

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПЛАНЕТ  
СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 4022 группы  
направления подготовки 03.03.02 «Физика» Института физики  
Мишурина Алексея Сергеевича

Научный руководитель  
доцент, к.ф.-м.н.

О.А. Черкасова

Заведующий кафедрой  
общей, теоретической и компьютерной физик  
д.ф.-м.н., профессор

В. М. Аникин

Саратов 2022 г.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Знание о населенности околоземного пространства небесными телами актуально в наши дни. Причины этого – активное освоение космического пространства с практическими целями, понимание реальности космических угроз, а также возможность, используя огромные объемы новых знаний о малых телах, уточнять модели эволюции Солнечной системы в целом, планет и их окружения в частности. Огромные объемы информации, накопленные и получаемые при наблюдениях объектов, сближающихся с орбитой Земли, других малых тел, требуют хранения и оперативной обработки, предоставляя все больше возможностей для исследования распределений малых тел Солнечной системы и путей их эволюции.

**Цель работы** – разработка демонстрационного алгоритма и проведение численного моделирования движения небесных тел на примере Солнечной системы.

**Задачами** работы являются: проведение анализа необходимых для моделирования корректных справочных данных; разработка алгоритма, реализующего моделирование движения планет в соответствии с законами Кеплера; реализовать алгоритм движения небесных тел в программной пакете Matlab.

**Теоретическая значимость** работы связана с разработкой с помощью современных методов быстрой и точной модели Солнечной системы.

Методическая значимость работы связана с демонстрацией прикладных возможностей математического моделирования модели Солнечной системы.

**Структура ВКР.** Выпускная квалификационная работа (ВКР) содержит введение, 3 главы, 10 подглав, заключение, список использованных источников (28 наименований).

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** приводятся аспектные характеристики работы (актуальность, цель и задачи работы, особенность подхода).

**В первой,** обзорной по характеру, главе, излагается базовая модель планетарной динамики Солнечной системы, приводятся данные для численного решения уравнений движения.

**Во второй главе** рассматривались основные законы небесной механики, включая задачу трех тел, движение по круговым и эллиптическим орбитам, взаимодействие планет.

**В третьей главе** описывается алгоритм и результаты моделирования.

В алгоритме моделирования планетарных орбит используется закон всемирного тяготения Ньютона, при этом каждое тело рассматривается как

точечная масса. Это позволяет рассчитать силу, действующую на каждое тело в каждом направлении как

$$\vec{F}_{i,j} = -G \frac{m_i m_j}{r_{i,j}^3} \vec{r}_{i,j} \quad (1)$$

В декартовой системе координат  $(x, y, z)$  вектор  $\vec{r}_{i,j}$  между взаимодействующими телами имеет координаты:

$$\begin{pmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix} \quad (2)$$

Модуль вектора  $\vec{r}_{i,j}$  есть

$$|\vec{r}_{i,j}| = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (3)$$

Следовательно, компоненты силы притяжения в направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$  равны:

$$\begin{pmatrix} F_{x_{i,j}} \\ F_{y_{i,j}} \\ F_{z_{i,j}} \end{pmatrix} = -G \frac{m_i m_j}{\left( (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 \right)^{3/2}} \begin{pmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

Второй закон движения Ньютона позволяет использовать силу, рассчитанную по закону всемирного тяготения Ньютона, для формулировки уравнения движения тел в пространстве. Второй закон Ньютона утверждает, что результирующая сила  $\vec{F}$  приложена к массе объекта  $m$ , заставляя объект ускоряться с ускорением  $\vec{a}$ :

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (5)$$

Следовательно, чтобы найти движение каждого объекта (т. е. найти положения  $x_i, y_i, z_i$  во времени), мы должны решить три дифференциальных уравнения для каждого измерения:

$$\begin{aligned} F_{x_{i,j}} &= m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} \\ F_{y_{i,j}} &= m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} \\ F_{z_{i,j}} &= m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} \end{aligned} \quad (6)$$

MATLAB может решать дифференциальные уравнения с помощью различных методов, но для этого упражнения было выбрано ODE113. Однако этот метод может решать только дифференциальные уравнения 1-го порядка (имеющие производную первого порядка). Очевидно, что уравнения, кото-

рые нужно решить, являются дифференциальными уравнениями 2-го порядка, но можем превратить их в дифференциальные уравнения 1-го порядка, указав еще 3 уравнения для 3-х компонентов скорости,  $vx_i$ ,  $vy_i$ ,  $vz_i$ , которые дают следующие 6 уравнений для решения для каждого тела Солнечной системы:

$$\begin{aligned} F_{x_i,j} &= m_i \frac{dvx_i}{dt} \\ F_{y_i,j} &= m_i \frac{dvy_i}{dt} \\ F_{z_i,j} &= m_i \frac{dvz_i}{dt} \\ vx_i &= \frac{dx_i}{dt} \\ vy_i &= \frac{dy_i}{dt} \\ vz_i &= \frac{dz_i}{dt} \end{aligned} \quad (7)$$

MATLAB способен вычислять движение планет и записывает результат в списки данных, называемые «массивами». Он предсказывает и сохраняет положение и скорость во всех трех измерениях всех планет и солнца. Модель применяет как Второй закон движения Ньютона ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ), так и закон всемирного тяготения Ньютона:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} \quad (8)$$

Рассмотрим массу  $m_1$  и массу  $m_2$ , разделенные в пространстве расстоянием:

$$r_{1,2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (9)$$

Закон всемирного тяготения Ньютона говорит, что величина силы  $|\vec{F}_{1,2}|$  между этими двумя массами:

$$|\vec{F}_{1,2}| = -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \quad (10)$$

где  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$  — гравитационная постоянная. Нужно найти силу, действующую по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$  в трех измерениях, поэтому применяются уравнения 8:

$$\begin{aligned} F_{x,1,2} &= -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \times (x_2 - x_1) \\ F_{y,1,2} &= -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \times (y_2 - y_1) \\ F_{z,1,2} &= -G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} \times (z_2 - z_1) \end{aligned} \quad (11)$$

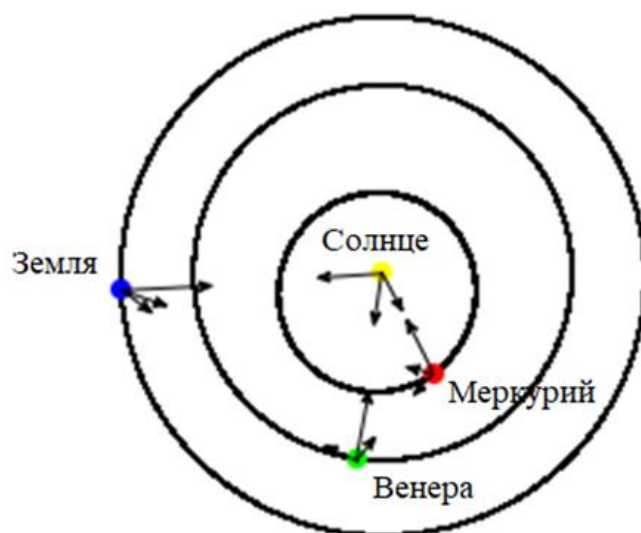


Рисунок 1. Схема моделируемого сценария. Стрелки обозначают силы, которые испытывает каждое тело из-за взаимодействия со всеми другими телами

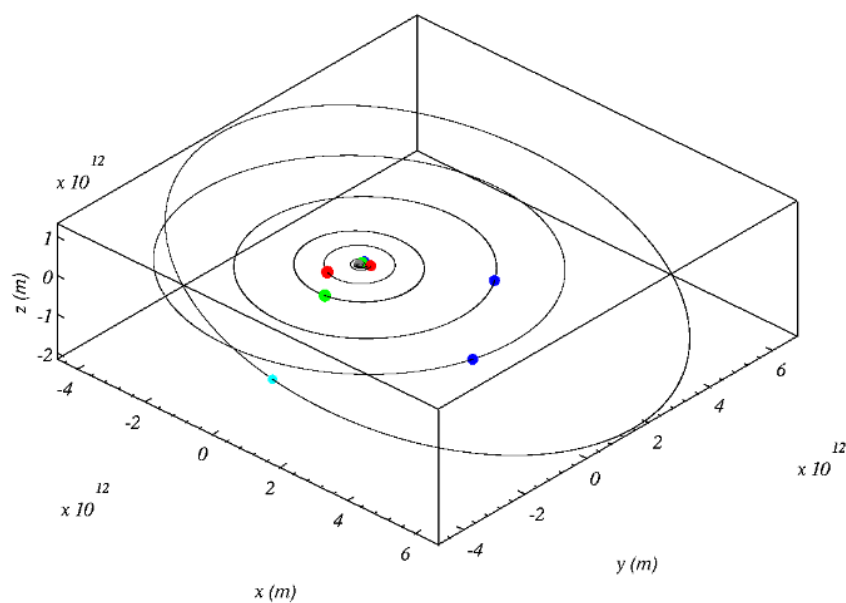


Рисунок 2. Компьютерное моделирование в MATLAB 8 движения планет и Плутона, вращающихся вокруг Солнца.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе: 1) изучены подходы к построению математической модели, описывающей движение небесных тел Солнечной системы; 2) на основе математической модели реализована программа в пакете прикладных программ MATLAB; 3) программа предназначена для моделирование движения планет в соответствии с законами Кеплера и наглядного представления результатов вычислительного эксперимента.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Aarseth, J. Sverre: 2003, Gravitational N-Body Simulations, Cambridge, University press.
- 2 Andronov, I.L., Baklanov, A.V.: 2004, AstSR, 5, 264
- 3 Bazyey, A.A., Kara, I.V.: 2009, AstSR, 6(2), 155
- 4 Beauvalet, L., and Marchis, F.: 2014, Icarus, 241, 13
- 5 Berthier, J., Vachier, F., Marchis, F., Durech, J., Carry, B.: 2014, Icarus, 239, 118
- 6 Brozovic, Marina, Benner, Lance A.M., Taylor, Patrick A., Nolan: 2011, Icarus, 216, 241
- 7 Everhart, E.: 1974, Celest. Mech., 10, 35
- 8 Fang, J., Margot, J.-L., Rojo, P.: 2012, Astron. J., 144, 70
- 9 Fang J., J.-L. Margot, M. Brozovic, M. C. Nolan, L. A. M. Benner, and P. A. Taylor: 2011, Astron. J., 141, 154
- 10 Ferraz-Mello S.: 1972, Celest. Mech., 5, 80
- 11 Folkner, W.M., Williams, J.G., Boggs, D.H., Park, R.S., Kuchynka, P.: 2014, The Interplanetary Network Progress Report, 42-196, 1
- 12 MacMillan, W.D.: 1930, The Theory of the Potential, Dover Press
- 13 Marchis, F., Descamps, P., Baek, M., Harris, A. W., Kaasalainen, M., Berthier, J., Hestroer, D., Vachier, F.: 2008, Icarus 196, 97
- 14 Marchis, F., Descamps, P., Hestroffer, D., Berthier, J.: 2005, Nature, 436, 822
- 15 Martyusheva, A., Petrov, N., Polyakhova, E.N.: 2015, Messenger of St. Petersburg University 2(60), 135
- 16 Masiero, Joseph R., Mainzer, : 2011, Astrophys. J., 741, 68
- 17 Murray, C.D., Dermot, S.F.: 2000, Solar System Dynamics, Cambridge, University press. Rabinowitz, D. L., Barkume, K., Brown, M.E., Roe, H., Schwartz, M., Tourtellotte, S., Trujillo, C.: 2006, Astron. J., 639, 1238
- 18 Ragozzine, D., Brown, M.E.: 2009, Astron. J., 137, 4766
- 19 Troianskyi V.V., Bazyey O.A.: 2015, Odessa Astronomical Publ., 28(1), 76
- 20 Yu Jiang, Yun Zhang, Hexi Baoyin, Li Junfeng: 2016, Astrophys Space Sci., 361, 306
- 21 Parthey, C.G. Improved Measurement of the Hydrogen  $1S-2S$  Transition Frequency / C.G. Parthey, A. Matveev, et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107, No. 20. P. 203001-1–203001-5.
- 22 Mohr, P. CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2010 / P. Mohr, B.N. Taylor, and D.B. Newell // Rev. Mod. Phys. 2012. Vol. 84, No. 4. P. 1527–1605.
- 23 Hanneke, D. New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant / D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 100, No. 12. P. 120801-1–120801-4.
- 24 Rainville, S. An Ion Balance for Ultra-High-Precision Atomic Mass Measurements / S. Rainville, J.K. Thompson, and D.E. Pritchard // Science. 2004. Vol. 303, No. 5656. P. 334–338.
- 25 Farnham, D.L. Determination of the Electron's Atomic Mass and the Proton/Electron Mass Ratio via Penning Trap Mass Spectroscopy / D.L. Farnham, R.S. Van Dyck, and Schwinberg P.B. // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 75, No. 20. P. 3598–3601.
- 26 ХЭНШ, Т. В. Страсть к точности / Т. В. ХЭНШ // УФН. 2006. Т. 176, № 12. С. 1368–1380.
- 27 Cundiff, S. T. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs / S. T. Cundiff and J. Ye // Rev. Mod. Phys. 2003. Vol. 75, No. 1. P. 325–342.
- 28 Niering, M. Measurement of the Hydrogen  $1S-2S$  Transition Frequency by Phase Coherent Comparison with a Microwave Cesium Fountain Clock / M. Niering, R. Holzwarth, J. Reichert, et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84, No. 24. P. 5496–5499.