

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики ее преподавания

Задачи стохастической линии в материалах для подготовки к ЕГЭ
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 5 курса 521 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование
механико-математического факультета

Асадовой Зульфии Ягуб кызы

Научный руководитель
доцент, к.п.н., доцент _____ Т.А.Капитонова
подпись, дата

Зав. кафедрой
к.п.н., доцент _____ И.К.Кондаурова
подпись, дата

Саратов 2021

Введение. Современная школа должна научить наших детей жить в вероятностной ситуации, работать в сложном постоянно меняющемся мире, что требует развития вероятностно-статистического мышления у подрастающего поколения.

В Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования указано, что «Изучение предметной области «Математика и информатика» должно обеспечить: сформированность представлений о математике как <…> универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления»; а также включены следующие требования:

к предметным результатам освоения базового курса математики «7) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин»;

к предметным результатам освоения углубленного курса математики «5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению».

Теория вероятности и математическая статистика обладают огромным прикладным потенциалом, изучению которого в разное время были посвящены работы Л. О. Бычковой, Е. С. Вентцель, Б. В. Гнеденко, Г. В. Дорофеева, Н. В. Паниной, А. Плоцки, В. Д. Селютина, М. В. Ткачевой, В. В. Фирсова, С. В. Щербатых и др.

Согласно федеральному компоненту базисного учебного плана <…> утверждённому в 2004 году, нововведением для курса математики является включение в программы содержательной линии «Анализ данных»,

предполагающей изучение элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики.

Недостаточная разработанность теории и методики преподавания стохастической линии, в старших классах приводит к проблеме «некачественной» подготовки учащихся к ЕГЭ по данной линии.

Цель бакалаврской работы – разработать методические материалы для подготовки учащихся к ЕГЭ по математике по теме «Решение задач стохастической линии».

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие *задачи*:

1. Выявить роль задач стохастической линии в школьном курсе математики и экзаменационной модели ЕГЭ по математике.
2. Рассмотреть основные типы задач стохастической линии в материалах ЕГЭ.
3. Разработать блоки задач стохастической линии для подготовки к ЕГЭ.

Методы исследования: анализ методико-математической, учебной литературы; изучение нормативных документов; разработка методических материалов.

Структура бакалаврской работы: титульный лист; введение; два раздела («Задачи стохастической линии в материалах для подготовки к ЕГЭ: теоретические аспекты»; «Задачи стохастической линии в материалах для подготовки к ЕГЭ: практические аспекты»); заключение; список использованных источников.

Основное содержание работы. Первый раздел «Задачи стохастической линии в материалах для подготовки к ЕГЭ: теоретические аспекты» посвящен решению первой и второй задач бакалаврской работы.

Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) в своих вопросах измеряет умение применять знание в жизни. В российской школьной математической традиции до 2010 года был акцент на

фундаментальность, доказательство теорем и решение иногда внешне бессмысленных для большинства школьников абстрактных задач. Что приводило к неумению читать условия задачи и, как следствие, неумению перевести условия задач на математический язык. На данную проблему указывают и результаты ЕГЭ, российских исследований качества образования. Нельзя в школе решать только «рафинированные задачи», условие которых за тебя уже перевели с языка реальной жизни.

Статистика и вероятность вводятся в школьное обучение в виде сквозной содержательно-методической линии, которая обеспечивает формирование, систематизацию и развитие представлений о стохастической природе явлений окружающего мира.

К наиболее значимым аспектам применения стохастического материала, по мнению Ф. Мостеллер относятся:

– *социально-экономический аспект*, состоящий в целесообразности изучения детьми вероятностной ситуации, то есть нужно научить их извлекать, анализировать и обрабатывать информацию, принимать обоснованные решения в разнообразных ситуациях со случайными исходами. Развитие вероятностно-статистического мышления у подрастающего поколения требует ориентации на многовариантность возможного развития реальных ситуаций и событий, формирование личности, способной жить и работать в сложном, постоянно меняющемся мире.

– *универсальность вероятностных законов* состоит в том, чтобы они стали основой описания научной картины мира. Современные науки: физика, химия, биология, демография, социология, лингвистика, философия и весь комплекс социально-экономических наук построен и развивается на вероятностной базе. Подросток в своей жизни ежедневно сталкивается с вероятностными ситуациями. Круг вопросов, связанных с соотношениями понятий «вероятность» и «достоверность», проблема выбора наилучшего из нескольких вариантов решения, оценка степени риска и шансов на успех представление о

справедливости и несправедливости в играх и в реальных жизненных коллизиях – всё это, несомненно, находится в сфере интересов подростка.

– *развивающая роль теории вероятностей* состоит в том, что, преподавание любого раздела математики благотворно сказывается на умственном развитии учащихся, поскольку способствует формированию логического мышления. Всё сказанное, в полной мере, относится и к преподаванию теории вероятностей, но обучение «законам случая» играет несколько большую роль и выходит за рамки обычного. Изучая курс теории вероятностей, учащиеся познают, как применять приёмы логического мышления в тех случаях, когда приходится иметь дело с неопределенностью (а на практике такие случаи возникают достаточно часто).

– *прикладной характер законов теории вероятностей* заключается в том, что выводы теории вероятностей находят применение в повседневной жизни, науке, технике. В повседневной жизни нам часто приходится сталкиваться со случайностью, и теория вероятностей учит нас, как действовать рационально с учетом риска, связанного с принятием отдельных решений. Знакомство на том или ином уровне с законами случая необходимо каждому. Применение теории вероятностей в науке, технике, экономике и так далее приобретает всё возрастающее значение. Именно поэтому, у всё большего числа людей в процессе работы возникает необходимость в изучении теории вероятностей. Современный образованный человек независимо от профессии и рода занятий должен быть знаком с простейшими понятиями теории вероятностей. В наши дни, когда прогноз погоды содержит сообщение о вероятности дождя на завтра, каждый должен знать, что, собственно, это означает.

В Фундаментальном ядре содержания общего образования определено следующее содержание раздела «Вероятность и статистика» / Этот раздел вводится поэтапно, по мере подготовки учителей и учебных пособий/:

Представление данных, их числовые характеристики. Таблицы и диаграммы. Случайный выбор, выборочные исследования. Интерпретация

статистических данных и их характеристик. Случайные события и вероятность. Вычисление вероятностей. Перебор вариантов и элементы комбинаторики.

Испытания Бернулли. Случайные величины и их характеристики. Частота и вероятность. Закон больших чисел. Оценка вероятностей наступления событий в простейших практических ситуациях.

В ЕГЭ как базового, так и профильного уровня включено задание по разделу «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей», проверяющего умение использовать простейшие вероятностные и статистические модели.

Далее в разделе проанализированы задачи стохастической линии в демонстрационных материалах для подготовки к ЕГЭ.

В демонстрационных вариантах представлены задачи на математическую статистику и только два вида задач на нахождение вероятности. Это задачи на нахождение классической вероятности и на нахождение суммы вероятности несовместных событий.

Проанализированы содержание и структура КИМ в ЕГЭ за последние годы (с 2011 по 2021 годы).

Содержание и структура контрольно-измерительных материалов (КИМ) в ЕГЭ видоизменились и продолжают меняться. Аттестация за курс средней школы проходит теперь не по алгебре, а по математике. Сближаются концепции экзаменов по математике в 9 и 11 классах, так как стало больше практико-ориентированных заданий, в которых проверяются не только формальные знания, но и обще-математическую компетентность выпускников средней школы.

В 2011 году в ЕГЭ по математике были включены задачи по разделу «Вероятность и статистика» в заданиях В2 и В5.

В 2012 году прибавилось задание В10 на нахождение вероятности.

В 2015 году в КИМах убрали деление на блоки (А, В, С), осталась простая нумерация. В 2015 году появилось два уровня – профильный и базовый. Участник экзамена имеет право самостоятельно выбрать любой из уровней, либо

оба уровня в зависимости от своих образовательных запросов, а также перспектив продолжения образования.

С 2019 года выпускники имеют право выбрать для сдачи только один уровень ЕГЭ по математике (базовый или профильный), но при пересдаче этот уровень может быть изменен.

В 2020 году экзамен по математике базового уровня не проводился.

В 2021 году вносятся два изменения:

1. Нет обязательного ЕГЭ. ЕГЭ необходимо сдавать только тем школьникам, которые: а) поступают в вуз; б) имеют аттестат с отличием и медаль за особые успехи в обучении.

2. ЕГЭ по базовой математике не будет. Осталась только профильная математика. Выпускникам, которые планируют поступать на гуманитарные специальности, достаточно будет сдать только русский язык.

Второй раздел «Задачи стохастической линии в материалах для подготовки к ЕГЭ: практические аспекты» посвящен решению третьей задачи бакалаврской работы. В данном разделе представлены примеры решения задач стохастической линии; представлены семь блоков задач для подготовки к ЕГЭ и разработана урок-лекция с использованием всех семи блоков задач по теме «Задачи по теории вероятности и статистике».

Рассмотренные 5 примеров решения задач стохастической линии:

1. Решение задач по математической статистике;
2. Решение задач классической вероятности;
3. Решение задачи с монетами (игральной костью и т.д.) с использованием формул комбинаторики;
4. Решение задачи на нахождение суммы вероятности совместных событий;
5. Решение задачи на нахождение суммы вероятности несовместных событий.

При решении задач на нахождение вероятности данными способами, необходимо обращать внимание учащихся на недостатки и области возможного применения.

Разработаны блоки задач для подготовки к ЕГЭ:

- Задачи на нахождение классической вероятности;
- Задачи на нахождение вероятности противоположного события;
- Задачи на сложение вероятностей;
- Задачи на умножение вероятностей;
- Задачи на вероятность суммы несовместных событий;
- Задачи на вероятность суммы совместных событий;
- Задачи и на сложение и на умножение вероятностей.

Рассмотрим задачи из последнего блока.

1. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25% этих стекол, вторая – 75%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая – 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение: для наглядности изобразим условие задачи на схеме (в соответствии с рисунком 1).

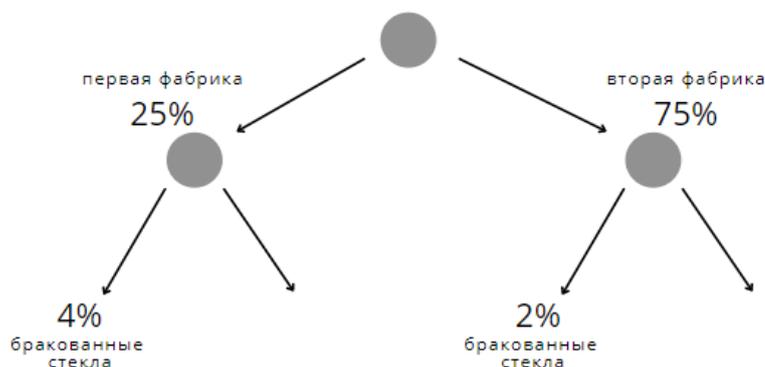


Рисунок 1.

Введем обозначение для известных вероятностей:

$P(A) = 25\% = 0,25$ – вероятность того, что стекло выпущено из первой фабрики;

$P(B) = 4\% = 0,04$ – вероятность того, что стекло, выпущенное из первой фабрики, бракованное;

$P(C) = 75\% = 0,75$ – вероятность того, что стекло выпущено из второй фабрики;

$P(D) = 2\% = 0,02$ – вероятность того, что стекло, выпущенное из второй фабрики, бракованное.

Тогда вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным, равна сумме вероятностей того, что купленное стекло в первой фабрике является бракованным и купленное стекло во второй фабрике является бракованным, получим:

$$P(AB + CD) = P(AB) + P(CD)$$

где:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,25 \cdot 0,04 = 0,01$$

$$P(CD) = P(C) \cdot P(D) = 0,75 \cdot 0,02 = 0,015$$

Тогда

$$P(AB + CD) = 0,01 + 0,015 = 0,025$$

Ответ: 0,025.

2. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля. (Ответ: 0,0491);

3. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристреленного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется. (Ответ: 0,68);

4. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 77% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным. (Ответ: 0,6976);

5. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 7 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 6 очков, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3. (Ответ: 0,33).

Представленные задачи каждого блока можно использовать на уроках, предлагать в качестве домашних заданий и/или для самостоятельной работы при подготовке к ЕГЭ. А можно разработать факультативный курс с использованием всех семи блоков задач по теме «Задачи по теории вероятности и статистике».

Одна из возможностей – проведение урока-лекции по теме «Теория вероятности» (9/10/11 класс).

Цель урока: обобщение и систематизация знаний и умений по теории вероятности, отработать навыки необходимые для нахождения вероятности событий при решении задач на ЕГЭ.

План урока-лекции

1. Определение понятия «Событие». Классификация событий.
2. Вероятность события. Основная формула.
3. Вероятность совместных и несовместных событий.

Заключение. Результаты, полученные при написании бакалаврской работы.

1. В ходе анализа методико-математической литературы, выявлена роль задач стохастической линии в школьном курсе математики и в экзаменационной модели ЕГЭ по математике.

Элементы статистики и вероятности введены в школьное обучение в виде сквозной содержательно-методической линии, которая обеспечивает формирование, систематизацию и развитие представлений о стохастической природе (структуре) явлений окружающего мира.

К наиболее значимым аспектам применения стохастического материала относятся: (1) социально-экономический аспект; (2) универсальность вероятностных законов; (3) развивающая роль теории вероятностей; (4) прикладной характер законов теории вероятностей.

Роль задач стохастической линии в экзаменационной модели ЕГЭ по математике – проверяются умения использовать простейшие вероятностные и статистические модели.

2. Рассмотрены основные типы задач стохастической линии в материалах ЕГЭ.

3. Разработано семь блоков задач по теме «Теория вероятностей» стохастической линии для подготовки к ЕГЭ в соответствии с основными типами задач в экзаменационной модели ЕГЭ по математике:

- задачи на нахождение классической вероятности;
- задачи на нахождение вероятности противоположного события;
- задачи на сложение вероятностей;
- задачи на умножение вероятностей;
- задачи на вероятность суммы несовместных событий;
- задачи на вероятность суммы совместных событий;
- задачи и на сложение, и на умножение вероятностей.

Представленные блоки задач можно использовать по отдельности (на уроках, например, провести урок-лекцию по теме «Решение задач по теории вероятности», предлагать в качестве домашних заданий и/или для самостоятельной работы при подготовке к ЕГЭ) или разработать

факультативный курс с использованием всех семи блоков задач по теме «Задачи по теории вероятности и статистике».

Практическое значение бакалаврской работы заключается в том, что разработанные методические материалы могут быть использованы в работе преподавателей, при подготовке учащихся к ЕГЭ по математике по теме «Решение задач стохастической линии».