

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**Нарушение неравенства Белла для временного порядка**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

Студентки 4 курса 4022 группы

направления 03.03.02 «Физика»

Института физики

Кулеминой Валерии Антоновны

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_  
должность, уч. степень, уч. звание

Д. В. Чурочкин

\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой общей, теоретической и

компьютерной физики

профессор, д. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_  
должность, уч. степень, уч. звание

В. М. Аникин

\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

Саратов 2022 год

## **Введение**

### **Актуальность темы**

До настоящего времени ни одна из структур квантовой гравитации не применялась для анализа такого примера как суперпозиция пространства-времени с макроскопически различными причинными структурами. Рассматриваемый в данной выпускной квалификационной работе мысленный эксперимент позволяет промоделировать ситуации, которые до сих пор считались недоступными для классической физики.

**Целью** данной выпускной квалификационной работ является анализ квантовых причинно-следственных связей, возникающих в результате пространственной суперпозиции массивного объекта.

Для достижения этой цели решались следующие **задачи**:

- Анализ математического аппарата квантовой механики.
- Рассмотрение неравенства Белла для пространственного порядка и доказательство его нарушения.
- Анализ причинной структуры в общей теории относительности.
- Анализ квантового контроля временного порядка.
- Рассмотрение мысленного эксперимента о суперпозиции массивного объекта, создающего различные причинные структуры.
- Рассмотрение неравенства Белла для временного порядка и доказательство его нарушения.

### **Краткая характеристика материалов исследования**

Данная выпускная квалификационная работа посвящена теоретическому исследованию неклассических причинно-следственных связей.

### **Структура и объем ВКР**

Выпускная квалификационная работа (бакалаврская работа) состоит из Введения; четырёх основных разделов: 1 История и математический аппарат квантовой механики, 2 Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена и теорема Белла для пространственного порядка, 3 Элементы общей теории

относительности и квантовой гравитации, 4 Теорема Белла для временного порядка; Заключение; Списка использованных источников, состоящего из 45 наименований; двух приложений: А Доказательство нарушения неравенства Белла для пространственного порядка, Б Доказательство нарушения неравенства Белла для временного порядка. Материалы работы изложены на 50 страницах.

### **Основное содержание работы**

**Во введении** обоснована актуальность выбранной темы выпускной квалификационной работы, определена цель работы.

**В разделе 1** рассмотрена история возникновения квантовой физики, ее математический аппарат и основные постулаты.

Физической основой квантовой механики является корпускулярно-волновой дуализм (КВД). Это когда разные объекты Природы – свет, атомы и другие – проявляют в одних условиях свойства волн, а в других условиях могут вести себя как частицы. Явления, основанные на КВД, которые нельзя объяснить в рамках классической физики: 1) законы излучения абсолютно черного тела, 2) фотоэффект, 3) эффект Комптона.

Основной принцип квантовой механики – это принцип суперпозиции состояний. Его суть: если система может находиться в состоянии  $|f_1\rangle$ , когда какая-то физическая величина принимает значение  $f_1$ , и может находиться в состоянии  $|f_2\rangle$ , когда физическая величина принимает значение  $f_2$ , то возможно состояние  $|x\rangle = c_1|f_1\rangle + c_2|f_2\rangle$ , которое является суперпозицией этих двух состояний. Иными словами, в состоянии  $|x\rangle$  возможно получить результат  $f_1$  или  $f_2$  с вероятностями  $|c_1|^2$  и  $|c_2|^2$  соответственно.

Постулаты квантовой механики [1]:

I. С каждой изолированной физической системой связывается гильбертово пространство, которое называется пространством состояний

системы. Система полностью описывается вектором состояния, который представляет собой единичный вектор в пространстве состояний системы:

$$\psi = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1)$$

где  $\alpha, \beta$  – комплексные числа.

II. Эволюция замкнутой квантовой системы описывается унитарным преобразованием. То есть состояние  $|\psi\rangle$  системы в момент времени  $t_1$  связано с ее состоянием  $|\psi'\rangle$  в момент времени  $t_2$  посредством унитарного оператора  $U$ , зависящего только от моментов времени  $t_1$  и  $t_2$ :

$$|\psi'\rangle = U|\psi\rangle, \quad U^+U = UU^+ = I. \quad (2)$$

II'. Эволюция состояния замкнутой квантовой системы во времени описывается уравнением Шредингера:

$$i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = H|\psi\rangle, \quad (3)$$

где  $H$  – гамильтониан (оператор полной энергии) замкнутой системы.

III. Квантовые измерения описываются набором  $\{M_m\}$  операторов измерения. Это операторы, которые действуют в пространстве состояний системы, подлежащей измерению. Индекс обозначает результаты измерения, которые могут получиться в эксперименте. Если непосредственно перед этим квантовая система находилась в состоянии  $|\psi\rangle$ , то вероятность того, что в результате измерения будет получен результат  $m$ , задается выражением:

$$p(m) = \langle \psi | M_m^+ M_m | \psi \rangle, \quad (4)$$

а после измерения система будет находиться в состоянии:

$$\frac{M_m |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | M_m^+ M_m | \psi \rangle}}. \quad (5)$$

Операторы измерения удовлетворяют условию полноты:

$$\sum_m M_m^+ M_m = I. \quad (6)$$

IV. Пространство состояний составной системы представляет собой тензорное произведение пространств состояний входящих в нее систем. Более того, если берутся состояния, пронумерованные от 1 до  $n$ , и система с номером  $i$  находится в состоянии  $|\psi_i\rangle$ , то состояние составной системы описывается вектором  $|\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\psi_n\rangle$ .

**В разделе 2** рассказано о парадоксе Эйнштейна-Подольского-Розена (ЭПР), контраргументах Н. Бора и неравенствах Дж. Белла.

ЭПР рассматривали мысленный эксперимент [2], в котором показывали, что одной и той же реальности можно сопоставить две различные волновые функции, которые могут быть собственными функциями двух некоммутирующих операторов, откуда делали вывод, что описание реальности через волновые функции не является полным.

Н. Бор утверждал [3], что возможно измерить с достоверностью лишь одну из двух взаимоисключающих величин (одновременно не измеримых).

Дж. Белл продолжил анализ ЭПР-парадокса и сформулировал неравенства, ныне известные как неравенства Белла [4] (представлены в виде Клаузера-Хорна-Шимони-Холта [5]):

$$S = |\langle AB \rangle + \langle AB' \rangle + \langle A'B \rangle - \langle A'B' \rangle| \leq 2. \quad (7)$$

По его задумке, эти неравенства должны были показать, может ли введение скрытых параметров сделать описание квантовой теории не вероятностным, а детерминированным; в случае же нарушения неравенств Белла такое детерминистическое описание квантовой механики невозможно.

**В разделе 3** даны элементы общей теории относительности и идеи суперпозиции массивных объектов, заложенные Р. Фейнманом.

В классической общей теории относительности (ОТО) причинная структура – это структура световых конусов метрики пространства-времени [6, 7], которая является динамической, так как зависит от состояния энергии-материи в ее световом конусе прошлого.

Присутствие массивных тел обычно изменяет относительную скорость тиканья часов [8]. Чем ниже гравитационный потенциал (чем ближе часы к источнику гравитации), тем медленнее течет время, ускоряющееся с увеличением гравитационного потенциала (часы удаляются от источника гравитации). Когда часы описываются как квантовые системы, новые эффекты возникают из комбинации квантовой теории и ОТО.

Рассмотрим двух наблюдателей,  $a$  и  $b$ , с двумя первоначально синхронизированными часами, каждый из которых следует фиксированной мировой линии. Третий наблюдатель подготавливает одну из двух массовых конфигураций,  $K_{A \prec B}$  или  $K_{B \prec A}$ , чтобы вызвать замедление времени между часами  $a$  и  $b$ . Если подготовлена конфигурация  $K_{A \prec B}$ , то событие  $A$ , определяемое часами наблюдателя  $a$ , показывающими собственное время  $t_a = \tau^*$ , будет в световом конусе прошлого события  $B$ , которое определяется аналогичным образом: часы наблюдателя  $b$  показывают собственное время  $t_b = \tau^*$ . Если подготовлена конфигурация  $K_{B \prec A}$ , событие  $B$  будет в световом конусе прошлого события  $A$ .

Возможный способ реализовать конфигурацию  $K_{A \prec B}$  состоит в том, чтобы поместить приблизительно точечное тело массы  $M$  (для наглядного примера берется Земля) ближе к  $b$ , чем к  $a$  (см. рисунок 1 (а)). Из-за гравитационного замедления времени событие  $A$  может оказаться в причинном прошлом события  $B$ : при достаточно большом собственном времени  $\tau^*$  разница во времени между часами становится больше, чем требуется свету для перемещения между ними. Свет, излучаемый при событии  $A$ , достигает часов  $b$  до того, как произойдет событие  $B$ . Конфигурация  $K_{B \prec A}$  (см. рисунок 1 (б)) полностью аналогична  $K_{A \prec B}$ : масса помещается ближе к часам  $a$ , и событие  $B$  может оказаться в причинном прошлом события  $A$ .

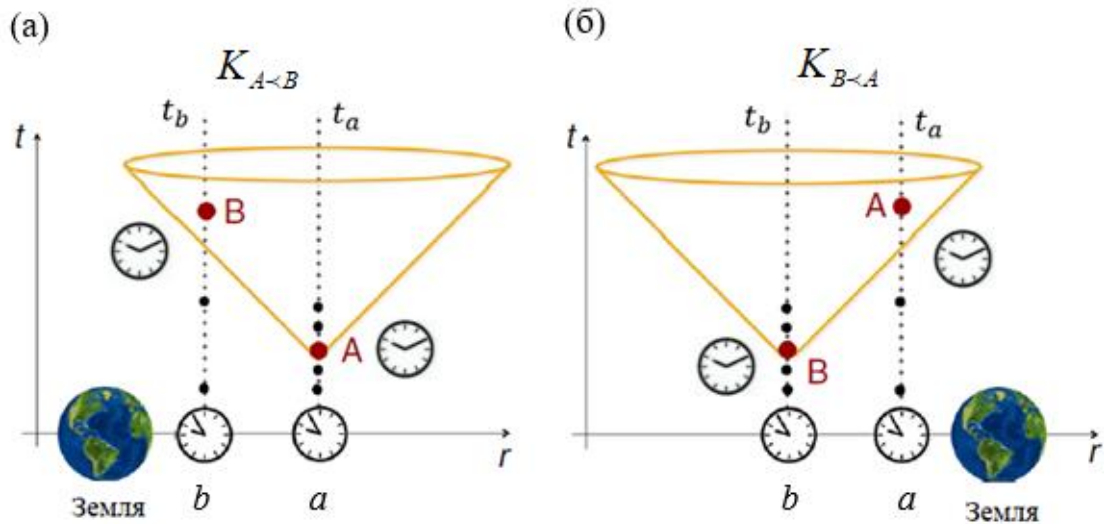


Рисунок 1 - Схема причинных связей между пространственно-временными событиями с использованием массивного тела

Впервые идея о суперпозиции массивных объектов была высказана Р. Фейнманом. В 1957 году на конференции в Чепел-Хилл он предложил мысленный эксперимент, в котором тестовая масса подготавливалась в состоянии суперпозиции двух различных положений (см. рисунок 2) и взаимодействовала с гравитацией [9]. В каждом из двух положений взаимодействующая с гравитацией масса создает корреляции, и мысленный эксперимент Фейнмана исследовал вопрос, являются ли эти корреляции классическими или квантовыми?



Рисунок 2 - Суперпозиция массивного объекта

Для проверки Фейнман предлагал провести интерференцию макроскопической массы, и если бы, по его мнению, масса действительно интерферировала, гравитация была бы квантовой, поскольку повторное слияние двух пространственных ветвей (двух положений) изменило бы связь с гравитацией.

**В разделе 4** показана теорема типа Белла, сформулированная Ч. Брукнером и его коллегами в 2019 году, и ее нарушение [10].

Различные конфигурации масс могут приводить к различным временным порядкам локальных операций, что справедливо как в квантовой, так и в классической теории. Выдвигались следующие предположения:

(а) Макроскопически различимые состояния физических систем могут быть отнесены к ортогональным квантовым состояниям;

(б) Гравитационное замедление времени в классическом пределе сводится к предсказанию общей теории относительности;

(в) Выполнен квантовый принцип суперпозиции (независимо от массы или природы задействованной системы).

Теорема Белла для временного порядка (см. рисунок 3). Никакие состояния, набор преобразований и измерений, которые подчиняются предположениям 1–5 ниже, не могут привести к нарушению неравенств Белла:

1. Локальное состояние: начальное состояние  $\omega$  в  $S_1$ ,  $S_2$  и  $M$  является делимым;

2. Локальные операции: все преобразования, выполняемые в системах, являются локальными;

3. Классический порядок: события, при которых выполняются операции (преобразования и измерения), упорядочены в классическом порядке;



4. Пространственное разделение: события  $(A_1, B_1)$  пространственно разделены с событиями  $(A_2, B_2)$ ;  $C_1, C_2$  и  $D$  попарно пространственно разделены;

5. Свободный выбор: выбор измерений в измерении Белла не зависит от остальной части эксперимента.

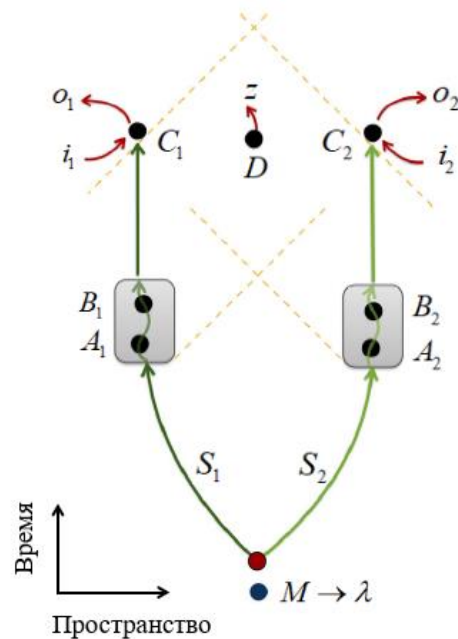


Рисунок 3 - Теорема Белла для временного порядка

Нарушение неравенства Белла для временного порядка. Двухчастичная квантовая система, изначально находящаяся в состоянии произведения  $|\psi_1\rangle^{S_1}|\psi_2\rangle^{S_2}$ , отправляется в две разные области пространства так, что наблюдатели  $a_1, b_1, c_1$  взаимодействуют только с системой  $S_1$ , в то время как наблюдатели  $a_2, b_2, c_2$  взаимодействуют только с системой  $S_2$ . Наблюдатели  $a_1, a_2$  выполняют, соответственно, унитарные преобразования  $U_{A_1}, U_{A_2}$  в событиях  $A_1, A_2$ ; наблюдатели  $b_1, b_2$  выполняют унитарные преобразования  $U_{B_1}, U_{B_2}$  в событиях  $B_1, B_2$ ; наблюдатели  $c_1, c_2$  измеряют системы  $S_1, S_2$  в событиях  $C_1, C_2$ , соответственно (см. рисунок 4).

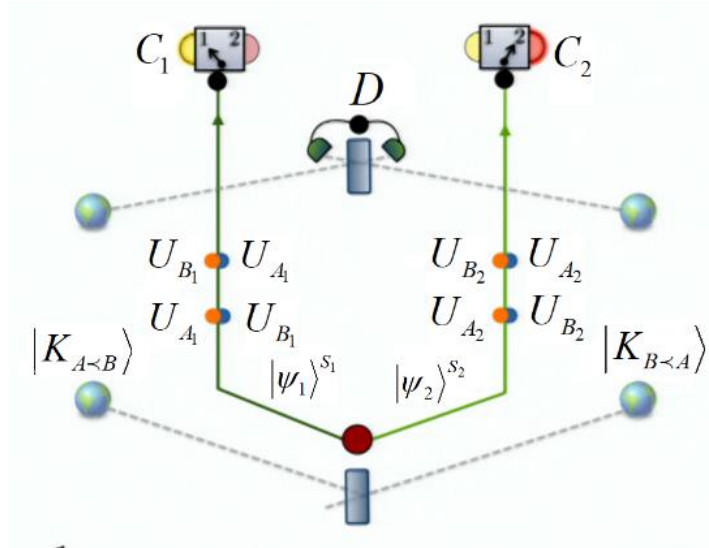


Рисунок 4 - Схема мысленного эксперимента нарушения неравенств Белла для временного порядка

Если масса приготовлена в суперпозиции двух конфигураций  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|K_{A \prec B}\rangle + |K_{B \prec A}\rangle)$ , то совместное состояние массы и систем после применения унитарных преобразований будет иметь вид:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|K_{A \prec B}\rangle^M U_{B_1} U_{A_1} |\psi_1\rangle^{S_1} U_{B_2} U_{A_2} |\psi_2\rangle^{S_2} + |K_{B \prec A}\rangle^M U_{A_1} U_{B_1} |\psi_1\rangle^{S_1} U_{A_2} U_{B_2} |\psi_2\rangle^{S_2}). \quad (8)$$

Наблюдатель  $d$  в событии  $D$  измеряет массу в базисе суперпозиции  $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_{A \prec B}\rangle \pm |K_{B \prec A}\rangle)$ . В зависимости от результата совместное состояние  $S_1$  и  $S_2$  имеет вид:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(U_{B_1} U_{A_1} |\psi_1\rangle^{S_1} U_{B_2} U_{A_2} |\psi_2\rangle^{S_2} \pm U_{A_1} U_{B_1} |\psi_1\rangle^{S_1} U_{A_2} U_{B_2} |\psi_2\rangle^{S_2}). \quad (9)$$

Если состояния  $U_{B_1} U_{A_1} |\psi_1\rangle^{S_1}$ ,  $U_{B_2} U_{A_2} |\psi_2\rangle^{S_2}$  ортогональны  $U_{A_1} U_{B_1} |\psi_1\rangle^{S_1}$ ,  $U_{A_2} U_{B_2} |\psi_2\rangle^{S_2}$ , соответственно, то состояние (9) максимально запутано. Таким образом, на подсистемах  $S_1, S_2$  могут быть выполнены локальные измерения, результаты которых будут нарушать неравенства Белла, причем эти результаты обусловлены результатом измерения в точке  $D$ .

Рассмотренный мысленный эксперимент в принципе может быть реализован в сценарии, в котором имеет смысл утверждать, что предположения 1, 2 и 4, 5 из теоремы Белла для временного порядка выполняются. Тогда нарушение неравенства Белла будет означать, что предположение 3 не выполняется, что доказывает неклассичность временного порядка.

### **Заключение**

Неклассические причинные структуры, обсуждаемые в данной выпускной квалификационной работе, возникают в полуклассическом режиме, когда явное квантование гравитационного поля не требуется. Такой подход показывает, что общей теории относительности и стандартной квантовой механики достаточно для анализа сценариев, включающих суперпозиции макроскопически различных классических предпосылок.

**В Приложении А** дано доказательство максимального нарушения неравенства Белла для пространственного порядка.

**В Приложении Б** дано доказательство максимального нарушения неравенства Белла для временного порядка.

### **Список использованных источников**

- 1 Нильсен, М. Квантовые вычисления и квантовая информация / М. Нильсен, И. Чанг. – М.: Мир, 2006. – 824 с.
- 2 Einstein, A. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? / A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen // *Physical Review*. – 1935. – Vol. 47, Issue 10. – P. 777-780.
- 3 Bohr, N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? / N. Bohr // *Physical Review*. – 1935. – Vol. 48, Issue 8. – P. 696-702.
- 4 Bell, J.S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox / J.S. Bell // *Physics*. – 1964. – Vol. 1, Issue 3. – P. 195-200.

- 5 Clauser, J.F. Proposed experiment to test local hidden-variable theories / J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, and R.A. Holt // *Physical Review Letters*. – 1969. – Vol. 23, Issue 15. – P. 880-884.
- 6 Hawking, S.W. A new topology for curved space-time which incorporates the causal, differential, and conformal structures / S.W. Hawking, A.R. King, and P.J. McCarthy // *Journal of Mathematical Physics*. – 1976. – Vol. 17, No. 2. – P. 174-181.
- 7 Malament, D. B. The class of continuous timelike curves determines the topology of spacetime / D. B. Malament // *Journal of Mathematical Physics*. – 1977. – Vol. 18, No. 7. – P. 1399-1404.
- 8 Einstein, A. Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen / A. Einstein // *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*. – 1907. – Vol. 4. – S. 411-462.
- 9 Feynman, R. a talk given at the Chapel Hill Conference // *Proceedings of the Conference on the Role of Gravitation in Physics Held at the University of North Carolina, Chapel Hill, North Carolina, January 18–23, 1957*. College Park, MD: APS. 1957.
- 10 Zych, M. Bell's theorem for temporal order / M. Zych, F. Costa, I. Pikovski, and C. Brukner // *Nature Communications*. – 2019. – Vol. 10. – No. 3772.