

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дифференциальных уравнений и математи-  
ческой экономики

**ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ РИСКОВЫХ  
БУМАГ ПО ЗАДАННОЙ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ НА  
ОСНОВАНИИ ПРОГНОЗИРУЕМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ  
КОТИРОВОК**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 451 группы  
направления 38.03.05 — Бизнес-информатика

механико-математического факультета  
Кондратовой Татьяны Сергеевны

Научный руководитель  
профессор, д. ф.-м. н.,  
профессор

\_\_\_\_\_

С. И. Дудов

Заведующий кафедрой  
зав. кафедрой, д. ф.-м. н.,  
профессор

\_\_\_\_\_

С. И. Дудов

Саратов 2021

## ВВЕДЕНИЕ

Портфельное инвестирование в настоящее время представляет собой один из наиболее распространенных видов финансовой деятельности. В современных рыночных условиях данный сегмент является крайне нестабильным и требует своевременного реагирования и ориентирования в его течениях. Ввиду этого детальное исследование специфики формирования портфеля ценных рисков бумаг как никогда актуально.

Для того, чтобы составить прибыльный портфель недостаточно оценить цену рисковой бумаги в текущий момент. Нужно проследить тенденцию изменения цены и тогда можно спрогнозировать стоимость ценной бумаги на будущий период.

Целью бакалаврской работы является составление оптимального портфеля ценных рисков бумаг. Для этого будут решены следующие задачи:

1. Изучение основ портфельного инвестирования
2. Решение задачи оптимизации структуры портфеля
3. Изучение моделей прогнозирования временных рядов
4. Прогнозирование котировок акций компаний с помощью модели SARIMA.
5. Формирование оптимального портфеля ценных бумаг на основании полученных данных

В первой главе работы рассмотрена теория портфельного инвестирования: сформулировано понятие портфельного инвестирования, принципы формирования портфеля и рассмотрены показатели эффективности портфелей ценных бумаг.

Во второй главе решается задача оптимизации структуры портфеля: выдвигаются исходные предположения задачи выбора оптимального портфеля, прописываются формулы доходности и риска, ставится задача оптимизации и решается аналитическим способом.

В третьей главе рассматриваются методы прогнозирования временных рядов.

Четвертая глава посвящена практической стороне работы: строится оптимальный портфель на модельных данных, реализуется программный код для прогнозирования котировок по модели SARIMA, для формирования оп-

тимального портфеля по заданной функции полезности.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Портфель ценных бумаг — это определенным образом подобранная совокупность видов ценных бумаг для достижения поставленной цели. Соотношение конкретных видов ценных бумаг в портфеле определяет структуру портфеля.

Основное преимущество портфеля ценных бумаг состоит в том, что он включает в себя совокупность ценных бумаг, обладающую такими инвестиционными характеристиками, которые недостижимы для отдельно взятой ценной бумаги и возможны только при их комбинации.

Существует ряд принципов, которыми следует руководствоваться при формировании портфеля:

1. Принцип диверсификации.

Диверсификация уменьшает риск за счет того, что возможные невысокие доходы по одним ценным бумагам будут компенсироваться высокими доходами по другим.

2. Принцип достаточной ликвидности.

Это принцип, в соответствии с которым в портфеле обязательно должны присутствовать высоколиквидные активы, доля которых должна быть заранее определена инвестором.

3. Принцип консервативности.

В соответствии с этим принципом инвестор до формирования портфеля должен устанавливать предельный объем принимаемых на себя рисков, то есть лимит максимальных потерь по портфелю.

4. Принцип взаимной компенсации целей.

Считается, что инвестор при осуществлении вложений в финансовые активы преследует следующие цели: получение текущего дохода, обеспечение роста рыночной стоимости активов, безопасность вложений, ликвидность. Однако одновременное достижение всех целей невозможно.

Выбор портфеля ценных бумаг на основе учета его ожидаемой доходности и риска известен как подход «доходность – риск», который был впервые сформулирован Г. Марковицем.

Для оценки эффективности инвестиций используют различные коэф-

фициенты.

1. Абсолютные:
  - Доходность
  - Стандартное отклонение
  - Коэффициент альфа Йенсена
2. Относительные:
  - Коэффициент Шарпа
  - Коэффициент Трейнора
  - Коэффициент Бета
  - Коэффициент Модильяни

Марковиц предложил теоретико-вероятностную формализацию понятий доходности и риска, что позволило перевести задачу выбора оптимального портфеля на язык математики. Именно он обратил внимание на общепринятую практику диверсификации и доказал, что инвесторы могут уменьшить стандартное отклонение доходности портфеля, выбирая акции, цены на которые меняются по-разному.

Предположения, при которых будет поставлена задача о формировании портфеля ценных бумаг с точки зрения подхода «доходность – риск», состоят в следующем.

1. Инвесторы осуществляют оценку портфелей, основываясь на ожидаемой доходности и риске активов.
2. При выборе из двух идентичных во всем, кроме ожидаемой доходности, портфелей инвестор выбирает портфель с большей ожидаемой доходностью.
3. При выборе из двух идентичных во всем, кроме риска, портфелей инвестор предпочитает портфель с меньшим риском.
4. Характеристики активов и портфеля относятся к одному заданному периоду владения.
5. Активы являются бесконечно делимыми, то есть в каждый актив может быть вложена любая доля капитала инвестора.
6. Отсутствуют какие-либо технические препятствия в реализации оптимальных инвестиционных стратегий; относительно любого актива возможна операция «короткая продажа»; налоги и издержки, связанные с

покупкой и продажей активов, не принимаются во внимание.

Предположим, что инвестор может вложить свой капитал в покупку  $n$  видов ценных бумаг, сформировав тем самым *портфель ценных бумаг*. Пусть  $x_i$  — доля общего вложения, приходящаяся на  $i$ -й вид ценных бумаг,  $i = \overline{1; n}$ . Таким образом,  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ . Вектор  $x = (x_1; x_2; \dots; x_n)^T$  определяет структуру портфеля ценных бумаг.

Пусть  $R_i$  — случайная величина доходности ценных бумаг  $i$ -го вида, как если бы весь капитал инвестора был бы целиком вложен в их покупку,  $i = \overline{1; n}$ . Тогда случайная величина  $R_p$  доходности портфеля со структурой, задаваемой вектором  $x = (x_1; x_2; \dots; x_n)^T$ , есть очевидно

$$R_p = \sum_{i=1}^n R_i x_i$$

Следовательно, ожидаемая доходность такого портфеля соответствует формуле

$$m_p = M[R_p] = \sum_{i=1}^n x_i M[R_i] = \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad (1)$$

где  $m_i = M[R_i]$  — ожидаемая доходность от ценных бумаг  $i$ -го вида, если бы в них вложили весь капитал.

Дисперсия случайной величины  $R_p$

$$\begin{aligned} D_p = M[(R_p - m_p)^2] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j M[(R_i - m_i)(R_j - m_j)] = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j V_{ij}, \end{aligned} \quad (2)$$

где величины  $V_{ij} = M[(R_i - m_i)(R_j - m_j)]$  являются ковариациями случайных величин  $R_i R_j$ . Очевидно, что значения

$$V_{ii} = M[(R_i - m_i)^2] = \sigma_i^2$$

являются дисперсиями случайных величин  $R_i$ , а  $\sigma_i$  — соответствующие среднеквадратичные отклонения — риск  $i$ -х ценных бумаг.

Сформулируем задачу формирования портфеля: инвестору требуется выбрать структуру портфеля так, чтобы максимизировать функцию полезности вида:

$$U(x) = \alpha m^T x - (1 - \alpha)x^T V x \rightarrow \max_x, \quad (3)$$

$$I^T x = 1, \quad (4)$$

где  $\alpha \in [0, 1]$  – это параметр предпочтения между доходностью и риском, а  $I = (1, 1, \dots, 1)^T \in R^n$ .

Соотношения (3) – (4) представляют собой формализованное описание задачи отыскания оптимального, в смысле «доходность – риск», портфеля ценных рисков бумаг, которая известна как задача Марковица.

Решив аналитическим способом поставленную задачу получим структуру оптимального портфеля в линейном виде:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{1}{IV^{-1}I^T}V^{-1}I + \frac{\alpha}{2(1-\alpha)}\left(V^{-1}m - \frac{I^TV^{-1}m}{IV^{-1}I^T}V^{-1}I\right) = \\ &= \frac{1}{a_{11}}V^{-1}I + \frac{\alpha}{2(1-\alpha)}\left(V^{-1}m - \frac{a_{12}}{a_{11}}V^{-1}I\right), \end{aligned}$$

где

$$a_{11} = IV^{-1}I^T, \quad a_{12} = I^TV^{-1}m$$

$x^*$  – оптимальный по Марковицу портфель ценных рисков бумаг.

Процессом прогнозирования называется специальное научное исследование конкретных перспектив развития какого-либо процесса. Процессы, перспективы которых необходимо предсказывать, чаще всего описываются временными рядами, то есть последовательностью значений некоторых величин, полученных в определенные моменты времени. Временной ряд включает в себя два обязательных элемента – отметку времени и значение показателя ряда, полученное тем или иным способом и соответствующее указанной отметке времени.

Существует множество методов прогнозирования временных рядов. Рассмотрим некоторые из них:

## 1. Модели экспоненциального сглаживания

- Модель экспоненциального сглаживания (ES)
- Модель Хольта(двойное экспоненциальное сглаживание)
- Модель Хольта-Винтерса(тройное экспоненциальное сглаживание)

## 2. Авторегрессионные модели

- Авторегрессионная модель скользящего среднего (ARMA)
- Авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего (ARIMA)
- Сезонное авторегрессионное интегрированное скользящее среднее (SARIMA)

В случае прогнозирования цен на ценные бумаги используются модели, содержащие сезонный компонент.

Модель Хольта-Уинтерса:

$$Z_t = (R_t + G_t) * S_t,$$

где  $R_t$  – сглаженный уровень без учета сезонной составляющей,  $G_t$  – сглаженный тренд,  $S_t$  – сезонная составляющая.

Модель SARIMA (сезонное авторегрессионное интегрированное скользящее среднее) является расширением ARIMA, которое явно поддерживает одномерные данные временных рядов с сезонным компонентом. Он добавляет три новых гиперпараметра для указания авторегрессии (AR), разности (I) и скользящего среднего (MA) для сезонной составляющей ряда, а также дополнительный параметр для периода сезонности.

Модель задается как  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)m$ , где:

- элементы тренда
  - $p$  – Порядок авторегрессии тренда.
  - $d$  – Порядок изменения тренда.
  - $q$  – Тренд скользящей средней.
- сезонные элементы
  - $P$  – Сезонный порядок авторегрессии.
  - $D$  – Порядок сезонных разниц.
  - $Q$  – Сезонный порядок скользящих средних.
  - $m$  – Количество временных шагов за один сезонный период.



В рамках практической работы сначала будет построен портфель на модельных данных, а затем будет осуществлена проверка насколько подход формирования инвестиционного портфеля с использованием прогнозных показателей эффективнее, чем построение портфеля на реальных данных. Для прогнозирования будут использоваться компании, чьи акции входят в существующий портфель управляющей компании «ВТБ Капитал Управление активами» «Фонд Акции». Выбранный портфель инвестирует в акции крупнейших российских компаний.

Возьмем среднюю стоимость котировок акций всех компаний по месяцам с 2013-2017 года. Будем прогнозировать котировки на 2018 год. Спрогнозируем котировки акций компаний с помощью модели SARIMA и построим портфель по прогнозным значениям по функции полезности.

Сравним реально существующий портфель с полученным портфелем. Рассмотрим портфели, где коэффициент  $\alpha = 0.5$ .

Таблица 1

	Реальный портфель	Портфель по SARIMA
ALROSA	0.0341	0.05463
Северсталь	0.0063	0.0467
Энел Россия	0.0243	0.04753
Газпром	0.0284	0.03304
Норникель	0.1348	0.04836
Лукойл	0.0919	0.04166
ММК	0.1229	0.05459
Магнит	0.0335	0.00002
Московская биржа	0.0187	0.05721
МТС	0.0225	0.04882
НЛМК	0.0179	0.06726
Полюс	0.0094	0.05892
Роснефть	0.0124	0.03412
Сбербанк	0.0308	0.06564
Газпром Нефть	0.1385	0.06049

Сургутнефтегаз (П)	0.0293	0.02138
Татнефть (О)	0.0839	0.06001
Татнефть (П)	0.0192	0.07528
Юнипро	0.0247	0.04031
ВТБ	0.009	0.01551
Яндекс	0.0192	0.06853
$m_p$	0.01176	0.00696
$\sigma_p$	0.024981	0.01561

В результате мы наблюдаем, что портфель сформированный на прогнозных данных не является более эффективным, чем инвестиционный портфель, сформированный на реальных данных.

Эксперимент показал, что прогнозные показатели могут быть использованы в сочетании с последующей оптимизацией Марковица. Но нельзя сказать, что такой подход позволяет сформировать более эффективный портфель ценных бумаг, чем формирование портфеля на реальных данных. При построении портфеля по прогнозным данным стоит обращать пристальное внимание на сам прогноз и его качество. Для подтверждения или опровержения выдвинутого предположения необходимо провести эксперимент на других данных.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения работы в теоретической части были рассмотрены определение портфельного инвестирования, принципы его формирования и показатели эффективности портфеля. В следующей главе была решена аналитическим методом задача Марковица по заданной функции полезности. Также были рассмотрены модели прогнозирования временных рядов.

Для выполнения практической части работы был выполнен поиск реально существующего портфеля ценных рисков бумаг. На основе найденных данных выполнено прогнозирование цен акций на 2018 год. Для формирования оптимального портфеля полученные цены за каждый период были переведены в доходности. Затем с помощью программы, написанной на языке Python 3.9, был сформирован оптимальный портфель с разным значением параметра  $\alpha$ , который показывает предпочтение инвестора между доходностью и риском.

Для сравнения реального портфеля с сформированными стандартным значением параметра  $\alpha$  выбрано значение 0.5. Проведен сравнительный анализ двух портфелей, который показал, что портфель, сформированный по прогнозным данным, не является наиболее привлекательным для инвесторов.