

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики, информатики, физики

**МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ  
И ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ


студентки 5 курса 151 группы  
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя  
профилями подготовки)»,  
профили «Математика и информатика»,  
факультета математики и естественных наук  
Масычевой Ларисы Алексеевны

Научный руководитель  
доцент кафедры математики, информатики, физики  
кандидат педагогических  
наук \_\_\_\_\_

 22.05.21  
(подпись, дата)

В.В. Кертанова

Зав. кафедрой математики, информатики, физики  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_

 21.05.21  
(подпись, дата)

Е.В. Сухорукова

**Балашов 2021**

## ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование и теоретическое изучение многообразных процессов из различных областей науки и из практической деятельности человека часто приводят к составлению достаточно сложных уравнений и неравенств или их систем содержащих параметры. Поэтому всё возрастающая популярность задач с параметрами не случайна. Задачи с параметрами, которые предлагаются выпускникам на конкурсных экзаменах в специализированных ВУЗах – это прототипы важных научно-исследовательских задач, которые предстоит решать будущему специалисту. Кроме того, задачи с параметрами представляют не только математический интерес, но еще и способствуют интеллектуальному развитию учащихся, служат хорошим материалом для отработки навыков.

Бакалаврская работа посвящена методике решения задач с параметрами, так как именно они вызывают у многих учеников затруднения. Такие задания являются заданиями повышенной сложности. Поэтому, необходимо научиться решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с параметрами аналитическим или графическим способом.

Задачи с параметрами являются сложными еще и потому, что не существует единого алгоритма их решения. Главной особенностью таких задач является то, что наряду с неизвестными величинами, которые необходимо найти, в них фигурируют параметры, численные значения которых четко не указаны, но считаются известными и заданными на некотором числовом множестве. При этом значения параметров существенно влияют на технический и логический ход решения задачи, а также на форму ответа.

Как показывает статистика, многие из выпускников даже не приступают к решению задач с параметрами на ЕГЭ. По данным ФИПИ всего около 10% выпускников рискуют приступить к решению таких задач, и процент их верного решения довольно невелик: всего 2-3%, поэтому приобретение

прочных навыков решения трудных, нестандартных заданий, в том числе задач с параметрами, учащимися школ по-прежнему остается актуальным.

Цель бакалаврской работы – выяснить методические особенности изучения задач с параметрами в курсе алгебры основной школы.

Согласно цели сформулированы следующие задачи:

1. Изучить понятие параметра и способы его введения.
2. Рассмотреть основные типы задач с параметром и способы их решения.
3. Определить место задач с параметром в курсе алгебры основной школы в рамках ФГОС, а также в рамках государственной итоговой аттестации.
4. Провести анализ УМК на содержание линии задач с параметром, привести примеры заданий с параметром.
5. Проанализировать основные цифровые образовательные ресурсы, которые могут помочь учителю при объяснении методики решения задач с параметром.
6. Провести методический разбор основных задач с параметром, которые встречаются в курсе основной школы, а также в рамках государственной итоговой аттестации за 9 класс.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – задачи с параметрами на уроках алгебры в курсе основной школы.

Теоретическая значимость исследования заключается в следующих аспектах:

1. Расширение представления о методике решения задач с параметрами в целом.
2. Изучение основных цифровых образовательных ресурсов по данной теме.

Практическая значимость исследования заключается в том, что материалы данной работы можно применять на уроках алгебры, а также на элективных курсах по решению задач с параметрами в курсе основной школы.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложений.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Параметр можно определить как величину, характеризующую какое-нибудь основное свойство системы, процесса или явления. Поскольку в школьных учебниках нет четкого определения параметра, можно взять за основу следующий вариант: параметром называется независимая переменная, значение которой в задаче считается заданным фиксированным или произвольным действительным числом, или числом, принадлежащим заранее оговоренному множеству. По-другому – под параметрами понимаются входящие в алгебраические выражения величины, численные значения которых явно не заданы, однако считаются принадлежащими определенным числовым множествам.

В курсе алгебры основной и средней школы встречаются следующие типы задач с параметром:

Тип 1: уравнения, неравенства или их системы, которые нужно решить либо для любого значения входящего в него параметра, либо для тех значений параметра, которые принадлежат конкретному множеству, указанному в задании.

Тип 2: уравнения, неравенства или их системы, для которых требуется определить количество возможных решений в зависимости от того, какое значение приобретает параметр.

Тип 3: уравнения, неравенства или их системы, для которых требуется найти все значения параметра, при которых указанные уравнения, неравенства, их системы имеют заданное указанное число решений, не имеют или имеют бесконечное число решений.

Тип 4: уравнения, неравенства или их системы, для которых множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения при искомым значениях параметра.

Содержание задач с параметром охватывает практически весь курс математики основной школы, большая часть из них на государственной итоговой аттестации относится только к одному из четырех перечисленных типов, именно по этой причине они и названы основными.

Рассмотрим основные способы решения задач с параметром.

Первый способ – аналитический, способ так называемого прямого решения, который повторяет стандартные процедуры поиска ответа в задачах без параметра.

Следующий способ – графический. Это наглядный способ, в некоторых задачах он является основополагающим. В зависимости от поставленной задачи, в условии которой присутствуют переменная  $x$  и параметр  $a$ , рассматриваются графики функций или в координатной плоскости  $(x; y)$ , или в координатной плоскости  $(x; a)$ .

Третий способ – это решение относительно самого параметра. При решении этим способом переменные  $x$  и  $a$  принимаются как равноправные, и необходимо выбрать ту переменную, относительно которой аналитическое решение будет более простым и понятным.

Решение задач с параметрами позволяет создавать такие ситуации, в которых учащиеся могли сравнивать, делать выводы, описывать модели, осуществлять поиск информации, а не получать ее в готовом виде.

При решении задач с параметрами основной способ реализации ФГОС – это создание особых ситуаций, при разрешении которых возникает необходимость сравнения, выбора, поиска. На подобных уроках формируются: общие компетенции, умения и навыки самостоятельного и творческого мышления, способность действовать в сложной, нестандартной ситуации, способность работать с разного рода информацией, умение работать в группе.

Задачи с параметрами играют серьезную роль в современной математической подготовке школьника. Сегодня задачи с параметрами – это неотъемлемая часть итоговой аттестации по математике.

В содержательном компоненте задач с параметрами в рамках ОГЭ и ЕГЭ можно выделить уравнения с параметрами, неравенства с параметрами, системы уравнений с параметрами, а также системы неравенств и смешанные системы с параметрами. Задачи с параметрами, встречающиеся в рамках государственной итоговой аттестации, можно разбить на четыре типа:

- уравнения или неравенства, которые необходимо решить, либо для любого значения параметра, либо для значений параметра, принадлежащих заранее оговоренному множеству;
- уравнения или неравенства, для которых требуется определить количество решений в зависимости от значения параметра;
- уравнения или неравенства, для которых требуется найти все значения параметра, при которых указанные уравнения, неравенства, их системы и совокупности имеют заданное число решений;
- уравнения или неравенства, для которых при искомым значениях параметра множество решений удовлетворяет заданным условиям в указанной области определения.

В рамках ОГЭ в 9 классе параметр присутствует в двух заданиях: в задании №11 и в задании №22. Задание №11 непосредственно связано с исследованием расположения графика функции в системе координат, в зависимости от входящих в состав формул функции основополагающих коэффициентов. Данное задание основано на знании и понимании учащимися свойств основных функций, изучаемых в курсе основной школы.

Задание №22 уже более сложное, и проверяет не только знание свойств функций и умение их строить, а также уровень развития аналитического мышления. Задания второй части ГИА за 9 класс имеют в основном следующее содержание: построить график функции, а затем найти значение параметра, удовлетворяющее указанному условию.

Содержание задач с параметром в рамках ЕГЭ более разнообразно. Здесь можно встретить абсолютно любое задание за весь курс средней школы: квадратичные и сводимые к ним уравнения с параметрами; уравнения с

параметрами, содержащие модуль; системы уравнений с параметрами; иррациональные уравнения с параметрами; линейные неравенства и неравенства, приводимые к линейным; системы неравенств; квадратичные неравенства с параметрами; иррациональные неравенства с параметрами; уравнения и неравенства с параметрами, содержащие логарифмы; тригонометрические уравнения, неравенства и системы уравнений с параметрами.

Проанализировав действующие учебники курса алгебры и начала анализа можно заметить, что линия задач с параметрами прослеживается во всех УМК приблизительно одинаково, задачи с параметрами встречаются в рамках одних и тех же тем.

Задачи с параметрами впервые встречаются при изучении линейных уравнений в 7 классе. Рассматриваются простейшие линейные уравнения, но коэффициент при  $x$  является параметром, и ставится задача исследовать количество корней или принадлежность корня к целым числам.

Следующими объектами, на которых продолжается формирование линии задач с параметрами, являются система линейных уравнений с двумя переменными, график линейной функции.

Также при рассмотрении темы «Линейная функция», не вводя понятие параметр, его используют при решении задач на выяснение взаимного расположения графиков линейных функций, то есть выясняется расположение графика функции  $y = kx + m$  в зависимости от коэффициента перед переменной  $x$ , который и является параметром. Большинство подобных задач решается путем логических рассуждений, и путем наглядной демонстрации.

Большая часть заданий с параметром курса 8 класса относятся к теме квадратные уравнения. При изучении данной главы предлагаются уравнения, содержащие параметр, где необходимо найти значение переменной (параметра), если известен корень уравнения или какое-то соотношение корней. Присутствуют задания, где необходимо найти значение параметра, если

известны знаки корней уравнения или задания, где необходимо найти количество корней уравнения в зависимости от значения параметра.

В главе «Квадратные уравнения» присутствуют задачи с параметрами, при решении которых целесообразно использовать теорему Виета. Теорема Виета дает возможность выяснить расположение корней квадратного трехчлена относительно конкретной точки числовой прямой, а также относительно начала координат.

В 9 классе использование параметра рассматривается в главе «Квадратичная функция». Продолжением формирования линии задач с параметрами является исследование графика квадратичной функции – параболы в зависимости от знака коэффициента перед старшей степенью (то есть перед  $x^2$ ) и знака дискриминанта. Параллельно рассматривается вопрос о нахождении не только корней квадратного уравнения, но и решений соответствующего неравенства. Не отрицательность дискриминанта квадратного трехчлена – это необходимое и достаточное условие наличия у этого трехчлена корней, а его отрицательное значение – необходимое и достаточное условие сохранения знака значений трехчлена при любых значениях переменной  $x$ . Эти условия дают теоретическую базу для решения целого класса задач с параметрами.

При рассматривании свойств квадратичной функции предлагаются задания, в которых в зависимости от коэффициентов квадратного трехчлена, необходимо определить нули функции. В разделе «дополнительные задачи» приводятся разнообразные задания с параметром на исследование области значений функций, на исследование расположения графика функции относительно горизонтальной прямой, определения вершины параболы и нулей функции в зависимости от значений параметра.

Среди рассмотренных способов решения задач с параметром графический способ один из самых удобных. В таком случае на помощь могут прийти современные цифровые образовательные ресурсы, которые помогают наглядно и быстро представить рисунок к задаче.



Самым популярным ресурсом для этого служит ресурс GeoGebra, располагающийся по адресу [<https://www.geogebra.org/calculator>].

GeoGebra может помочь учителям в объяснении материала, а школьникам в ознакомлении с учебными материалами курса алгебры и математического анализа. Программа просто незаменима в отработке практических навыков, как для наглядного, так и для быстрого представления графических чертежей. Очень просто с помощью этой программы построить графики функции, которые впоследствии могут быть изменены динамически мышью.

Еще одним удобным ресурсом, похожим на GeoGebra является Интернет-сервис Desmos. Это расширенный графический калькулятор, который написан на языке HTML.5 и реализован как приложение браузера, а также он может работать как мобильное приложение для смартфонов и планшетов, что позволяет практически каждому участнику образовательного процесса экспериментировать прямо в течение урока.

При изучении графика линейной и квадратичной функций очень удобно использовать данный сервис для исследования влияния параметров, входящих в состав формулы, на расположение графика относительно координатных осей, а также на взаимное положение графиков.

В рамках бакалаврской работы рассмотрена подробная методика изучения линии задач с параметром. Представлены основные типовые задания, начиная с 7 класса, рассмотренные с подробным методическим решением. Особое внимание уделено разбору задач, которые встречаются в рамках ОГЭ. Примером такой задачи может служить следующая задача:

**Задача.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 0,25)(x - 1)}{1 - x}$

Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Также в приложениях к бакалаврской работе представлена примерная программа элективного курса для обучающихся 9-х классов «Основы решения

задач с параметрами» и технологическая карта элективного курса «Решение задач с параметрами» для 9 класса.

Примерная программа элективного курса «Основы решения задач с параметрами» составлена в соответствии со всеми требованиями. В программе указаны основные цели и задачи курса, планируемые результаты, а также представлено календарно-тематическое планирование.

Технологическая карта элективного курса «Решение задач с параметрами» подробно описывает возможности среды GeoGebra для решения задач с параметрами. В рамках предложенного занятия учащиеся смогут познакомиться с самим сервисом, а также научиться применять его для решения задач с параметром.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Подводя итоги исследования можно сказать, что задачи с параметром – это важная составляющая курса алгебры основной и средней школы. Они помогают развивать логическое и аналитическое мышление школьников, а также развивают навыки исследовательской творческой деятельности. Кроме этого изучение задач с параметрами необходимо еще и для того, чтобы успешно сдать государственную итоговую аттестацию в основной и средней школе.

Цель бакалаврской работы – именно выяснить методические особенности изучения задач с параметрами в курсе алгебры основной школы – была достигнута. В процессе работы были выполнены следующие задачи:

- рассмотрено понятие параметра;
- рассмотрены основные типы задач с параметром и способы их решения;
- определено место задач с параметром в курсе алгебры основной школы в рамках ФГОС, а также в рамках государственной итоговой аттестации;
- проведен анализ УМК на содержание линии задач с параметром;

- проанализированы основные цифровые образовательные ресурсы, которые могут помочь учителю при объяснении методики решения задач с параметром;

- проведены методические разборы решения основных задач с параметром, которые встречаются в курсе основной школы, а также в рамках государственной итоговой аттестации за 9 класс.

В рамках исследования были углублены знания о задачах с параметрами, рассмотрены основные цифровые образовательные ресурсы, которые могут помочь учителю в наглядной форме представить решения задач с параметром. Также в исследовании представлен методический разбор решения большого массива задач линии задач с параметрами из УМК А.Г. Мордковича. Рассмотрены основные типы задач с параметрами с 7 по 9 класс. Также представлен методический разбор заданий, содержащихся в государственной итоговой аттестации за 9 класс.

Помимо всего в исследовании представлены дидактические материалы: тематическое планирование элективного курса по решению задач с параметрами и одно из занятий, в котором рассмотрено введение материала по решению задач с параметрами с помощью программы Geogebra. Данные материалы представлены в приложении А и приложении Б.

Материалы бакалаврской работы можно использовать как на основных, так и на дополнительных уроках математики в курсе основной школы.

Вошли

Результаты проверки

users.antiplagiat.ru

Результаты проверки

Окончил ВУЗ в 2020 году или готовишься к защите в 2021 году? Приглашаем тебя принять участие в VI Всероссийском конкурсе Дипломов «Ве First!» Автор лучшей дипломной работы получит ценный приз! Подробнее о конкурсе можно узнать [здесь](#).

**АНТИПЛАГИАТ**  
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

SK

ТАРИФ **НОВ**  
Бесплатный доступ  
[ИЗМЕНИТЬ](#)

МОДУЛИ И КОЛЛЕКЦИИ  
Подключено: 1 смотреть  
[ПОДКЛЮЧИТЬ ЕЩЕ](#)

БАЛЛЫ  
0  
[ПОПОЛНИТЬ](#)

ПОЛЬЗОВАТЕЛЬ  
masusheva.larisa@mail.ru  
[ПРОВЕРИТЬ ДОКУМЕНТ](#)

МЕНЮ

главная / кабинет / результаты проверки

Оригинальность 81,69%

Заимствования 18,31%

Цитирования 0%

Самоцитирования 0%

Полный отчет

Краткий отчет

История отчетов

РАСПЕЧАТАТЬ

ВЫГРУЗИТЬ

СОЗДАТЬ ССЫЛКУ

**Свойства Документа**

Имя исходного файла  
АВТОГЕНЕРАТ.pdf

Авторы документа  
Не указано

Параметры проверки

Не указано

23:18  
19.05.2021