

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

ПОРТФЕЛИ ЦЕННЫХ БУМАГ. УПРАВЛЕНИЕ РИСКАМИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 412 группы

направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Ключниковой Татьяны Анатольевны

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н.

М. Г. Плешаков

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2022

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наблюдается крайне нестабильная ситуация в экономической сфере. Для сохранения и накопления своих денежных средств население зачастую переводит сбережения в ценные бумаги.

Существует большое количество научных трудов, которые посвящены проблеме выбора и использования теоритических моделей создания инвестиционных портфелей. Изучением портфельной теории занимались такие ученые, как: Г.Марковиц, У. Шарп, Дж. Тобин.

Несмотря на высокую степень изученности данной темы, остается нерешенным вопрос выбора оптимальной модели оценки финансовых активов.

Актуальность темы заключается в том, что мировой рынок постоянно изменяется, инвестору необходимо уметь правильно распределять свои сбережения при покупке активов, чтобы получить максимальную прибыль и минимизировать риск его портфеля ценных бумаг.

Цель данной работы является изучение и анализ портфельной теории Г.Марковица, У. Шарпа, Дж. Тобина; нахождение оптимального портфеля по Марковицу с использованием крупнейших российских и зарубежных активов.

Объект исследования портфели ценных бумаг.

Предмет исследования наборы активов для составления портфеля Марковица.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

- Изучить портфельные теории Г.Марковица, У. Шарпа, Дж. Тобина.
- Изучить принципы формирования портфеля.
- Провести анализ рынка ценных бумаг из зарубежных и отечественных активов.

Основное содержание работы

В **введении** обосновывается актуальность темы работы, формулируется цель работы, выделяются объект и предмет исследования, ставятся основные задачи.

В **первой** главе даются основные вероятностные характеристики ценных бумаг и инвестиционных стратегий :

Доходность ценной бумаги вида j за период владения определяется по формуле

$$R_j = \frac{P_1 - P_0 + d}{P_0}, \quad (1)$$

Математическое ожидание доходности ценной бумаги вида j (ожидаемое значение доходности)

$$m_j = E \{R_j\},$$

$$E \{R_j\} = \sum_{k=1}^K R_{kj} p_k, \quad (2)$$

где - R_{kj} доходность j -й бумаги при k -том состоянии экономики.

Дисперсия доходности ценной бумаги вида j

$$V_j = E \{(R_j - m_j)^2\} = \sum_{k=1}^K (R_{kj} - m_j)^2 p_k. \quad (3)$$

СКО - среднее квадратическое отклонение. *Среднее квадратическое отклонение* доходности ценной бумаги вида j

$$\sigma_j = \sqrt{V_j}. \quad (4)$$

Ковариация между доходностями R_i и R_j двух ценных бумаг.

$$V_{ij} = E \{(R_i - m_i)(R_j - m_j)\} = E \{R_i R_j\} - E \{R_i\} E \{R_j\}. \quad (5)$$

Коэффициент корреляции доходностей ценных бумаг двух видов R_i и R_j определяется по формуле

$$\rho_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}, \quad (6)$$

т.е. представляет собой нормированную ковариацию.

Таким образом, задача рационального инвестора заключается в поис-

ке компромисса между выбором, с одной стороны, наибольшей ожидаемой доходности вклада, с другой стороны - наименьшего риска. Его поведение соответствует следующим правилам доминирования:

- при одинаковом уровне ожидаемых доходностей, из всех возможных вариантов инвестирования предпочтение отдается наименее рискованной ценной бумаге.
- при равной степени риска из всех возможных вариантов инвестирования предпочтение отдается ценной бумаге с большей ожидаемой доходностью.

Коэффициент вариации доходности представляет собой риск на единицу ожидаемой доходности и вычисляется по формуле

$$C_j = \frac{\sigma_j}{m_j}. \quad (7)$$

Рассмотрим портфель, включающий n видов ценных бумаг. Обозначим через x_j долю общих вложений, инвестированных в j -ю ценную бумагу. x_j - неслучайная величина, удовлетворяющая условию $\sum_{j=1}^n x_j = 1$.

Доходность портфеля R_p определяется

$$R_p = \sum_{j=1}^n R_j x_j, \quad (8)$$

где R_j - доходность j -ой бумаги. Ожидаемая доходность портфеля равна

$$m_p = \sum_{j=1}^n x_j m_j, \quad (9)$$

где $m_j = E\{R_j\}$ - ожидаемая доходность j -й ценной бумаги.

Дисперсия портфеля :

$$V_p = E\{(R_p - m_p)^2\} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_i x_j V_{ij}. \quad (10)$$

Значения ковариаций доходностей для V_{ij} для $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$ удобно представлять в виде ковариационной матрицы (в дальнейшем будем

обозначать V).

В **второй** главе рассматриваются основные портфельные теории : Марковица, Тобина и Шарпа.

Эффективная диверсификация по Марковицу предусматривает такое объединение ценных бумаг в портфель, которое при заданной доходности портфеля обеспечивает наименьший уровень риска. Обозначим через x_j - долю вложений в рисковую ценную бумагу j -го вида, $j = 1, \dots, n$, n - число бумаг в портфеле. Тогда, учитывая формулы для вычисления дисперсии V_p и ожидаемой доходности портфеля m_p , задачу выбора оптимальной структуры рискового портфеля можно сформулировать следующим образом: найти вектор $X = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)^T$, который минимизирует дисперсию портфеля.

$$V_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij} x_i x_j \rightarrow \min, \quad (11)$$

при условии, что значение ожидаемой доходности равно $E\{R_p\} = m_p$,

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1..$$

Таким образом, задача Марковица представляет собой задачу на условный экстремум. Задача решается методом Лагранжа.

Формализация задачи Марковица в матричной форме: найти вектор X , такой что

$$V_p = X^T V X \rightarrow \min .$$

при ограничениях $m^T X = m_p, I^T X = 1$.

Оптимальную структуру портфеля, полученную из решения задачи Марковица, можно представить и в аналитическом виде:

$$X = V^{-1} * \frac{m_p(I J_{12} - m J_1) + m J_{12} - I J_2}{J_{12}^2 - J_1 J_2},$$

где $J_1 = I^T V I, J_2 = m^T V^{-1} m, J_{12} = I^T V^{-1} m$.

Эта зависимость линейна относительно m_p , т.е. с увеличением требуемой ожидаемой доходности портфеля, вклады в каждую ценную бумагу меняются линейно. Риск оптимального портфеля возрастает с ростом уровня ожидаемой доходности. Задаваясь различными значениями доходности,

можно построить *эффективную зависимость* между доходностью портфеля и риском.

Рассмотрим портфель, который включает как рисковые, так и безрисковые ценные бумаги. Обозначим через x_0 долю безрисковых вложений с гарантированной доходностью r_0 , через $X = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)^T$ -вектор долей вложений в рисковые активы, тогда задачу выбора оптимальной структуры *комбинированного портфеля*, состоящего из безрискового актива и n рискованных активов, формулируется следующим образом: найти вектор X , который минимизирует дисперсию портфеля $V_p = X^T V X \rightarrow \min$, и удовлетворяет ограничениям $m^T X + r_0 x_0 = m_p$, $I^T X + x_0 = 1$.

Данная задача была сформулирована американским экономистом *Тоббиным*, лауреатом нобелевской премии, и получила его имя. В ходе решения получаем *линейность* связи между ожидаемой доходностью оптимального портфеля и ее *СКО*

$$\sigma_p = \frac{m_p - r_0}{g}, \quad (12)$$

или

$$m_p = r_0 + g\sigma_p. \quad (13)$$

Рыночная модель (модель *Шарпа*) описывает зависимость между ожидаемой доходностью ценной бумаги и ожидаемой доходностью рынка (рыночный индекс ММВБ). В этом случае с ростом рыночного индекса, вероятно, будет расти и цена акции, а с падением рыночного индекса, соответственно, падать. Данную взаимосвязь отображает рыночная модель

$$m_i = \alpha_{iI} + \beta_{iI}m_I + \epsilon_{iI}, \quad (14)$$

Общий риск ценной бумаги I вычисляется по формуле:

$$\sigma_i^2 = \beta_{iI}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2, \quad (15)$$

Получим следующую рыночную модель портфеля:

$$m_p = \sum_{i=1}^n x_i (\alpha_{iI} + \beta_{iI}m_I + \epsilon_{iI}). \quad (16)$$

Общий риск портфеля, измеряемый дисперсией его доходности, выражается следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \beta_{pI}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\epsilon p}^2. \quad (17)$$

Главное отличие модели Шарпа от теории портфельного инвестирования Марковица является то, что она требует меньшее количество информации, следовательно, упрощая расчеты. Рыночная модель является одноиндексной. Согласно Шарпу, доходность каждой ценной бумаги строго связана с рыночным индексом, что упрощает нахождение набора эффективных портфелей. Введенный Шарпом коэффициент β играет особую роль в современной портфельной теории. β показывает степень риска ценной бумаги и указывает то, во сколько раз изменение бумаги превышает изменение риска в целом. Таким образом, если $\beta > 1$ - инвестиционный актив с повышенной степенью риска, в силу того, что цена данной бумаги изменяется быстрее, чем рынок в целом. В противном случае, уровень риска данной бумаги невысокий, следовательно, цена бумаги меняется медленнее рынка. Если $\beta < 0$, то ценные бумаги движутся в противоположном направлении.

Определение коэффициента Шарпа и его свойства.

В качестве меры риска используется показатель стандартного отклонения доходности портфеля, который учитывает :

- систематический (рыночный) риск;
- несистематический (собственный) риск.

Вычисляется коэффициент Шарпа на заданном временном горизонте инвестиций по следующей формуле:

$$S_r = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} \quad (18)$$

Значения коэффициента Шарпа :

- если $S_r < 0$ - то инвестстратегия неэффективная, от нее надо отказаться, т. к. доход ниже безрисковой ставки;
- если $0 < S_r < 1$ - риск слишком велик, и он не окупается прибылью;
- $S_r > 1$ - можно рассматривать стратегию для применения, т. к. риск

окупается полученной прибылью.

При сравнении нескольких инвестпортфелей предпочтение отдается тому, у кого Sharpe Ratio выше.

Третья глава представляет собой вычислительный эксперимент, с целью сравнения построенных портфелей Марковица из зарубежных и отечественных активов при помощи инструментов финансового анализа, а так же решить задачу о формировании оптимального портфеля из зарубежных акций.

Моделирование портфелей зарубежных активов осуществляется при помощи языка программирования Python. Работа с акциями РФ будет осуществляться в Excel. Период, за который будет собрана информация о котировках: с 01.01.2020 г. по 01.01.2022 г. Код программы, для расчета портфеля на Python, представлен в **приложении А**.

Программный код обрабатывает данные о стоимости активов с сайта YahooFinance. Затем производится расчет доходностей акций, считается их ковариационная матрица. Задаются доли активов в портфеле. После этого считаются такие характеристики портфеля, как его доходность, риск, коэффициент Шарпа. Для работы в Excel данные берутся с сайта Московской Биржи. Так же проводится расчет доходностей активов, строится ковариационная матрица. Производится расчет основных портфельных характеристик, описанных выше. Эти параметры сравниваются, анализируются, делаются соответствующие выводы.

Портфель №1 из зарубежных активов включает в себя:

- NAK – занимается добычей меди, золота и молибдена.
- TRQ – добыча меди, золота, серебра и других полезных ископаемых.
- SCCO – занимается месторождениями меди.
- BHP – добыча нефти, меди, железной руды, угля.
- NEM – добычей золота, меди, серебра, цинка и свинца.

После моделирования с использованием программы на Python, стратегия имеет следующие характеристики:

$$R_{p1} = 17.653\%, \sigma_{p1} = 42.9\%, S_{r1} = 0.4114. \quad (19)$$

Портфель № 2 по российским акциям состоит из активов :

- GAZP – основной поставщик газа.
- SIBN – разработка месторождений нефти и газа, нефтепереработкой.
- GMKN – лидер горно-металлургической промышленности России.
- ALRS – российская группа алмазодобывающих компаний.
- VSMO – мировой лидер по производству титановой продукции.

С использованием Excel были получены следующие показатели:

$$R_{p2} = 2\%, \sigma_{p2} = 8\%, S_{r2} = 0.19. \quad (20)$$

Можно утверждать, что стратегия №1 лучше чем портфель №2, так как она имеет большую доходность, больший коэффициент Шарпа, но и риск этой стратегии выше.

Анализ портфелей из категории : «Медицина».

Стратегия №3 включает в себя следующие зарубежные активы:

- MDT – производство медицинских устройств.
- PFE – фармацевтика.
- DVA – разработка и профилактика заболеваний почек.
- ABBV – научно-исследовательская биофармацевтическая компания.

Рассчитаны при помощи программы его основные характеристики:

$$R_{p3} = 19\%, \sigma_{p3} = 25.05\%, S_{r3} = 0.76 \quad (21)$$

Портфель №4 содержит следующие российские акции:

- DIOD – крупнейший в России производителей биологически активных добавок и лечебной косметики.
- GEMA – это банк стволовых клеток.
- ISKJ – разработка и внедрение инновационных препаратов, генетических исследований и высокотехнологичных услуг в сфере медицины и здравоохранения.
- LIFE – производство противовирусных вакцин и лекарственных средств, препаратов для лечения онкологических заболеваний.

Такая стратегия имеет следующие характеристики:

$$R_{p4} = 2\%, \sigma_{p4} = 15.05\%, S_{r4} = 0.16 \quad (22)$$

Анализируя эти две стратегии, можно сделать вывод, что портфель №3 предпочтителен для инвестора, так как ее доходность и коэффициент Шарпа выше чем у портфеля №4, но и риск этой стратегии выше.

Анализ и сравнение портфелей из категории : «Программное обеспечение и информационные ресурсы». Стратегия №5, включает в себя такие иностранные активы :

- AMZN – крупнейшая компания занимающихся продажей всевозможных товаров и услуг через сеть интернет.
- FB – одноименная социальная сеть.
- TMUS – телекоммуникационная компания.
- WFC – предоставляет банковское дело.
- AMD – производитель графических процессоров и адаптеров, материнских плат.

Такой портфель имеет следующие характеристики:

$$R_{p5} = 20\%, \sigma_{p5} = 29\%, S_{r5} = 0.696566 \quad (23)$$

Портфель №6 состоит из следующих акции РФ :

- VKCO – социальная сеть.
- SBER – крупнейший универсальный банк России и Восточной Европы.
- YNDX – поисковая система и интернет-портал.
- NSVZ – телекоммуникационная компания.

Он имеет следующие характеристики:

$$R_{p6} = -1\%, \sigma_{p6} = 10\%, S_{r6} = 0.08 \quad (24)$$

Таким образом можно сделать вывод, что стратегия №5 будет лучше, чем портфель под №6, не смотря на то, что риск портфеля №5 выше чем у стратегии 6.

Вывод : в случае зарубежных акций доходность портфеля выше, чем

стратегии с активами РФ. Риски велики как в случае иностранных активов, так и при использовании отечественных ценных бумаг. Анализ коэффициентов Шарпа всех шести стратегий говорит о том, что не нашлось среди построенных стратегий такой, чтобы ее $S_r > 1$ – т.е. чтобы риск ее окупался прибылью.

Во второй части **третьей** главы строится оптимальная инвестиционная стратегия на Python.

Эта половина практической части работы посвящена построению эффективного портфеля с минимальной дисперсией (риском). Отличие в том, что задано число портфелей, которое будет моделироваться - 1000 шт. Задаются массивы для хранения данных о долях акций в портфеле, доходностей портфелей, величин рисков и коэффициентов Шарпа.

В цикле моделируются портфели, из которых будут выбираться стратегии (распределение долей активов) по следующим критериям : минимальный риск, максимальный коэффициент Шарпа, максимальная доходность.

Первая стратегия будет состоять из акций: NAK, NEM, PFE, AMD, FB. После моделирования оптимального портфеля, доли ценных бумаг могут распределяться следующим образом :

- а) портфель с минимальным риском $\sigma_{min} = 24.2\%$ имеет распределение долей такое:

$$\begin{aligned} X_{AMD} &= 2.86\%, X_{FB} = 22.676\%, \\ X_{NAK} &= 2.691\%, X_{NEM} = 35.615\%, X_{PFE} = 36.16\%, \end{aligned} \quad (25)$$

- б) портфель с максимальной доходностью: $R_{max} = 54.7\%$ с следующим распределением :

$$\begin{aligned} X_{AMD} &= 69.21\%, X_{FB} = 7.95\%, \\ X_{NAK} &= 3.17\%, X_{NEM} = 2.57\%, X_{PFE} = 17.1\% \end{aligned} \quad (26)$$

- в) максимальный коэффициент Шарпа $S_{rmax} = 1.433761$

приносит следующее соотношение активов :

$$\begin{aligned} X_{AMD} &= 30.64\%, X_{FB} = 7.44\%, X_{NAK} = 0.34\%, \\ X_{NEM} &= 25.55\%, X_{PFE} = 36.04\% \quad (27) \end{aligned}$$

Вторая стратегия будет включать в себя следующие активы : TRQ, SCCO, MDT, DVA, AMZN , NFLX. Проводим расчеты и получаем :

- а) для получения портфеля с минимальным риском $\sigma_{min} = 24.4\%$ распределение ЦБ такое:

$$\begin{aligned} X_{AMZN} &= 26.8\%, X_{DVA} = 24.41\%, X_{MDT} = 22.1\%, \\ X_{NFLX} &= 19.35\%, X_{SCCO} = 4.3\%, X_{TRQ} = 3.12\% \quad (28) \end{aligned}$$

- б) чтобы получить портфель с максимальной доходностью $R_{max} = 38.3\%$ распределение следующее

$$\begin{aligned} X_{AMZN} &= 2.12\%, X_{DVA} = 16.414\%, X_{MDT} = 0.7\%, \\ X_{NFLX} &= 25.210\%, X_{SCCO} = 5.5522\%, X_{TRQ} = 50.04\% \quad (29) \end{aligned}$$

- в) для получения максимального коэффициента Шарпа $S_{rmax} = 1.18741$ необходимо распределить активы таким образом:

$$\begin{aligned} X_{AMZN} &= 38.395\%, X_{DVA} = 20.95\%, X_{MDT} = 0.904\%, \\ X_{NFLX} &= 25.69\%, X_{SCCO} = 6.197\%, X_{TRQ} = 7.867\% \quad (30) \end{aligned}$$

По результатам анализа вычислительного эксперимента, можно сделать вывод, что второй способ построения портфелей (из смешанных ценных бумаг и генерации множества стратегий на одних и тех же активах) предпочтительный для инвестора по всем вычисленным характеристикам - доходность и коэффициент Шарпа двух последних портфелей гораздо выше, чем у предыдущих; риск двух оптимальных стратегий ниже, чем у портфелей под номерами 1,3,5.

В **заключении** приведены результаты бакалаврской работы.

Основные результаты

- Изучены портфельные теории Г.Марковица, У. Шарпа, Дж. Тобина.
- Изучены принципы формирования портфеля.
- Проведен анализ рынка зарубежных и отечественных активов за период с 01.01.2020 г. по 01.01.2022 г. Составлена программа для подсчета основных характеристик ценных бумаг и портфелей. Проведен расчет доходности, риска для российских акций в Excel.
- Написан код программы на Python для составления оптимального портфеля из зарубежных активов. С его помощью можно выбрать оптимальный портфель по критериям : минимальный риск, максмальный коэффициент Шарпа, максимальная доходность.