

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Задачи реальной математики в материалах для подготовки к ОГЭ
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 461 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование
механико-математического факультета

Торба Александра Сергеевича

Научный руководитель

доцент, к.п.н., доцент

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

Т. А. Капитонова

И. К. Кондаурова

Саратов 2021

Введение. Одной из главных целей обучения математике является научить учащихся не только решать стандартные задачи этого курса, но и научиться действовать в нестандартных ситуациях, возникающих в жизни, уметь применить свои знания на практике; выявлять главные факторы, действующие и влияющие на рассматриваемый процесс, или явление, закономерности, появляющиеся при этом, другими словами, создать простейшую математическую модель. Наличие задач с реальным содержанием, разнообразных по содержанию и способам их решения помогает в достижении этой цели.

Значимости изучения задач реальной математики посвящены многочисленные исследования. В частности этому вопросу посвятила свою работу А.А. Мельникова. Классификацию задач реальной математика составили в своей статье А.П. Мускатина и С.В. Лебедева. Определение задачи реальной математики привела в своей статье Г.С. Ларина. Кроме того она рассмотрела в своей диссертации данные исследований TIMSS и PISA посвященных выявлению умений моделировать математическую модель в реальной жизни. Требования к задачам реальной математики сформулировали В.В. Вагина и М.В. Егупова.

Значимость умения применения математических методов в реальных ситуациях отражена в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО) и «Фундаментальном ядре содержания общего образования».

Однако так и остается открытым вопрос о том, с помощью каких конкретных задач практического содержания учитель должен выстраивать учебный курс таким образом, чтобы у учащихся сформировалось умение применять математические знания в обыденной жизни.

Цель дипломной работы – охарактеризовать задачи реальной математики и разработать серию задач реальной математики для подготовки к ОГЭ.

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1) рассмотреть определение задачи реальной математики, требования к ним и их классификацию;

2) проанализировать роль и место задач реальной математики в материалах ОГЭ;

3) провести анализ содержания учебной литературы на наличие задач реальной математики;

4) разработать серию задач реальной математики, дополняющую задачный материал учебников по математике основной школы.

Методы исследования: анализ научной, методической и учебной литературы, изучение нормативных документов, педагогическое проектирование.

Структура бакалаврской работы: титульный лист, введение, два раздела («Задачи реальной математики в материалах ОГЭ: теоретические аспекты», «Задачи реальной математики в материалах ОГЭ: практические аспекты») заключение, список использованных источников.

Основное содержание работы. В первом разделе «Задачи реальной математики в материалах ОГЭ: теоретические аспекты» решались первые две задачи бакалаврской работы.

Под задачами реальной математики в дальнейшем будем понимать задачи, которые моделируют реальную ситуацию и к решению которых можно применить математические методы.

В статье М. В. Егуповой «Реальная математика» представлены следующие требования к задаче реальной математики:

1. Требования к фабуле задачи: отражение в тексте задачи реального объекта, его свойств; демонстрация в фабуле задачи связи математики с другими науками, практическими областями деятельности; наличие в тексте задачи проблемы или свойств объекта, для изучения которых действительно необходимо применить математику; соответствие фабулы возрастным особенностям (познавательным интересам, ведущему типу деятельности) школьника; доступность фабулы для понимания учащимся: используемые

нематематические термины известны школьникам в результате изучения других дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны.

2. Требования к математическому содержанию задачи: математическая содержательность решения задачи; соответствие численных данных задачи реальным значениям; соответствие фактических данных, сделанных допущений и упрощений реальному процессу, объекту, ситуации, описанным в задаче; единство задач на приложения и задач, широко применяемых в преподавании математики в школе.

Среди задач реальной математики выделяют исторические задачи, бытовые задачи и задачи «рассказанные участником события»

Старинные задачи по математике – текстовые задачи с историческим содержанием (исторические факты и сведения; задачи, составленные древними учеными; актуальные задачи для образования 150 и более лет назад).

Бытовые задачи делятся на задачи «о прошлом» и задачи «о будущем»

Бытовые задачи «о прошлом» – задачи, сформулированные самими учениками на основании реальных фактов или реальных сюжетов (событий).

Бытовые задачи «о будущем» – задачи, в которых ученикам предлагается решить задачу, которую возможно предстоит решить в жизни.

Если составленную учеником самостоятельно задачу реальной математики учитель предлагает классу для решения, то эта задача становится задачей, рассказанной участником событий.

Федеральные стандарты образования в России были изменены в 2010 году и, в соответствии с глобальным трендом, в них также был сделан акцент на формировании у учащихся умений использовать знания в повседневной жизни. Так, в ФГОС ООО 2010 года прописаны следующие требования к освоению учащимися школьной программы по математике: «Изучение предметной области «Математика и информатика» должно обеспечить осознание значения математики и информатики в повседневной жизни». В свою очередь предметные результаты по математике должны отражать «умение моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с

использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученные результаты» и «умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин».

Стандарты образования определяют требования к предметным результатам, а разработка учебных планов, программ и учебно-методических материалов должна осуществляться с учетом «Фундаментального ядра содержания общего образования». В этом документе разъясняется концепция новых стандартов, и цель изучения математики в школе определяется следующим образом: «Математика позволяет успешно решать практические задачи: оптимизировать семейный бюджет и правильно распределять время, критически ориентироваться в статистической, экономической и логической информации, правильно оценивать рентабельность возможных деловых партнеров и предложений, проводить несложные инженерные и технические расчеты для практических задач».

В логике новых стандартов были изменены и контрольно-измерительные материалы (КИМ). Нами были проанализированы материалы ОГЭ на сайте Федерального института педагогических измерений с 2009 по 2021 годы. Рассмотрим изменения, касающиеся задач реальной математики в ОГЭ по математике в период с 2009 по 2021 годы.

Задачи реальной математики можно было найти в материалах ОГЭ с 2009 года, хотя роль задач реальной математики на тот момент не была окончательно определена, так же в КИМах содержались прообразы задач, которые в дальнейшем после дополнения условий станут задачами моделирующую реальную ситуацию. В 2012 году в КИМах начали появляться задачи, моделирующие реальную ситуацию. В 2013 году для них был выделен отдельный модуль, а в 2018 году он был убран. В данный момент в КИМах ОГЭ из двадцати заданий первой части семь заданий – задачи реальной математики, пять из которых обладают реальным содержанием:

На плане (в соответствии с рисунком 1) изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются

через единственные ворота.

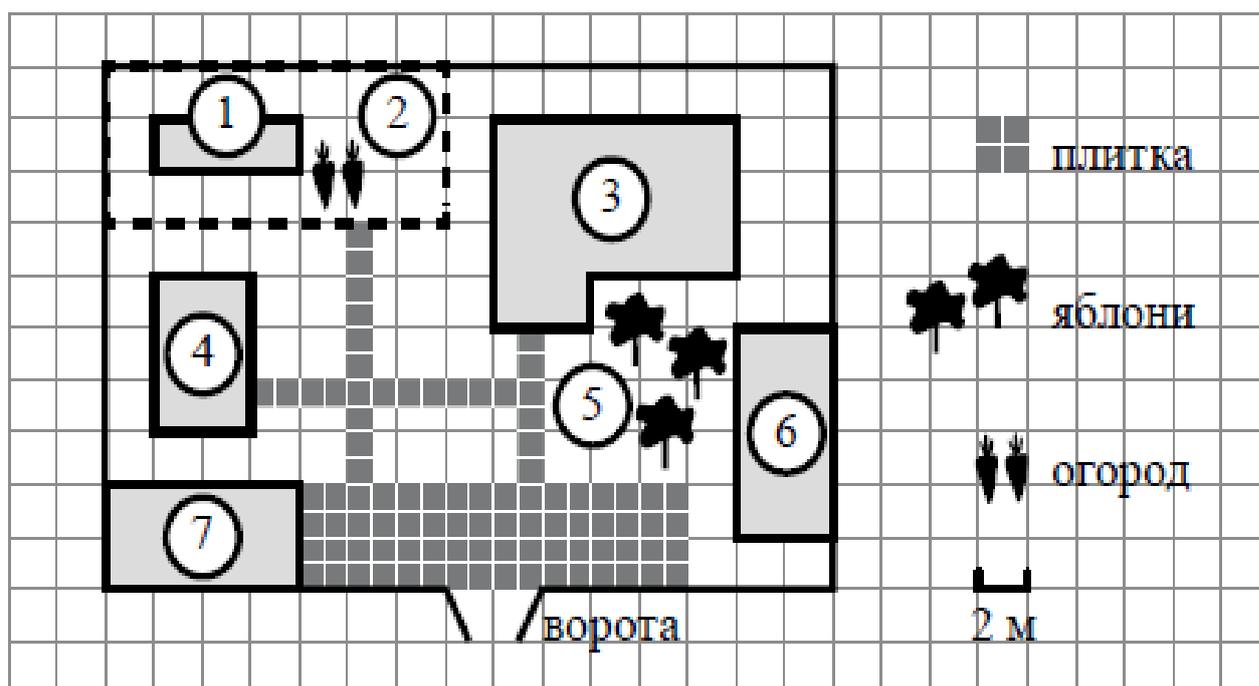


Рисунок 1 – План домохозяйства

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева – гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1м×1м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры				

Рисунок 2 – Таблица для задачи 1

Задача 1 (№1).

Для объектов, указанных в таблице,

определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Задача 2 (№2). Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Задача 3 (№3). Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Задача 4 (№4). Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Задача 5 (№5). Хозяин участка планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице (в соответствии с рисунком 3).

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа / сред. потребл. мощность	Стоимость газа / электро-энергии
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 руб./(кВт·ч)

Рисунок 3 – Таблица для задачи 5

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование.

Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?

Задача 6 (№10). На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Задача 7 (№14). Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -25 градусов по шкале Цельсия?

Основные проверяемые требования к математической подготовке этими семью заданиями:

1) уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

2) уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

3) уметь строить и читать графики функций, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

Во втором разделе «Задачи реальной математики в материалах ОГЭ: практические аспекты» решались оставшиеся задачи бакалаврской работы.

Для проведения анализа нами были выбраны учебники из УМК по математике С. М. Никольского (5-6 классы) и УМК по алгебре С. М. Никольского (7-9 классы).

Проведенный анализ показал, что в каждом из учебников задачи реальной математики составляют не более четырех с половиной процентов от общего числа заданий.

Среди этих заданий встречаются задачи реальной математики, аналогичные заданию №10 из КИМ ОГЭ 2020 года. Кроме того присутствуют задачи, аналогичные заданиям №2 и №3 из КИМ, но фактически задач реальной математики схожих с заданиями №2 и №3 в учебниках не содержится.

Нами была составлена серия задач реальной математики, аналогичных выше указанным заданиям ОГЭ. Эти задачи можно рассматривать на уроках, так как данная серия задач дополняет пункт 2.9 «Площадь прямоугольника. Единицы площади», пункт 1.13 «Решение текстовых задач с помощью умножения и деления» учебника по математике за 5 класс С. М. Никольского и пункт 12.1. «Способы представления числовых данных» учебника по алгебре за 9 класс С. М. Никольского.

Примеры двух задач.

Задача 8. На плане (в соответствии с рисунком 4) изображено домохозяйство прямоугольной формы. Сторона каждой клетки на плане равна 1 м.

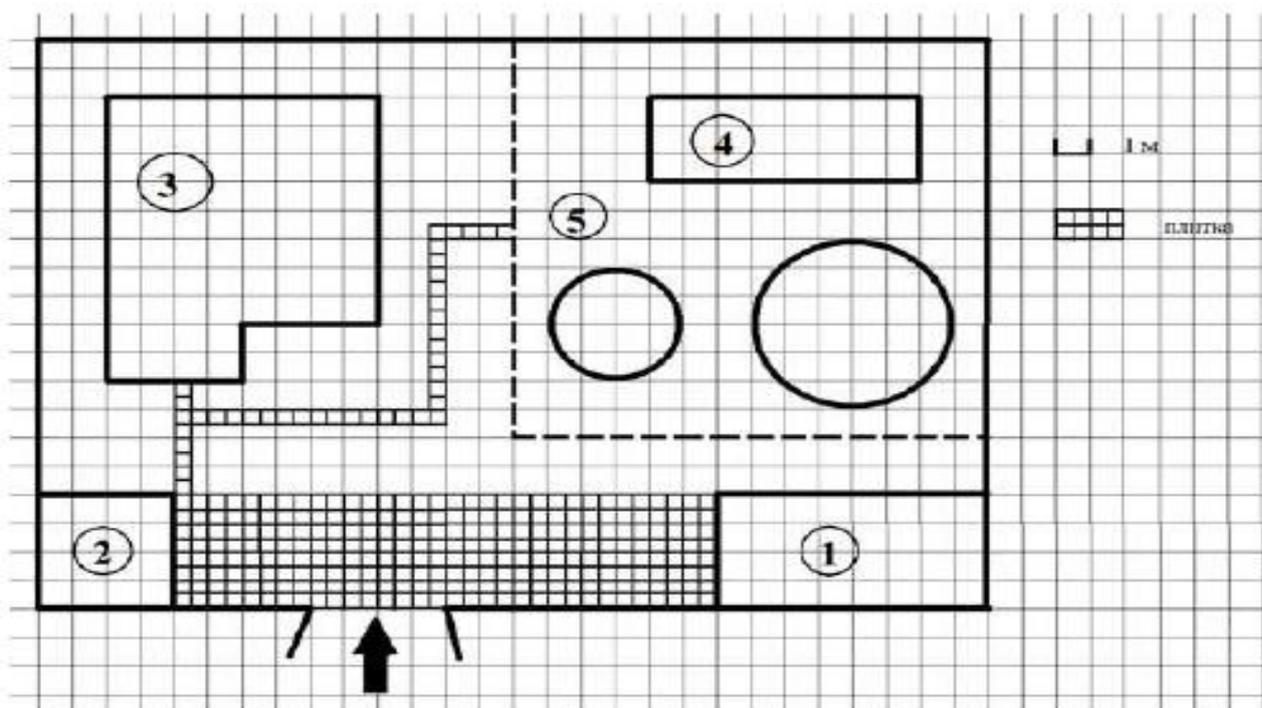


Рисунок 4 – План домохозяйства

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа гараж. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая на участке имеются теплица и две круглые клумбы, расположенные на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Все дорожки внутри участка имеют ширину 0,5 м и вымощены тротуарной плиткой, размером 0,5 м × 0,5 м. Между сараем и гаражом имеется площадка, вымощенная той же плиткой. Найдите площадь жилого дома.

Задача 9. Хозяин планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: газовое или электрическое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимость даны в таблице (таблица 1).

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько полных часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?

Таблица 1 – Таблица для задачи 9

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Средний расход газа / средняя потребляемая мощность	Стоимость газа / электроэнергии
Газовое отоплени	22 тыс. руб.	15 180 руб.	1,1 куб. м / ч	4,5 руб. / куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	14 000 руб.	4,5 кВт	2,8 руб. / (кВт·ч)

Заключение. Основные результаты бакалаврской работы:

1. В ходе анализа научной и методической литературы рассмотрены: определение задачи реальной математике; требования, предъявляемые к задачам реальной математики; классификация задач реальной математики.

Под задачами реальной математики будем понимать задачи, которые моделируют реальную ситуацию и к решению которых можно применить математические методы.

Требования к задачам реальной математики: отражение в тексте задачи реального объекта, его свойств; наличие в тексте задачи проблемы или свойств объекта, для изучения которых действительно необходимо применить математику; математическая содержательность решения задачи; соответствие численных данных задачи реальным значениям; соответствие фактических данных, сделанных допущений и упрощений реальному процессу, объекту, ситуации, описанным в задаче; единство задач на приложения и задач, широко применяемых в преподавании математики в школе.

Среди задач реальной математики выделяют исторические задачи, бытовые задачи и задачи «рассказанные участником события»

2. Включение задач реальной математики в материалы ОГЭ обусловлено ФГОС 2010 года, в которых подчеркнута важность умения применять математические методы в реальных ситуациях и сделан акцент на формировании у учащихся умений использовать знания в повседневной жизни.

Роль задач реальной математики состоит в том, чтобы учащиеся в результате обучения научились решать повседневные задачи, требующие использование математических методов.

Задачи реальной математики можно найти в материалах ОГЭ с 2009 года, хотя на тот момент роль задач реальной математики не была окончательно определена. В 2012 году в КИМах начали появляться задачи, моделирующие реальную ситуацию. В 2013 году для них был выделен отдельный модуль, который в 2018 году был убран. В данный момент в КИМах ОГЭ из двадцати заданий первой части семь заданий – задачи реальной математики, пять из которых обладают реальным содержанием.

3. В ходе написания бакалаврской работы было проанализировано содержание школьных учебников «Математика» 5-6 классов и «Алгебра» 7-9 классов с целью определения наличия задач реальной математики в школьных учебниках основной школы.

Анализ показал, что в каждом из них задачи реальной математики составляют не более четырех с половиной процентов от общего числа заданий.

Среди них встречаются задачи реальной математики, аналогичные заданию №10 из КИМ ОГЭ 2020 года. Кроме того присутствуют задачи, аналогичные заданиям №2 и №3 КИМ, но некоторых видов задач реальной математики, аналогичных представленным в экзаменационных материалах ОГЭ, в учебниках не содержится.

4. Нами разработана серия задач реальной математики (аналогичных заданиям №2, №3 и №5 из материалов ОГЭ), дополняющая задачный материал учебников «Математика-5» и «Алгебра-9» и позволяющая учителю проектировать содержание конкретных уроков по темам: «Площади прямоугольника», «Решение текстовых задач с помощью умножения и деления» (5 класс), «Способы представления числовых данных» (9 класс).

Материалы бакалаврской работы могут быть использованы в учебном процессе учителями математики 5-9 классов на уроках и при подготовке к ОГЭ.