структурная схема алгоритма.

В подразделе 4.3 подробно описываются блоки алгоритма.

Алгоритм состоит из 9 блоков.

Блок 1. Начало программы.

Блок 2. Обработка входных данных. Обработка входных данных. Задаются параметры СеМО:  $L$ ;  $\lambda$ ;  $\mu = (\mu_i)$ ;  $d_i$ ;  $D_i$ ;  $P_{otk1}, \dots, P_{otkL}$ ;  $\Theta$ ;

Блок 3. Формируется система дифференциальных уравнений и определяются параметры метода Эйлера для решения ОДУ. Формируется массив вещественных чисел  $P[0 \div D_1, 0 \div D_2, \dots, 0 \div D_L]$ . С помощью метода Эйлера, система ОДУ преобразуется в систему рекуррентных уравнений; определяются  $dt$ ;  $t$ ;  $T$ ; устанавливаются значения:  $t := 0$ ;  $T$ , а также  $P[0, 0, \dots, 0] := 1$ , остальные элементы будут равны нулю.

Блок 4. Начало цикла. Цикл организован для  $t = 0, \dots, T$ .

Блок 5. Проведение численного решения уравнений. На этом шаге будут получены финальные вероятности.

Блок 6. Начало цикла. Цикл организован для  $i = 1, \dots, L$ .

Блок 7. Вычисление средних значений характеристик СеМО. Используя вероятности, полученные на шаге 5, находим стационарные характеристики сети.

Блок 8. Вывод полученных результатов.

Блок 9. Завершение работы программы.

**В пятом разделе «Описание программы для анализа сети передачи данных с управлением потоком»** приводится описание программы для анализа СПД с управлением потоком.

В подразделе 5.1 описываются назначение и структура программы. Программа предназначена для вычисления основных стационарных характеристик модели  $M/M/1$ , которая является математической моделью сети передачи данных с управлением потоком. Программа реализована на языке программирования «Python» версии 3.7

В подразделе 5.2 приводится список идентификаторов и методов программы, используемых при её написании.

В подразделе 5.3 описываются работа программы и правила её использования. Приводятся входные данные, которые необходимо задать для использования программы. Численные результаты выводятся в консоль, а графики зависимостей отображаются в отдельных окнах.

**В шестом разделе «Анализ зависимостей характеристик модели сети передачи данных»** рассматривается примененное ранее рассмотренной СеМО в качестве математической модели сети передачи данных с управлением потоком. С помощью программы для анализа открытой экспоненциальной СеМО были вычислены стационарные характеристики сети и построены два вида графиков зависимостей.

Было проведено исследование зависимости математического ожидания числа требований в  $i$ -ой СМО от начальной интенсивности входящего потока, а также от верхней границы числа требований. По результатам исследования были сделаны такие основные выводы, как:

— при увеличении интенсивности входящего потока математическое ожидание числа требований в системе также возрастает. То есть, чем больше требований поступает в СМО, тем больше этих требований становится в очереди, так как интенсивность поступления этих требований возрастает, но длительность их обслуживания остается прежней. Следовательно, количество требований в очереди системы и на обслуживании увеличивается;

— чем больше верхняя граница числа требований в системе, тем больше м.о. числа требований в системе. Увеличение м.о. числа требований в СМО происходит потому, что когда верхняя граница передвигается на большее значение, вероятность получения отказа становится меньше, соответственно, больше требований поступает в очередь и на обслуживание системы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью выпускной квалификационной работы являлось исследование математической модели сети передачи данных с управлением потоком. В ходе работы были изучены методы управления потоками для защиты сети от перегрузок. В том числе был рассмотрен TCP протокол, так как используемый в данной работе алгоритм RED работает с TCP, используя свойство последнего.

После подробного изучения проблемы перегрузок и методов защиты от нее, в качестве математической модели сети передачи данных с управлением потоком была рассмотрена открытая экспоненциальная сеть массового обслуживания. Для этого типа сети был разработан алгоритм программы анализа СПД с алгоритмом RED, а также разработана программа для анализа открытой СеМО, с помощью которой можно вычислять стационарные характеристики, такие, как:

- математическое ожидание (м.о.) числа требований в каждой системе обслуживания;
- м.о. длительности пребывания требований в каждой системе обслуживания;
- вероятность отказа в поступлении требований в каждую систему обслуживания;
- вероятность отсутствия требований во всей сети;
- вероятность отсутствия требований в каждой системе обслуживания
- интенсивности потоков требований в каждую систему обслуживания.

Разработанная программа также дает возможность изучить результаты с помощью графически демонстрируемых зависимостей изменения математического ожидания числа требований в каждой системе от интенсивности входящего потока, а также от значения верхней границы числа требований.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Сущенко, С.П. Математические модели компьютерных сетей/ С.П. Сущенко.— Томск: Изд-во «Издательский Дом Томского государственного университета», 2017.— 271с.

2 Gerla, M. Flow Control: A Comparative Survey/ M. Gerla, L. Kleinrok. Изд-во «IEEE», 1980.— 553-574 с.

3 Назаров, А. А. Теория массового обслуживания: Учеб. пособие/ А. А. Назаров, А. Ф. Терпугов.— Томск : Изд-во «НЛТ», 2010.— 228 с.

4 Олифер, В. Компьютерные сети: Принципы, технологии, протоколы: пятое издание: Учеб. пособие/ В. Олифер, Н. Олифер.— СПб.: Изд-во «Питер», 2016.— 992 с.

5 Уолрэнд, Дж. Введение в теорию сетей массового обслуживания. / Дж. Уолрэнд. Пер. с англ.; под ред. В.Ф. Матвеева. - М. : Изд-во «Мир», 1993. - 335 с.

6 Шатунов, С. Ю. Управление потоками данных в сетях передачи данных на основе технологии ETHERNET. / С. Ю. Шатунов, П. Н. Рязанцев. [Электронный ресурс]. — URL: <http://irsit.ru/files/article/360.pdf> (дата обращения: 01.06.2021). Загл. с экр. Яз. рус.

7 Бочаров, П. П. Теория массового обслуживания. / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - М. : Изд-во РУДН, 1995. - 529 с.

8 Богуславский, Л. Б. Управление потоками данных в сетях ЭВМ/ Л. Б. Богуславский.— М. : Изд-во «Энергоатомиздат», 1984.— 168 с.

9 Таненбаум, Э. Компьютерные сети: пятое издание: Учеб.—метод. пособие/ Э. Таненбаум, Д. Уэзеролл.— СПб.: Изд-во «Питер», 2012.— 960 с.

10 Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания/ Клейнрок Л.— М.: Наука, 1979.— 432 с.

11 Васильев, К. К. Математическое моделирование систем связи: Учеб. пособие/ К. К. Васильев, М. Н. Служивый.— Ульяновск: Изд-во «УлГТУ», 2008.— 170 с.

12 Саати, Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. / Т. Л. Саати. Пер. с англ. - М. : Изд-во «Советское радио», 1965. - 510 с.

13 Вишневский, В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей/ В. М. Вишневский.— М: Изд-во «Техносфера», 2003.— 512 с.

14 Кофман, А. Массовое обслуживание. Теория и приложения/ А. Кофман, Р. Крюон. Пер. с фран. — М: Изд-во «Мир», 1965.— 303 с.

15 Кофман, А. Вычислительные системы с очередями. / А. Кофман, Р. Крюон. Пер. с фран. - М. : Мир, 1965. - 367 с.

16 Новиков, О. А. Прикладные вопросы теории массового обслужива-

ния. / О. А. Новиков, С. И. Петухов. - М. : Изд-во «Советское радио», 1969. - 400 с.

17 Колдаев В. Д. Численные методы и программирование: Учеб. пособие / В. Д. Колдаев.— М.: Изд-во «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2009. — 336 с.

18 Митрофанов Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания с динамическим управлением маршрутизацией. 7 изд./ Ю. И. Митрофанов, Н.П. Фокина.— СГУ, 2010.— 7 с.

19 Хайрер, Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи: Пер. с англ. / Э. Хайрер, С. Нёрсетт, Г. Ваннер. — М.: Изд-во «МИР», 1990.— 512 с.

20 Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания: Учеб. пособие / Ю. И. Митрофанов. — Саратов: Изд-во «Научная книга», 2004.— 175 с.