МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

Школьный музей математического наследия

средневековой Средней Азии

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 461 группы

направления 44.03.01 Педагогическое образование

механико-математического факультета

Нурметовой Гулёр

Научный руководитель

доцент, к.п.н. ______________________ О. М. Кулибаба

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент ______________________ И. К. Кондаурова

Саратов 2021

Введение. Вопросы о том, как складывались первичные математические представления, какой вид они принимали, как проходили первые этапы их совершенствования, никогда не теряли своей актуальности и не потеряют ее в будущем. В том, чтобы правильно освещать эти вопросы, заинтересованы весьма широкие слои человеческого общества: и те, кто начинает свое математическое образование; и те, кто учит детей математике, так как это способствует отысканию и использованию наиболее эффективных методических приемов.

Многовековой опыт показывает, что математика особенно успешно развивалась в странах Европы. Но до сих пор остаётся не изученой в полной мере наука и культурное наследие народов Средней Азии, в том числе туркменского народа. Ученые А. П. Юшкевич, Б. А. Розенфельд и др., а также туркменский исследователь-математик Аллаберен Аширалиев доказали, что турменский народ владеет огромным наследием в области изучения математики.

Значительный вклад в деле математического образования с использованием исторического материала по математике внесли М. С. Масон М. В. Лебедцев, И. Я. Депман, Л. Ф. Магнитский, И. И. Баврин, Е. А. Фрибус и др. Проанализировав труды математиков Востока, в частности, Средней Азии они популярно изложили главное о достижениях математиках прошлого.

Национальные и местные традиции туркменского народа имеют свои особенности, и в процессе обучения и воспитания должно использоваться все ценное из наследия классической школы. Однако важно отметить, что не только учащиеся, но и учителя математики имеют весьма скудное представление об историческом наследии выдающихся математиков прошлого, в том числе, математиков средневековой Средней Азии. С этой точки зрения, исследуемая проблема является актуальной и современной.

<u>Цель работы</u>: теоретическое обоснование и практическая разработка методического обеспечения работы школьного музея математического наследия средневековой Средней Азии.

Задачи работы:

1. На основе теоретико-методологического анализа педагогической и методико-математической литературы уточнить определение понятия «школьный музей математического наследия», рассмотреть возможные направления его эффективного функционирования.

2. Охарактеризовать роль математиков средневековой Средней Азии в развитии математики.

3. Разработать методическое обеспечение школьного музея математического наследия средневековой Средней Азии.

Методы работы: анализ психолого-педагогической и методико-математической литературы; разработка методических материалов.

Структура работы: титульный лист; введение; два раздела («Школьный музей математического наследия средневековой Средней Азии: теоретические аспекты»; «Школьный музей математического наследия средневековой Средней Азии: методическое обеспечение»); заключение; список использованных источников.

Основное содержание работы. В первом разделе основной части бакалаврской работы решаются первые две задачи. Представим краткую характеристику математических школьных музеев в общеобразовательной школе.

В нашей работе школьный музей мы рассматривали в качестве общественного объединения по интересам, творческой мастерской, которая является самодеятельным общественным институтом, результатом исследовательского и творческого труда взрослых и детей. Формы организации работы школьного музея с обучающимися, педагогами, посетителями, социумом могут быть индивидуальными, микрогрупповыми, групповыми (коллективными), массовыми. Среди них: акции, консультации, беседы, экскурсии, встречи с интересными людьми, фольклорные праздники, тематические вечера, мастер-классы, дни музея, конкурсы и викторины, тематические классные часы, музейный урок, устный журнал, кружки, проекты и др. В организации работы школьного музея принимают участие дети и взрослые: руководитель музея, актив музея, классные руководители, учителя-предметники, педагоги дополнительного образования, библиотекарь, родители, социальные партнеры и др.

Также в нашей работе мы определили понятие школьного музея математического наследия. Это специально организованное для расширения и углубления математических знаний и умений, развития познавательного интереса к предмету образовательное пространство, предполагающее взаимодействие обучающегося с собой, другими обучающимися, организатором образовательного процесса, образовательным контентом, наполненным математическими моделями и объектами, позволяющими при взаимодействии с ними объяснять разнообразные математические факты, теории, закономерности.

Выделяют различные направления деятельности школьного музея: поисково-собирательское, экспозиционное (оформительское), экскурсионное.

Далее в первом разделе бакалаврской работы освещается роль математиков средневековой Средней Азии в развитии математики. Важными центрами научной жизни в восточных частях арабских владений были города наших среднеазиатских республик: Самарканд, Хорезм (Ургенч), Бухара, Мерв и другие.

Здесь с IX века расцветает математическая мысль, появляются местные – узбекские и таджикские – ученые, которые обогатили науку, а в ряде случаев утвердили свою славу в науке на все времена. Среди этих ученых имеются: математик Мухаммед ал-Хорезми (Мухаммед из Хорезма), астроном Абуль ал-Фергани (Абуль из Ферганы), ферганцы же астрономы ад-Тюрки и его сын Абдуль Хасан, ал-Сагани из окрестностей города Мерва, ал-Ходженди и ал-Джаухари с берегов Сыр-Дарьи, ал-Бируни из Хорезма и Ибн-Сина из Бухары, в X веке, Омар Хайям, жизнь которого связана с Самаркандом, – в XI веке, ал-Каши – директор обсерватории ученого самаркандского князя Улугбека – в пятнадцатом столетии.

Хорезмиец Мухаммед ал-Хорезми, родившийся во второй половине VIII века и умерший между 830 и 840 годами, написал учебник арифметики, по латинскому переводу которого европейские народы ознакомились с индусским способом счисления при помощи десяти цифр. В начале IX века этот же Мухаммед ал-Хорезми написал учебник алгебры, ставший родоначальником европейских учебников. Книга ал-Хорезми по алгебре дала этой науке не только название, но и совершенно новый характер.

У греков алгебра, называвшаяся арифметикой, занималась трудными, абстрактными вопросами теории чисел. Ал-Хорезми же пишет в предисловии к своей книге, что «он составил это небольшое сочинение из наиболее легкого и полезного в науке счисления и притом такого, что требуется постоянно людям в делах о наследовании, наследственных пошлинах, при разделах имущества, в судебных процессах, в торговле и во всех их деловых взаимоотношениях, в случаях измерения земель, проведения каналов, в геометрических вычислениях и других предметах различного рода и сорта».

Три четверти книги отведены решению практических задач, чего совершенно избегали греческие математики. Теоретическая часть книги проникнута пониманием того, что алгебра есть наука общего характера, решающая вопросы «различного рода и сорта». От имени этого выдающегося узбекского ученого происходит математический термин «алгорифм», который в настоящее время означает всякую последовательность вычислений для решения определенного рода вопросов. Так, например, можно говорить об алгорифме решения уравнений, об алгорифме решения определенного типа задач и так далее.

В прежнее время алгорифмом или алгоризмом называлась арифметика, изложенная при помощи десятичной позиционной системы счисления, так как эту арифметику европейские ученые впервые узнали из только что упомянутого перевода «Арифметики индусскими цифрами"» ал-Хорезми. Перевод начинался словами «ал-Хорезми об индусском счете»; слово «ал-Хорезми» и приняло форму «алгоризм».

Кроме этих книг, ал-Хорезми известен своими астрономическими и географическими трудами (изхмерение длины меридиана). Знаменитый философ, астроном и математик ал-Бируни (также из Хорезма) родился в 972 или 973 году. Как философ, он интересен тем, что в те отдаленные времена он отстаивал права человеческого разума. Он пишет, что по поводу астрономических взглядов с ним «спорили некоторые люди, приписывающие божественной премудрости то, чего они не знают в науках. Они оправдывают свое невежество заявлением, что только аллах всемогущ и всеведущ».

Ал-Бируни не довольствуется тем, что та или иная астрономическая теория удобна для объяснения явлений. Одинаково удобно могут объяснять явления и несколько теорий. Ученый должен ставить вопрос: которая из этих теорий истинна? В замечательной математической «Книге об хордах» ал-Бируни сопоставляет разные способы доказательства отдельных предложений, имевшихся у более ранних ученых. Он говорил: «Я собрал всё это для тебя, читатель, и по своему обыкновению отнес каждое доказательство к его автору, чтобы ты охватил их собственным оком и понял, что все они сходятся в одной точке, и чтобы ты сам решил, что нужно вывести отсюда для познания хорд». По содержанию книга относится к учению о более сложных вопросах геометрии и тригонометрии. В астрономических работах ал-Бируни предвосхищает современные способы составления точных карт (метод триангуляции).

Внук монгольского властителя Тамерлана Улугбек (1393-1449), сам крупный астроном, построил в Самарканде лучшую для того времени во всем мире обсерваторию, собрав в ней известнейших ученых для разработки астрономии и математических наук. Особенно многим обязана деятельности этой группы ученых тригонометрия. Первым директором этой обсерватории был узбек Джемшид-бен Масуд эд-Дин ал-Каши, умерший около 1436 года. Вклад, сделанный им в математические науки, весьма большой. Джемшид-бен нашел правило для нахождения суммы четвертых степеней последовательности натуральных чисел, усовершенствовал тригонометрические вычисления, дал правила приближенного решения уравнений высших степеней, способ определения расстояний небесных тел, изобрел остроумный механический прибор для изучения положений планет. Все эти открытия лишь несколькими столетиями позднее были вновь сделаны европейскими учеными.

Ал-Каши в начале XV века написал книгу «Поучение об окружности», на которую ссылается в своей книге (1427 года) – «Ключ к искусству счета». В «Поучении об окружности» он производит вычисления с поражающей нас точностью: если результаты, находимые им в шестидесятиричной системе счисления, перевести в десятичные дроби, то получаем 17 точных десятичных знаков после запятой. В своей книге ал-Каши находит приближенное отношение длины окружности к радиусу (число, которое мы обозначаем символом 2 π), вычисляя для этого сторону правильного многоугольника, у которого 800335168 сторон. Как увидим в дальнейшем, ал-Каши получает для числа π 16 точных знаков после запятой. В той же книге ал-Каши среди ряда других весьма важных новых результатов впервые вводит в науку десятичные дроби, без которых немыслимы современные математика и техника. Это имело место за 175 лет ранее появления десятичных дробей в Европе.

Знаменитый таджикский поэт, философ, математик и астроном Омар Хайям родился около 1048 года, умер около 1122 года. Из биографии его известно, что самаркандский друг его Абу Тагир дал ему возможность изучать математику. Последнему и посвящена алгебра Омара Хайяма, написанная в годы 1069-1074. В этой книге автор дает решение геометрическими методами уравнений третьей степени (содержащих x3), что является наивысшим достижением алгебры средних веков. Алгебраические методы решения этих уравнений были найдены в Европе лишь в середине шестнадцатого столетия.

К геометрии относится найденная в наши дни работа Омара Хайяма – «Ключ к трудным местам Евклида». В ней Омар Хайям занимается вопросом о параллельных линиях и подходит к некоторым исходным идеям того самого высокого построения геометрической мысли, которое было в первой половине девятнадцатого столетия создано гениальнейшим геометром всех времен - Н. И.

Лобачевским. В 1079 году Омар Хайям составляет новый календарь, более точный, чем наш календарь. Математические расчеты календаря Омара Хайяма, введенного при его жизни в некоторых странах Азии, были использованы для французского революционного календаря в самом конце XVIII века. Указание имен ал-Хорезми, ал-Бируни, ал-Каши и Омара Хайяма достаточно для характеристики того исключительно высокого уровня, которого достигли математические науки у народов наших среднеазиатских республик в средние века.

Во втором разделе основной части бакалаврской работы приведены методические материалы для школьного музея математического наследия средневековой Средней Азии. Рассмотрим данные материалы на примере Джамшида ибн Мас‘уд ибн Махмуда Гияс ад-Дин аль-Каши.

Джамшид ибн Мас‘уд ибн Махмуд Гияс ад-Дин аль-Каши, портрет которого изображен на рисунке 1,– один из крупнейших математиков и астрономов XV века, сотрудник Улугбека, один из руководителей Самаркандской обсерватории. Автор первого систематического изложения теории десятичных дробей, вычисления величины числа с точностью до 16 знака после запятой. Родился он в иранском городе Кашан около 1380 года. Составленный им «Хаканский зидж» (1414) является переработкой «Ильханского зиджа» Насир ад-Дина ат-Туси (зидж – средневековый арабский астрономический справочник). В трактате «Лестница небес» (1407 г.) аль-Каши обсуждает расстояния до Луны и Солнца, их объемы, расстояния до планет и до сферы неподвижных звезд. В трактате «Объяснение наблюдательных инструментов» (1416 г.) описываются инструменты, используемые в наблюдательной астрономии. В трактате «Услада садов» описывается построенное ал-Каши устройство, с помощью которого можно определять широты и долготы светил, их расстояние

Рисунок 1 – Портрет ученого-математика аль-Каши до Земли и т. д. Известны также «Трактат об астрономии» и «Трактат о решении предложений о Меркурии».

Крупнейшая его работа «Ключ к арифметике» (1427 г.) представляет собой руководство по элементарной математике. В трактате «Ключ арифметики» он описывает шестидесятеричную систему счисления. В астрономических трактатах древних греков в шестидесятеричной системе записывалась только дробная часть числа, а целая часть записывалась в традиционной буквенной ионической системе. Аль-Каши предложил записывать в шестидесятеричной системе и целую часть тоже. Тем самым он фактически вернулся к той форме записи, которая была в ходу у древних вавилонян. Эта книга выделяется среди средневековой литературы как объёмом материала, так и ясностью, и стройностью изложения. Работа содержит много оригинальных и важных результатов, хотя большая часть её содержит традиционный для того времени материал. В работе приведены приёмы извлечения корней любой степени, более систематично разработана система десятичных дробей, описаны правила действий над ними. Напомним, что в Европе десятичные дроби были введены голландцем С. Стивеном только в 1586 году.

Аль-Каши дал правила приближённого решения уравнений высших степеней. Его имя носит правило суммирования четвёртых степеней чисел натурального ряда. В «Трактате об окружности» (около 1427 г.) ал-Каши вычисляет длину окружности «по рецепту» Архимеда – как среднее арифметическое между периметрами вписанного и описанного правильных многоугольников с числом сторон 3×228. Это дало ему для 2π приближение $6{,}2831853071795865$. Это значение, верное во всех 16-ти десятичных знаках, было получено из вычисленного им ранее в шестидесятеричной системе значения с 9 знаками.

Этим он поставил рекорд, продержавшийся до 1596 г., когда Людольф ван Цейлен вычислил число π с 35 десятичными знаками. Эта работа аль-Каши была первым исторически зафиксированным примером переведения дроби из одной системы счисления в другую. В «Книге о хорде и синусе» аль-Каши вычислил значение $\sin 1 = 0{,}017452406437283571$, где все цифры верны.

Аль-Каши усовершенствовал тригонометрические вычисления, указал способ определения расстояний до небесных тел, изобрёл остроумный прибор для изучения положения планет. Некоторые его открытия были переоткрыты европейскими учёными лишь спустя столетия. Умер аль-Каши 22 июня 1429 года в Самарканде (Персия).

Методические рекомендации по использованию материалов.

Задача 1. Плата работнику за месяц (30 дней) – десять динаров и платье. Он проработал три дня и заработал платье. Какова стоимость платья? На уроке математики в 7 классе при изучении темы «Решение задач с помощью уравнений» учащимся можно предложит решить данную задачу аль-Каши. Приведем возможное *решение* данной задачи. Пусть платье стоит x динаров. Тогда $\left(\frac{10+x}{30}\right)$ динаров плата рабочему за 1 день. Он проработал три дня и заработал платье. Составим и решим уравнение:

$$3 \cdot \frac{10+x}{30} = x;$$

$$\frac{10+x}{10} = x;$$

$$10 + x = 10x;$$

$$9x = 10;$$

$$x = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}.$$

Значит, $1\frac{1}{9}$ динара стоит платье.

<u>Ответ</u>: $1\frac{1}{9}$ динара.

Задача 2. Копьё стояло в воде отвесно и высовывалось наружу на 3 локтя. Порыв ветра наклонил его, причём нижний конец копья не изменил положение, а верхний оказался на поверхности воды на расстоянии 5 локтей от того места где раньше копьё высовывалось из воды. Мы хотим узнать длину копья.

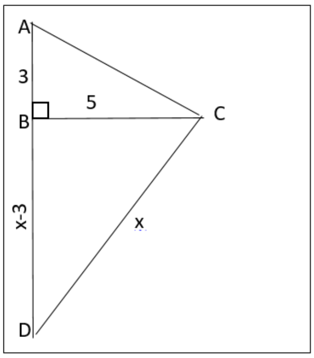

Рисунок 2 – Чертёж к задаче №2

Решить данную задачу можно предложить учащимся на дополнительном занятии по математике в 8-9 классах. Приведем возможное *решение* данной задачи. Построим чертёж, как указано на рисунке 2. Обозначим $AB = 3$, $BC = 5$. Так как нижний конец копья не изменил положения, то $AD = DC$. Обозначим $DC = x$, тогда $BD = x - 3$. Треугольники ABC и DCB прямоугольные. Рассмотрим треугольник DCB: угол $B = 90°$. Воспользуемся теоремой Пифагора:

$$x^2 = 5^2 + (x-3)^2;$$

$$x^2 = 25 + x^2 - 6x + 9;$$

$$6x = 25 + 9;$$

$$6x = 34;$$

$$x = \frac{34}{6} = 5\frac{4}{6} = 5\frac{2}{3}.$$

Значит, $DC = 5\frac{2}{3}$.

<u>Ответ</u>: $DC = 5\frac{2}{3}$.

3. *Нужно доказать, что для любого натурального* n *верно равенство:* $1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4 = \frac{1}{30}(6n^5 + 15n^4 + 10n^3 - n)$.

Данную задачу можно предложить учащимся решить в 10 классе в качестве дополнительного домашнего задания. Приведем возможное *решение* данной задачи. Доказательство:

1) Проверим равенство при $n = 1$:

$$1^4 = \frac{1}{30}(6 \cdot 1^5 + 15 \cdot 1^4 + 10 \cdot 1^3 - 1).$$

$1 = 1$ – верно;

2) Допустим, что равенство верно при $n = k$:

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + k^4 = \frac{1}{30}(6k^5 + 15k^4 + 10k^3 - k);$$

3) Докажем, что равенство верно при $n = k + 1$:

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + (k+1)^4 =$$
$$= \frac{1}{30}\big(6(k+1)^5 + 15(k+1)^4 + 10(k+1)^3 - (k+1)\big) \; (*)$$

Левая часть равенства *:

$$\frac{1}{30}(6k^5 + 15k^4 + 10k^3 - k) + (k+1)^4 =$$
$$= \frac{1}{30}(6k^5 + 15k^4 + 10k^3 - k + 30k^4 + 120k^3 + 180k^2 + 120k + 30) =$$
$$= \frac{1}{30}(6k^5 + 45k^4 + 130k^3 + 180k^2 + 119k + 30);$$

Правая часть равенства *:

$$\frac{1}{30}\big(6(k+1)^5 + 15(k+1)^4 + 10(k+1)^3 - (k+1)\big) =$$
$$= \frac{1}{30}(6(k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1) + 15(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) +$$
$$+10(k^3 + 3k^2 + 3k + 1) - k - 1) =$$
$$= \frac{1}{30}(6k^5 + 45k^4 + 130k^3 + 180k^2 + 119k + 30).$$

ч.т.д.

Заключение. Сформулированы основные выводы и результаты бакалаврской работы:

1) Уточнены определения понятий «школьный музей», «школьный музей математического наследия».

2) Охарактеризована роль математиков средневековой Средней Азии в развитии математики.

3) Разработано методическое обеспечение школьного музея математического наследия средневековой Средней Азии.

Работа может быть полезна организаторам дополнительного математического образования школьников, студентам и учителям математики.