

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики ее преподавания

Эстетическое воспитание учащихся при обучении математике
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 461 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование
механико-математического факультета

Туралиевой Аймиры Бисеньевны

Научный руководитель

доцент, к. п. н.

О. М. Кулибаба

Зав. кафедрой

к. п. н., доцент

И. К. Кондаурова

Саратов 2021

Введение. На всех этапах развития педагогической теории и практики особое место отводилось гармоническому развитию личности обучаемого. В процессе формирования гармонически развитой личности школьника важное место занимает эстетическое воспитание.

В методической литературе вопросу эстетического воспитания учащихся при обучении математике посвящено немало статей и книг. Диапазон мнений по этой проблеме достаточно обширен: часть из них, придерживаясь пассивно-созерцательного подхода, рассматривает эстетически привлекательное математическое содержание в качестве эмоционального фона процесса обучения (И. Г. Зенкевич, В. Т. Ковешников, В. Л. Минковский), другая часть развивает активно-действенный подход к реализации эстетического потенциала математики в процессе обучения (В. Г. Болтянский, Н. В. Гусева, О. А. Кобалия, Н. Л. Рощина, Н. И. Фирстова). Кроме того попытки анализа данной проблемы осуществлялись в связи с раскрытием основных компонентов системы гуманитарно-ориентированного математического образования (А. И. Азевич, Т. А. Иванова, И. М. Смирнова), с разработкой вопросов, касающихся мотивационного потенциала математики (М. А. Родионов) и формирования мировоззрения школьников (А. Л. Жохов), а также при описании нетрадиционных функций процесса обучения как объекта методики математики (Г. И. Саранцев).

Основой, позволившей рассмотреть эстетические аспекты обучения математике на качественно новом уровне, явились результаты психологических исследований проблемы красоты, в частности, гипотеза, выдвинутая известным психологом Р. Х. Шакуровым, о том, что красота – сложное качество, составляемое как статическим компонентом, образуемым обобщенным стандартом, так и динамическим, наполняемым оригинальностью, эмоциональностью и т.д.

В связи с этим в последнее время и среди методических исследований появились работы, содержащие попытки создания научно обоснованной модели красоты математического объекта (Г. И. Саранцев и др.). Однако в

большинстве работ методистов вопросы, связанные с разъяснением содержания понятия красоты, остаются за их границами.

В теории и методике обучения математики вопросы эстетического воспитания учащихся на уроках математики отражены в работах, Н. И. Фирстовой, И. Г. Зенкевич, В. С. Ковешникова, О. В. Черник и др. Большинство их них касается отдельных вопросов проблемы эстетического воспитания, учащихся в процессе обучения математике. Так, И. Г. Зенкевич основное внимание уделяет эстетическому воспитанию учащихся на внеклассных занятиях по математике, В. С. Ковешников разработал методические рекомендации, в которых делается упор на создание особой эмоциональной атмосферы учебных занятий посредством показа, демонстрирования многочисленных проявлений прекрасного в школьной математике. О. В. Черник выделила этапы реализации эстетического потенциала математики в процессе обучения.

При несомненной значимости проведенных исследований проблема организации эстетического воспитания в процессе обучения математике остается актуальной и открытой для изучения.

Цель исследования – теоретически обосновать и практически проиллюстрировать средства реализации эстетического потенциала математики в процессе эстетического воспитания учащихся.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

- 1) рассмотреть сущность понятия «эстетическое воспитание»;
- 2) охарактеризовать особенности эстетического потенциала математики и этапы его реализации в процессе обучения;
- 3) выявить средства реализации эстетического потенциала математики в процессе эстетического воспитания учащихся;
- 4) продемонстрировать возможность и целесообразность использования средств реализации эстетического потенциала математики в процессе эстетического воспитания учащихся при обучении математике.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической, методической, математической литературы; обобщение опыта работы действующих учителей; разработка методических материалов.

Работа состоит из введения, двух разделов («Теоретические аспекты эстетического воспитания учащихся при обучении математике», «Методические аспекты эстетического воспитания учащихся при обучении математике»), заключения и списка использованных источников.

Основное содержание работы. В первом разделе «Теоретические аспекты эстетического воспитания учащихся при обучении математике» решались первые три задачи бакалаврской работы. Этот раздел составили три подраздела.

В первом подразделе рассмотрено эстетическое воспитание как психолого-педагогическая проблема.

Рассмотрены различные определения эстетического воспитания, согласно одному из них, эстетическое воспитание – это целенаправленная система действенного формирования человека, способного воспринимать и оценивать прекрасное, совершенное, гармоничное в жизни и искусстве, способного жить и творить по «законам красоты».

Цель эстетического воспитания – развитие эстетической активности личности не только в художественной деятельности, но, прежде всего, в практической жизни – в отношении человека к природе, к другим людям и к самому себе, к обычаям, формам поведения, к миру вещей, окружающих человека, наконец, к искусству.

Эстетическое воспитание – важнейшая сторона воспитания ребенка. Оно способствует обогащению чувственного опыта, эмоциональной сферы личности, влияет на познание нравственной стороны действительности, повышает и познавательную активность, даже влияет на физическое развитие.

Во втором подразделе первого раздела рассматривается понятие эстетического потенциала и его роль в процессе обучения. Дается определение эстетического потенциала, которое определяется совокупностью возможностей

ее эстетического воздействия, результатом которого является возникающее у учащихся эстетическое чувство, не сводящееся, к оценке «нравится – не нравится» и к удовольствию от восприятия того или иного математического объекта, а эстетическое чувство, в котором учащиеся познают специфически эстетическое качество – красоту. В его содержании выделяются два аспекта, которые называют внешним и внутренним.

Внешний аспект представляет собой математический аппарат, являющийся необходимым инструментом познания законов гармонии объективного мира. В данном случае речь идет о красоте, постигаемой чувствами, радующей глаз – формальной красоте. Основу составляют учения о симметрии, пропорции и т.д.

Внутренний аспект связан с красотой интеллектуальной, доступной только разуму. Источниками этой красоты являются те особенности математических объектов (фактов, теорем, задач, способов рассуждений), благодаря которым эти объекты могут вызвать в нас чувство изящного.

Исходя из содержания эстетического потенциала математики выделено четыре этапа реализации эстетического потенциала математики в процессе обучения: *сенсуальный*, который включает в себя создание эмоционально эстетического фона, проявляющийся в нестандартной формулировке задачи, красивом оформлении чертежей, таблиц, оформлении решения задачи, привлечении историко-математического материала по изучаемой теме; *прикладной*, включающий реализацию внешнего аспекта эстетического потенциала математики, где она предстает в качестве инструмента познания красоты окружающего мира, также реализуется полезность математики в различных областях знания; *процессуальный*, где происходит раскрытие эстетической привлекательности самого процесса решения задачи; *теоретический*, на котором происходит реализация внутреннего аспекта эстетического потенциала математики за счет таких особенностей математического объекта, как логическая обоснованность, четкость и

доказательность при построении математического объекта как высших проявлений эстетической категории порядка.

В третьем подразделе были рассмотрены средства реализации эстетического потенциала математики: задачи, историко-математический материал, научная литература.

На уроках математики основным средством обучения являются задачи, поэтому основной эстетический потенциал математики содержится именно в них.

Рассмотрим, как реализуется эстетический потенциал математики непосредственно при решении задач.

Выделяются четыре этапа решения задач:

- 1) понимание постановки задачи;
- 2) составление плана решения;
- 3) осуществление плана;
- 4) взгляд назад (изучение полученного решения).

На первом этапе эстетическую привлекательность задачи можем обнаружить в информативной формулировке, общности подмеченной закономерности, противоречивости математической ситуации.

На этапе составления плана решения при установлении неожиданных связей, переводе содержания задачи на язык специальной теории и наоборот, что связано с построением модели, изоморфной задаче мы можем обнаружить эстетический компонент математики.

При реализации третьего этапа, связанного с осуществлением плана решения задачи, эстетический элемент состоит в удовольствии от полной логической обоснованности и доказательности каждого шага в решении задачи, как высшей форме выражения эстетического совершенства в математике.

Однако наиболее богатые возможности в плане раскрытия эстетического компонента математики заложены в действиях, реализующих четвертый этап.

Во-первых, данный этап предполагает поиск различных способов решения задачи, их оценку и выбор наиболее простого, неожиданного, а, значит, и более изящного решения.

Во-вторых, на рассматриваемом этапе при составлении задач-обобщений, задач-аналогов, задач-конкретизаций реализуются такие аспекты эстетического компонента, как открытость, т.е. способность к дальнейшему расширению на основе абстракции и обобщения, и полезность внутри самой математики.

Важную роль в образовательном процессе, в частности, в процессе эстетического воспитания учащихся играет и *историко-математический материал*.

История математики – это часть всеобщей истории, которая необходима для изучения, чтобы сформировать у учащихся целостное представление о развитии человеческого общества и его культуре. Также введение элементов истории при изучении математики позволяет эффективно формировать эстетическое воспитание учащихся.

Выделяют следующие формы обучения, с помощью которых можно использовать исторический материал:

- исторические и математические беседы на уроке, органически связанные с учебным материалом;
- исторические минутки-отступления, реализуемые на уроках математики;
- специально-организованные уроки по истории математике;
- использование исторических заданий и задач в процессе урока.

Еще одним из средств эстетического воспитания, которое способствует развитию кругозора и мировоззрения учащихся, является *научная литература*.

Научная литература, которую можно предложить учащимся, должна быть доступной по содержанию и форме изложения; увлекать учащихся содержанием, стилем или новизной подхода к тому или иному вопросу математики или ее приложений; расширять и углублять математические знания учащихся по программному материалу посредством изучения вопросов,

выходящих за рамки программы по математике, но примыкающих к ней; углублять математические знания учащихся посредством более детального изучения того или иного вопроса программы.

Во втором разделе «Методические аспекты эстетического воспитания учащихся при обучении математике» решалась четвертая задача бакалаврской работы: была продемонстрирована возможность и целесообразность использования средств реализации эстетического потенциала математики в процессе эстетического воспитания учащихся при обучении математике.

К задачам, которые будут способствовать эстетическому воспитанию на этапе понимания постановки задачи, относятся задачи с нестандартными формулировками.

Задача 1. Два купца перевозили вместе свой товар на корабле, и каждый имел по 15 одинаковых ящиков. Во время путешествия поднялась буря, корабль был поврежден, и капитан объявил, что для спасения людей необходимо половину товара выбросить в море. Первый купец ничего не имел против этого, но второй ни за что не хотел лишиться не только восьми, но даже и семи своих ящиков и требовал, чтобы этот вопрос был решен по жребию. Для этого все 30 ящиков были установлены в кружок, и капитан, считая их громко, каждый девятый ящик велел бросать за борт. Но он так удачно выбрал начало счета, что все 15 ящиков упрямого купца оказались выброшенными, а все ящики первого купца уцелели. Как были расставлены ящики в кружок?

Этапы составления плана решения и его осуществления тесно связаны между собой в процессе решения задачи и содержат одни и те же элементы, придающие задаче эстетическую привлекательность. Сюда можно отнести задачи, в решении которых используются геометрические преобразования и метод достраивания фигур.

Задача 2. Отметьте на плоскости 6 различных точек и проведите 6 прямых так, чтобы и на каждой прямой, и по обе стороны от нее было по две отмеченных точки.

Решение. Например, так как показано на рисунке.



На последнем этапе решения задачи, то есть на этапе изучения полученного решения, эстетическому воспитанию будут способствовать задачи, которые имеют различные способы решения, каждые из которых имеют эстетическую привлекательность. Приведем примеры таких задач.

Задача 3. Пусть $a \in N$ и $b \in N$. Доказать, что если $(a - b)$ делится на три, то и $(a^3 - b^3)$ делится на 9.

Решение.

Первый способ. Преобразуем разность кубов следующим образом:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)[(a - b)^2 + 3ab].$$

Так как $(a - b)$ делится на 3, то на 3 делится также $(a - b)^2$ и, очевидно, $((a - b)^2 + 3ab)$ делится на 3, а потому $(a^3 - b^3)$ делится на 9.

Второй способ. Пусть $a - b = 3k$, причем $k \in N$. Тогда $a = 3k + b$ и поэтому

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (3k + b)^3 - b^3 = \\ &= ((3k + b) - b)((3k + b)^2 + (3k + b)b + b^2) = \\ &= 3k((9k^2 + 6kb + b^2) + 3kb + 2b^2) = \\ &= 3k(9k^2 + 9kb + 3b^2) = 9k(3k^2 + 3kb + b^2). \end{aligned}$$

Следовательно, заданная разность кубов делится на 9.

Третий способ. Так как $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$, причем, очевидно, $(a - b)^3$ делится на 9, $3ab(a - b)$ тоже делится на 9, то и заданное число делится на 9.

Четвертый способ. Так как $(a - b)$ кратно трем, то каждое из чисел a и b при делении на три дает один и тот же остаток r . Пусть $a = 3c + r$, $b = 3d + r$.

$$\begin{aligned} (a - b)^3 &= (3c + r)^3 - (3d + r)^3 = \\ &= (3c + r - 3d - r)((3c + r)^2 + (3c + r)(3d + r) + (3d + r)^2) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (3c - 3d)(9c^2 + 6cr + r^2 + 9dc + 3cr + 3dr + r^2 + 9d^2 + 6dr + r^2) = \\
&= 3(c - d)(9c^2 + 9cr + 3r^2 + 9dc + 9dr + 9d^2) = \\
&= 9(c - d)(3c^2 + 3cr + r^2 + 3dc + 3dr + 3d^2).
\end{aligned}$$

Следовательно, $(a^3 - b^3)$ делится на 9.

Пятый способ. Пусть $a - b = 3k$ и $k \in N$. Тогда $(a - b)^3 = 27k^3$,

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3a^2b - 3ab^2 = 27k^3 + 3ab(a - b).$$

Так как $a - b = 3k$, то $a^3 - b^3 = 27k^3 + 9abk$, следовательно, $a^3 - b^3$ делится на 9.

Математика имеет огромный эстетический потенциал, но ее история имеет не меньший материал для развития эстетического вкуса. Введение исторического материала при изучении различных математических тем способствует осознанию учащимися того, что математика – старинная наука, над которой трудились ученые разных культур и народов. Использование истории математики на уроках вызывает сильные эмоции, чувства учеников. Сильное впечатление на учащихся производят исторические задачи, решение которых приносит им большое удовольствие.

Задача 4. Задача Метродора.

Здесь погребен Диофант, и камень могильный

При счете искусном расскажет нам,

Сколь долог был его век.

Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни;

В двенадцатой части затем прошла его светлая юность.

Седьмую часть жизни прибавим – пред нами очаг Гименея.

Пять лет протекли, и прислал Гименей ему сына.

Но горе ребенку! Едва половину он прожил

Тех лет, что отец, как скончался несчастный.

Четыре года страдал Диофант от утраты такой тяжелой

И умер, прожив для науки. Скажи мне,

Скольких лет достигнув, смерть восприял Диофант?

Решение.

Пусть Диофант прожил x лет.

Условие задачи приводит к уравнению:

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x.$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} - 1\right)x = -9,$$

$$\frac{14 + 7 + 12 + 42 - 84}{84}x = -9,$$

$$-\frac{9}{84}x = -9,$$

$$x = (-9) \cdot \left(-\frac{84}{9}\right) = 84.$$

Ответ: 84 года.

В работе приведены примеры научной литературы, способной воздействовать на эстетическое воспитание учащихся.

Например, книга И. М. Яглома «Геометрические преобразования» может способствовать эстетическому воспитанию учащихся за счет интересного теоретического материала, который подробно изложен, содержания задач на построение и их решений. Например, в своей книге автор рассматривает следующую теорему: «Каждые две собственно равные фигуры плоскости можно перевести одну в другую при помощи вращения вокруг некоторой точки или при помощи некоторого параллельного переноса». Особую эстетическую привлекательность здесь также придают чертежи к задачам и к теоретическому материалу.

Заключение. Основные результаты, полученные при написании бакалаврской работы.

1. Проведен анализ психолого-педагогической литературы, раскрыта сущность понятия «эстетическое воспитание».

2. Охарактеризованы особенности эстетического потенциала математики и этапы его реализации в процессе обучения (сенсуальный, прикладной, процессуальный, теоретический).

2. Выявлены средства реализации эстетического потенциала математики в процессе эстетического воспитания учащихся: задачи, историко-математический материал, научная литература.

3. Продемонстрирована возможность и целесообразность использования средств реализации эстетического потенциала математики в процессе эстетического воспитания учащихся при обучении математике.

Приведены примеры задач по содержанию эстетической привлекательности на определенном этапе их решения, примеры историко-математического материала (исторические задачи, старинные формулировки правил, теорем, факты из жизни ученых), примеры книг из разряда научной литературы, способных воздействовать на эстетическое воспитание школьников.