

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**Эффект квантового Чеширского Кота
в рамках концепции слабых измерений**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ
студентки 4 курса 4022 группы
направления 03.03.02 «Физика» Института физики
Сиротиной Екатерины Сергеевны

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н.

должность, уч. степень, уч. звание

Заведующий кафедрой общей, теоретической и
компьютерной физики

профессор, д. ф.-м. н.

должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

С. В. Чурочкина

инициалы, фамилия

В. М. Аникин

инициалы, фамилия

Саратов 2022 год

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. До настоящего времени концепция, основанная на теории слабых измерений в комбинации с пред- и постселекцией квантовых состояний, почти не применялась для всестороннего анализа контрфактической обработки и передачи информации. Рассматриваемые в данной выпускной квалификационной работе эффекты как квантового Чеширского Кота, так квантового динамического Чеширского Кота позволяют создавать принципиально новые протоколы передачи и обработки информации.

Целью данной выпускной квалификационной работ является изучение концепции слабых измерений на примере эффектов квантового Чеширского Кота и квантового динамического Чеширского Кота.

Для достижения этой цели решались следующие **задачи**:

- Анализ математического аппарата квантовой механики.
- Рассмотрение импульсной модели измерения фон Неймана.
- Рассмотрение концепции слабых измерений в комбинации с пред- и постселекцией квантовых состояний.
- Анализ эффекта квантового Чеширского Кота.
- Анализ эффекта квантового динамического Чеширского Кота.
- Рассмотрение простейшего протокола контрфактической передачи информации.

Краткая характеристика материалов исследования. Данная выпускная квалификационная работа посвящена теоретическому исследованию неклассической возможности отделения свойства объекта от самого объекта в рамках концепции слабых измерений, с последующим управлением отделенным свойством.

Структура ВКР. Выпускная квалификационная работа (бакалаврская работа) включает: лист обозначений и сокращений; введение; четыре основных раздела:

1. Корпускулярно-волновой дуализм. Постулаты квантовой механики.
2. Слабые измерения. Слабые значения.
3. Эффект «Квантовый Чеширский Кот».
4. Эффект «Квантовый динамический Чеширский Кот».

Заключение.

Список использованных источников (21 наименование). Материалы работы изложены на 50 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

На листе обозначений и сокращений содержится перечень аббревиатур, обозначений и сокращений терминов, используемых в работе.

Во введении рассмотрена история возникновения и развития квантовых идей, обоснована актуальность выбранной темы выпускной квалификационной работы, определена цель работы.

В разделе 1 рассмотрен математический аппарат и основные постулаты квантовой физики, особое внимание проблеме измерения в квантовой физике.

Физической основой квантовой механики является корпускулярно-волновой дуализм (КВД), когда разные объекты природы – свет, атомы и другие – проявляют в одних условиях свойства волн, а в других условиях могут вести себя как частицы. Моделирование КВД возможно в рамках аксиоматического подхода к квантовой механике, основанного на системе постулатов.

Постулаты квантовой механики [1]:

Постулат 1: с каждой изолированной физической системой связывается комплексное векторное пространство со скалярным произведением (т.е. гильбертово пространство), которое называется пространством состояний системы. Система полностью описывается вектором состояния, который представляет собой единичный вектор в пространстве состояний системы.

Постулат 2: эволюция замкнутой квантовой системы описывается унитарным преобразованием. Другими словами, состояние $|\psi\rangle$ системы в момент времени t_1 связано с ее состоянием $|\psi'\rangle$ в момент t_2 посредством унитарного оператора U , зависящего только от моментов времени t_1 и t_2 : $|\psi'\rangle = U|\psi\rangle$.

Связь с конкретной физической моделью, то есть гамильтонианом H определяется тем фактом, что эволюция состояния замкнутой квантовой системы во времени описывается уравнением Шредингера: $i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = H|\psi\rangle$.

Постулат 3: квантовые измерения описываются набором $\{M_m\}$ операторов измерения. Это операторы, которые действуют в пространстве состояний системы, подлежащей измерению. Индекс обозначает результаты измерения, которые могут получиться в эксперименте. Если непосредственно перед этим квантовая система находилась в состоянии $|\psi\rangle$, то вероятность того, что в результате измерения будет получен результат m , задается выражением

$$p(m) = \langle \psi | M_m^+ M_m | \psi \rangle, \quad (1)$$

а после измерения система будет находиться в состоянии:

$$\frac{M_m |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | M_m^+ M_m | \psi \rangle}}. \quad (2)$$

Операторы измерения удовлетворяют условию полноты:

$$\sum_m M_m^+ M_m = I. \quad (3)$$

Условие полноты означает, что сумма вероятностей различных исходов измерения равна единице:

$$1 = \sum_m p(m) = \sum_m \langle \psi | M_m^+ M_m | \psi \rangle. \quad (4)$$

Постулат 4: пространство состояний составной системы представляет собой тензорное произведение пространств состояний входящих в нее систем.

Четвертый постулат показывает, каким образом строится пространство состояний составной системы из пространств состояний, входящих в нее систем. Он также позволяет определить одну из наиболее интересных и интригующих идей, связанных с составными системами – идею запутанности. Попробуем проиллюстрировать понятие запутанности на простом примере системы из двух кубитов. Пусть у нас имеются какие-то произвольные состояния в гильбертовых пространствах первого и второго кубитов. Тогда, вводя в каждом из них вычислительный базис $|0\rangle, |1\rangle$, самое общее квантовое состояние системы двух кубитов, согласно правилам квантовой механики, представимо в виде разложения по базису гильбертова пространства двух кубитов, и имеет в самом общем случае вид:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle|0\rangle + \beta|0\rangle|1\rangle + \gamma|1\rangle|0\rangle + \delta|1\rangle|1\rangle. \quad (5)$$

В таком контексте, подкласс запутанных состояний будет определяться невозможностью представления $|\psi\rangle$ в виде тензорного произведения состояний отдельных кубитов. Простейшие примеры запутанных состояний двух кубитов- состояния базиса Белла [1], одно из которых, к примеру, реализуется при следующих условиях на коэффициенты:

$$\alpha = \delta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \beta = \gamma = 0.$$

В качестве модели измерений взята импульсная модель измерений Джона фон Неймана [2,3].

Пусть у нас имеется система S , которая приготовлена в состоянии $|\psi\rangle$, и необходимо измерить свойство, представляемое эрмитовым оператором A . Оператор A обладает набором собственных состояний $|a_k\rangle$ и соответствующих собственных значений a_k , которые являются решением уравнения на собственные значения $A|a_k\rangle = a_k |a_k\rangle$. Тогда, допустимо представление для $|\psi\rangle$ в виде разложения по собственным состояниям наблюдаемой A

$$|\psi\rangle = \sum_k \langle a_k | \psi \rangle |a_k\rangle. \quad (6)$$

Видно, что в таком состоянии значение свойства, представляемого оператором A не определено, если только состояние $|\psi\rangle$ не является его собственным состоянием. Далее, следуя фон Нейману, явно вводится состояние измерительного устройства (указателя) $|\varphi\rangle$. В начальный момент времени ($t = t_i$) общее состояние системы с указателем будет незапутанным и иметь вид

$$|\Psi(t_i)\rangle = |\psi(t_i)\rangle|\varphi(x, t_i)\rangle, \quad (7)$$

где $|\varphi(x, t_i)\rangle$ обозначает локализованное с дисперсией σ около положения x начальное состояние квантового указателя в момент t_i .

Будем моделировать измерение наблюдаемой A , как кратковременный процесс взаимодействия прибора с системой в течение промежутка времени τ , описываемый Гамильтонианом вида

$$H_{int} = g(t) AP, \quad (8)$$

где P импульс указателя, $g(t)$ представляет собой гладкую функцию, ненулевую только на отрезке $t_i < t < t_i + \tau$ и такую, что $g \equiv \int_{t_i}^{t_i+\tau} g(t) dt$ рассматривается, как эффективная константа связи. Если g достаточно велико, то можно пренебречь собственными гамильтонианами системы и указателя и считать, что эволюция общей системы в течение короткого промежутка времени τ определяется только Гамильтонианом взаимодействия и имеет вид

$$|\Psi(t_i + \tau)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}gAP} |\Psi(t_i)\rangle = \sum_k \langle a_k | \psi(t_i) \rangle |a_k\rangle |\varphi(x - ga_k, t_i)\rangle. \quad (9)$$

Измерения называются сильными, если

$$g|a_i - a_k| \gg \sigma. \quad (10)$$

В таком пределе, волновые функции указателя $|\varphi(x - ga_k, t_i)\rangle$ для разных собственных значений a_k практически ортогональны друг другу. Иными словами, различные результаты измерений величины A проектируются на различные состояния измерительного устройства. Это стадия предизмерения. Затем, непосредственно, после измерения происходит коллапс волновой функции к одному из собственных состояний величины A , что однозначно задает сдвиг указателя. Так выглядит картина проективного или сильного измерения в модели фон Неймана.

В разделе 2 рассказано о слабых значениях и слабых измерениях, пред- и постселекции квантовых состояний.

Концепция пред- и постселекции квантовых состояний введена в [4], в свою очередь слабые измерения введены в [5].

Концептуально, процедура пред- и постселекции, представленная на рисунке 1, состоит из следующих этапов [3]: во-первых, приготовление системы S в начальном (предселектированном) состоянии $|s\rangle$; во-вторых, измерение наблюдаемой S ; в-третьих, последующее измерение другой наблюдаемой F . При этом интересуются только случаем (осуществим постселекцию), когда второе измерение спроектирует систему на какое-то конкретное состояние $|f\rangle$ с собственным значением f оператора F . Выполнив упомянутую последовательность шагов, изменяют статистику измерений величины S , поскольку очевидно, что только подансамбль всей совокупности частиц, участвующих в процессе измерения, будет удовлетворять одновременно условиям пред- и постселекции. Причем вероятность выпадения какого-то результата измерения величины S будет являться условной вероятностью и определяться АБЛ правилом [4].

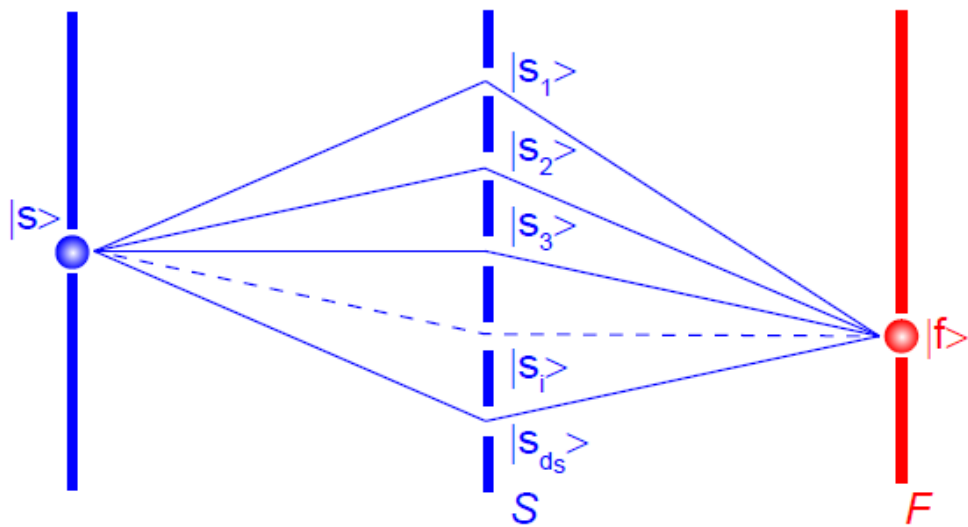


Рисунок 1 - Иллюстрация к концепции пред- и постселекции

Комбинация идей пред- и постселекции с концепцией слабых измерений, представленная на рисунке 2, включает в себе следующие этапы [6]: приготовление ансамбля частиц в предселектированном начальном состоянии $|\psi\rangle$; слабое измерение величины A (тонкая стрелка); проекционное измерение величины B (толстая стрелка); постселекция в одно из собственных состояний $|\varphi\rangle$.

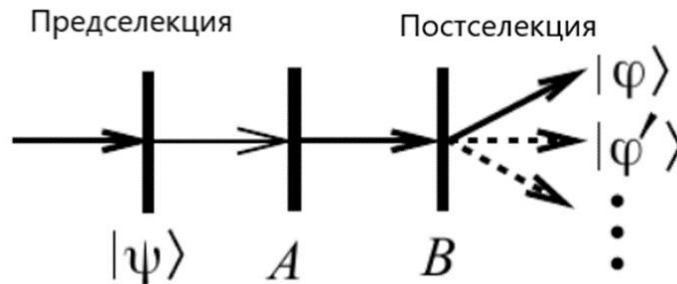


Рисунок 2 - Концептуальное представление комбинации пред- и постселекции и слабых измерений

Слабое значение получается в пределе слабой связи для импульсной модели измерений фон Неймана. Расчет [7] дает для слабого значения наблюдаемой A при заданных пред- и пост-селекционных состояний $|\psi\rangle$ и $|X\rangle$

$$A^\omega = \frac{\langle X|A|\psi\rangle}{\langle X|\psi\rangle} \quad (11)$$

В разделе 3 рассмотрен эффект квантового Чеширского Кота.

Базовая установка в виде модели на основе интерферометра Маха-Цандера для реализации эффекта квантового Чеширского Кота показана на рисунке 3 [8,9].

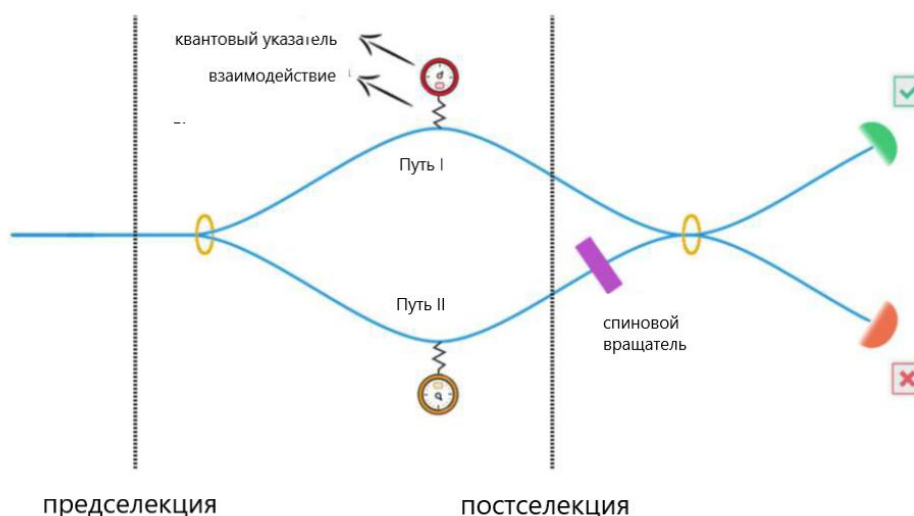


Рисунок 3 - Идеальная установка квантового Чеширского Кота на основе двухлучевого интерферометра.

Квантовый указатель ставится на каждый путь. Каждый указатель локально взаимодействует с частицей, связывая наблюдаемую частицы $A_j = P_j$ или $A_j = (\sigma_x)_j$ (где $j = I, II$) с динамической переменной указателя P_I или P_{II} соответственно (g константа связи). Затем частица движется по интерферометру по существу невозмущенным, пока не будет обнаружена (вставка спинового вращателя необходима для постселекции спинового состояния). Успешная постселекция (обнаружение в верхнем детекторе) коррелирует с указателями в финальном состоянии со слабыми значениями $P_I^\omega = 1, (\sigma_x)_I^\omega = 0$ и $P_{II}^\omega = 0, (\sigma_x)_{II}^\omega = 1$ для указателей I и II соответственно.

$$P_I^\omega = 1, \quad (\sigma_x)_I^\omega = 0. \quad (12)$$

$$P_{II}^\omega = 0, \quad (\sigma_x)_{II}^\omega = 1. \quad (13)$$

Совместный учет уравнений (12) и (13) определяет квантовый эффект Чеширского Кота.

В разделе 4 рассмотрен эффект квантового динамического Чеширского Кота [10].

Экспериментальная схема, лежащая в основе рассмотрения этой проблемы, показана на рисунке 4. В свою очередь динамика волновых пакетов с проекцией спина на ось z показана на рисунке 5.



Рисунок 4 - Установка: Частица со спином $1/2$ находится в ящике с полностью отражающей стенкой слева, спин-независимой частично прозрачной перегородкой в середине с очень малым коэффициентом пропускания и спин-зависимой стенкой, полностью отражающей для проекции спина вверх $|\uparrow z\rangle$ и абсолютно прозрачной для проекции спина вниз $|\downarrow z\rangle$. Частица стартует в виде волнового пакета $|L\rangle$ рядом с левой стенкой, двигаясь вправо со спином $|\uparrow z\rangle$.

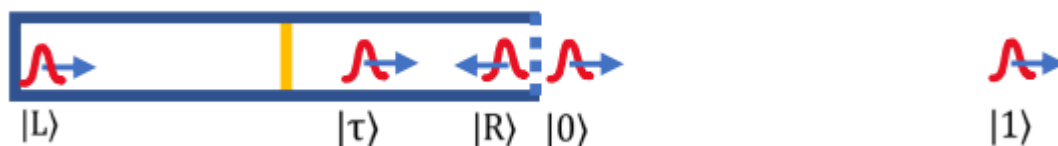


Рисунок 5 - Различные волновые пакеты, упомянутые в эксперименте

На рисунке 5 стрелки обозначают направление движения волновых пакетов. Это различные волновые пакеты, которые могут возникать при различных стадиях, когда частица стартует в начальном волновом пакете, $|L\rangle$ рядом с левой стенкой, движущемся вправо со скоростью v , а затем отражающемся от полупрозрачной перегородки в середине или спин-зависимой стенки в правом конце коробки или туннелирующемся через них. $|R\rangle$ – волновой пакет внутри ящика, рядом с правой стенкой, двигаясь влево, и $|0\rangle$ представляет собой волновой пакет рядом с правой стенкой, но вне ящика, двигаясь вправо. Волновой пакет $|1\rangle$ на расстоянии D , равном длине ящика, от правой стенки; именно здесь волновой пакет $|0\rangle$ будет находиться через некоторое время $T = D/v$. Другие состояния $|2\rangle, |3\rangle, \dots$ расположены дальше, правее, на расстоянии D друг от друга и на рисунке не показаны. Волновой пакет $|\tau\rangle$ представляет собой частицу, локализованную в правой половине ящика, двигаясь вправо, на расстоянии $v\tau$ от левой стенки, при этом $T/2 \leq \tau < T$. Отметим, что не все эти волновые пакеты одновременно присутствуют во время эксперимента. Кроме того, спиновая степень свободы и нормализация, с которой различные волновые пакеты могут появляться в разное время в эксперименте и на рисунке, не отмечены.

К моменту времени $2NT$, где N большое целое число, а T время однократного пролета частицей всей коробки длины D , происходит переворот x -компонент спина частицы, почти постоянно находящейся в левой стороне коробки, то есть там, где магнитного поля нет. Такой переворот анализировался в концепции слабых измерений x -компоненты спина, и был сделан вывод о том, что возникает поток x -компоненты спина из левой области коробки, где почти все время находится частица в сторону спин-зависимой стенки, на которой этот поток спина поглощается. Таким образом, была установлена возможность динамики свойства носителя (переворот x -компоненты спина вследствие уносимого потока) без участия самого носителя (частица все время слева). Отмечено, что полученный эффект может быть использован, как канал для обработки и передачи информации.

ВЫВОДЫ

При слабых измерениях в условиях пред- и постселекции возможны эффекты пространственного разделения свойств носителя и самого носителя. Такие эффекты дают возможность разработки принципиально новых протоколов обработки информации, основанных на контфактической коммуникации.

Список использованных источников

1. Нильсен, М. Квантовые вычисления и квантовая информация / М. Нильсен, И. Чанг. – М.: Мир, 2006. – 824 с.
2. Львовский, А. Отличная квантовая механика: в 2 ч. / А. Львовский. – М.: Альпина Нон-Фикшн, 2019.
3. Svensson, B.E.Y. Pedagogical review of quantum measurement theory with an emphasis on weak measurements/ B.E.Y. Svensson // *Quanta*. – 2013. –Vol. 2, Issue 1. – P. 18-49.
4. Aharonov, Y. Time symmetry in the quantum process of measurement / Y. Aharonov, P.G. Bergmann, and J.L. Lebowitz // *Physical Review*. – 1964. – Vol. 134, Issue 6B. – P. B1410-B1416.
5. Aharonov, Y. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100 / Y. Aharonov, D.Z. Albert, and L. Vaidman // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 60, Issue 14. – P. 1351-1354.
6. Kofman, A.G. Nonperturbative theory of weak pre- and post-selected measurements / A.G. Kofman, S. Ashhab, and F. Nori // *Physics Reports*. – 2012. – Vol. 520, Issue 2. – P. 43-133.
7. Matzkin, A. Weak values and quantum properties / A. Matzkin // *Foundations of Physics*. – 2019. – Vol. 49, Issue 3. – P. 298-316.
8. Aharonov, Y. Quantum Cheshire Cats / Y. Aharonov, S. Popescu, D. Rohrlich, and P. Skrzypczyk // *New Journal of Physics*. – 2013. – Vol. 15, Issue November 2013. – Art. No. 113015.
9. Duprey, Q. The quantum Cheshire Cat effect: Theoretical basis and observational implications / Q. Duprey, S. Kanjilal, U. Sinha, D. Home, and A. Matzkin // *Annals of Physics*. – 2018. – Vol. 391, Issue April 2018. – P. 1-15.
10. Aharonov, Y. A dynamical quantum Cheshire Cat effect and implications for counterfactual communication / Y. Aharonov, E. Cohen, and S. Popescu // *Nature Communications*. – 2021. – Vol. 12. – Art. No. 4770.