

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Сложные ансамбли с адаптивными связями

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Болотовой Марии Игоревны

Научный руководитель

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Саратов 2022 г.

ВВЕДЕНИЕ

Коллективные явления в системах взаимосвязанных динамических элементов носят всеобъемлющий характер. Роевое поведение в стаях птиц или стаях рыб, синхронное мигание светлячков или даже когерентный всплеск нейронов в человеческом мозге — это лишь несколько примеров коллективного движения. Выяснение механизмов, порождающих синхронизацию, имеет решающее значение для понимания биологической самоорганизации. Ради этого теория динамических сетей была успешно применена в течение последних десятилетий, чтобы свести сложную динамику от природных систем к их сущностям. Кроме того, динамические сети с адаптивными связями и, следовательно, непостоянной сетевой структурой естественным образом появляются в реальных системах, таких как электросетевые сети, социальные сети, а также нейронные сети. В данной работе описываются адаптивные сети и их свойства, которые приводят к появлению различных режимов синхронизации, включая полную и кластерную синхронизацию, а также формированию уединенных и химероподобных состояний. Рассмотренные сети и эффекты находят широкое применение и приложение в различных областях науки, например, нейродинамике, нелинейной динамике, при моделировании режимов функционирования информационных, технологических, транспортных сетей, устойчивой работы различных подсистем инфраструктуры, энергосетей и т.д.

Целью выпускной квалификационной работы является поиск, систематизация актуальных данных по поставленной теме на основе анализа научных периодических изданий и монографий и подготовка обзора литературы. Непосредственной целью данного обзора является представление и анализ ряда последних научных результатов, полученных в рамках исследования динамики сложных систем (ансамблей) с адаптивными связями.

Для достижения поставленной цели были выбраны 3 основных

направления по указанной тематике:

1. Основы адаптивных и сложных динамических сетей.
2. Эффекты в адаптивных сетях связанных фазовых осцилляторов и моделей нейронов.
3. Самоорганизация в адаптивных сетях связанных отображений.

В первом разделе данной работы представлены основные математические и физические понятия для описания динамических систем со сложной и адаптивной структурой связи. Описаны типы связей между элементами сети, в качестве примеров рассмотрены модель Курамото-Сакагути и модель нейрона Ходжкина-Хаксли .

Во втором разделе описаны механизмы формирования кластерных структур в сетях адаптивно связанных фазовых осцилляторов .

Третий раздел работы содержит обзор результатов работ по исследованию динамики популяции **нейронов Ходжкина-Хаксли с пиковой пластичностью, зависящей от времени** .

В четвертом разделе работы приведен анализ взаимодействия адаптивно связанных групп сетей. Такие адаптивные многослойные или мультиплексные сети естественным образом появляются в нейронных сетях. Описана концепция генерации и стабилизации различных паттернов частичной синхронизации (фазовых кластеров) в адаптивных сетях .

Пятый раздел посвящен обзору аналитических и численных результатов по исследованию самоорганизации сетевой структуры, состоящей из адаптивно связанных дискретных отображений. Рассмотрены три типа моделей связанных отображений: (1) связанные логистические отображения, (2) связанные отображения окружности, (3) связанные отображения окружности с внешним воздействием .

1. Основы адаптивных и сложных динамических сетей

В данной части используются и расширяются устоявшиеся математические и физические понятия для описания динамических систем со сложной и адаптивной структурой связи.

1.1 Сложные сети

Данный раздел посвящен введению графовых теоретических понятий для сетей и описанию особых классов сетей

1.1.1 Сети, подсети и возможности подключения

В сетевой науке понятия как сеть, вершина и узел, ребро и звено, соответственно, взаимозаменяемы. Для ясности следует использовать понятия сеть, узел и ссылка. В общем мы определяем направленную сеть N как тройной $N = (V, E, \Psi)$ конечных множеств V и E , и $\Psi : E \rightarrow \{(v, w) \in V \times V\}$. Элементы из множеств V и E называются узлами и звеньями соответственно. Общее количество узлов сети обозначается $N = |V|$. Обычно диапазон отображения ψ ограничен $\{(v, w) \in V \times V : v \neq w\}$, чтобы избежать подключения узлов к ним.

Другим важным понятием, которое будет использовано в этом тезисе, является индуцированная подсеть. Подсеть сети N задается $N' = (V', E', \Psi)$, если $V' \subseteq V$ и $E' \subseteq E$. Кроме того, подсеть обозначается индуцированным, если $E' = \{e_{ij} \in E : v_i, v_j \in V'\}$.

1.1.2 Специальные типы сетей

1.1.2.1 Глобально связанная сеть

Простейшая сеть - это глобально связанная сеть (также полная или сеть «все ко всем»), которая состоит из N узлов, где каждый узел соединен с каждым другим узлом. Следовательно, записи смежности даются как

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \neq j, \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

1.1.2.2 Циркулянтные сети и нелокально связанные кольца

Другая важная и уже хорошо изученная сетевая структура представлена циркулянтными матрицами смежности, где каждая строка вектора $a_i = (a_{i1}, \dots$

, a_{iN}) поворачивается на один элемент вправо относительно предыдущего вектора строки . Эти матрицы смежности соответствуют кольцевой сети, где каждый элемент имеет одинаковую структуру связи.

1.1.2.3 Многослойные и мультиплексные сети

Многослойные сети — это сети, в которых весь набор узлов разделен на подмножества узлов, которые принадлежат друг другу. Индуцированные подсети для отдельных подмножеств называются слоями.

1.1.3 Перестановочные симметрии в сетях

Симметрии всегда описываются как специальные преобразования, оставляющие определенные структуры интереса инвариантными.

1.2 Динамические сети

В динамических сетях все узлы и звенья взвешенной сети \mathcal{N} представляют собой динамические сущности и взвешенное взаимодействие друг с другом. Такая сеть из N узлов, оснащенных динамическими d -мерными переменными $x_i \in Cd$ ($i = 1, \dots, N$), поскольку они анализируются на протяжении всего этого тезиса, может быть представлена следующим

$$\text{образом: } \dot{x}_i = f_i(x_i(t)) - \sigma \sum_{j=1}^N a_{ij} K_{ij} G_{ij}(x_i, x_j)$$

1.2.1 Типы соединений

Очень сложные типы схем связи используются в моделях нейронов, которые демонстрируют ингибирующую связь через химические синапсы. Здесь связь обычно считается нелинейной с медленным синаптическим распадом. Связь через химические синапсы моделируется кинетикой первого порядка вида

$$G_{ij}(V_i, V_j) = s_j \cdot (V_i, V_r)$$

$$\dot{s}_j = \frac{\alpha_s}{1 + e^{-\frac{V_j - \theta_s}{\sigma_s}}} (1 - s_j) - s_j / \tau_s$$

1.2.2 Модель Курамото-Сакагути

Данная модель довольно проста и описывает динамическую сеть N -связанных фазовых осцилляторов

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a_{ij} K_{ij} \sin(\phi_i - \phi_j + \alpha)$$

1.2.3 Модель Ходжкина-Хаксли с химическими синапсами

Более реалистичную модель динамики нейронов дает модель Ходжкина-Хаксли. Из-за своей богатой динамики модель Ходжкина-Хаксли, однако, является одной из самых известных моделей нейронов, но также и одной из самых сложных для вычислений. В качестве модели следует выбрать нейроны с тонической динамикой всплесков. Эти виды являются возбудимыми нейронами, которые показывают периодический всплеск в случае постоянного синаптического входа. Сеть N возбуждающих нейронов Ходжкина-Хаксли с ингибиторной связью описывается следующей системой

$$\begin{aligned} C \dot{V}_i &= I_i - g_{Na} m_i^3 h_i (V_i - E_{Na}) - g_K n_i^4 (V_i - E_K) - g_L (V_i - E_r) - \frac{(V_i - V_r)}{N} \sum_{j=1}^N K_{ij} S_j, \\ \dot{m}_i &= \alpha_m (V_i) (1 - m_i) - \beta_m (V_i) m_i, \\ \dot{h}_i &= \alpha_h (V_i) (1 - h_i) - \beta_h (V_i) h_i, \\ \dot{n}_i &= \alpha_n (V_i) (1 - n_i) - \beta_n (V_i) n_i, \\ \dot{s}_i &= \frac{5(1 - s_i)}{1 + e^{\left(\frac{-V_i + 3}{8}\right)}} - s_i \end{aligned}$$

1.3. Адаптивные сети в нейробиологии

Динамическая сеть является адаптивной, если ее топологическая структура нестатична и зависит от состояния динамических узлов. В этом смысле топологическая структура определяется либо матрицей связи $\kappa(t)$, либо матрицей смежности $A(t)$. Адаптивные сети следует отличать от временных сетей, которые также обладают нестатической структурой связи, но чья временная динамика не зависит от состояния узлов.

1.3.1 Пластичность, зависящая от времени скачка

$$K_{ij} \rightarrow \begin{cases} 0, & \text{если } K_{ij} + \delta W(\Delta t_{ij}) < 0 \\ K_{ij} + \epsilon W(\Delta t_{ij}), & \text{если } 0 \leq K_{ij} + \delta W(\Delta t_{ij}) \leq K_{max}, \\ K_{max}, & \text{если } K_{ij} + \delta W(\Delta t_{ij}) > K_{max} \end{cases}$$

где $\Delta t_{ij} = t_i - t_j$ - разница во времени всплеска между постсинаптическим и пресинаптическим нейронами; $\epsilon > 0$ — небольшой параметр, определяющий размер одного обновления; $K_{\max} > 0$ — максимальная связь.

2. Однокластерные состояния в адаптивных сетях связанных фазовых осцилляторов

В различных исследованиях предполагается, что возникновение частотных кластеров в популяциях нейронов с синаптической пластичностью хорошо описывается моделью фазового генератора с пластичностью, зависящей от разности фаз. Модель такого рода имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_i}{dt} &= \omega - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{ij} \sin(\phi_i - \phi_j + \alpha) \\ K_{ij} &+ \sin(\phi_i - \phi_j + \beta) \\ \frac{dk_{ij}}{dt} &= -\epsilon \end{aligned}$$

2.1 Классификация однокластерных состояний

(I) **внутрифазный синхронный**, если $\phi_i(t) = s(t)$ для всех i ;

(II) **антифазный синхронный**, если $\phi_i(t) = s(t) + a_i$ с $a_i \in \{0, \pi\}$ и есть $i \neq j$ такие, что $a_i \neq a_j$;

(III) **вращающиеся волны**, если $\phi_i(t) = s(t) + (i-1)2\pi k/N$, где $k \in \{1, \dots, N\}$ — волновое число;

(IV) **с фазовой блокировкой**, если $\phi_i = s(t) + a_i$ с произвольным $a_i \in T^1$.

2.2 Стабильность однокластерных состояний

2.3 Зависимость скорости адаптации от устойчивости одного кластера

2.4 Двойные антиподальные состояния

При анализе свойства однокластерных состояний в сети адаптивно связанных фазовых осцилляторов обнаруживается, что существует только три типа однокластерных состояний: splay, antipodal и double antipodal. Все однокластерные решения типа splay образуют $N-2$ -мерное семейство и тем самым порождают бесконечно много решений, которые может достичь

система.

3 Популяция нейронов Ходжкина-Хаксли с пиковой пластичностью, зависящей от времени.

3.1 Связанные нейроны Ходжкина-Хаксли с пластичностью, зависящим от времени скачком (пиком)

Адаптация K_{ij} происходит прерывисто всякий раз, когда один из нейронов i или j находится на пике.

3.2 Численное наблюдение синхронности и частотной кластеризации

3.3 Возникновение двухкластерных состояний

3.4 Феноменологическая модель с разностно-зависимой пластичностью

3.4.1. Критерии возникновения частотных кластеров

Адаптивные нейронные сети способны генерировать самосогласованную динамику с различными частотными диапазонами. В рассматриваемом случае каждый кластер соответствует сильно связанному компоненту с фиксированной частотой. Из-за достаточно большой разницы размеров и частот кластеров межкластерные взаимодействия ослабевают, а внутрикластерные взаимодействия усиливаются.

4 Синхронизация по адаптивным сложным сетевым структурам

В этой главе мы расширяем подход к главной стабильности на сложную динамическую сеть N диффузно и адаптивно связанных осцилляторов.

4.1. Функция стабильности хозяина не для адаптивных комплексных сетей

В сеть была введена главная функция устойчивости для динамических систем вида $\dot{x}_i = f(x_i(t)) - \sigma \sum_{j=1}^N a_{ij} k_{ij} G(x_i - x_j)$, . Здесь главная функция стабильности определяется как наибольшая экспонента Ляпунова как функция комплексного параметра, параметра главной функции, для которого в конечном итоге будут вставлены собственные значения матрицы Лапласа.

5. Самоорганизация сетевой структуры в системах сопряженных отображений

5.1 Адаптивная сеть логистических отображений

5.1.1 Формулирование модели

Модель связанных отображений определяется как наличие сети из N единиц, каждая из которых имеет свое собственное зависящее от времени внутреннее состояние. Пусть x_n^i обозначает переменную состояния i -й единицы ($1 \leq i \leq N$) на n -м шаге времени. Связность между этими блоками задается матрицей соединения w_n^{ij} , которая представляет вес (или прочность) соединения от блока j к блоку i на n -м шаге времени.

5.1.2 Динамика единиц измерения

Динамика связанных систем отображения характеризуется образованием синхронизированных кластеров.

5.1.3. Динамика связей

Весы соединения должны поддерживаться постоянными в когерентной и упорядоченной фазах и демонстрировать активную динамику в десинхронизированной фазе. Чтобы подтвердить это количественным образом, определяется мера сетевой активности, которая представляет собой интенсивность временного изменения весов соединения:

$$A = \frac{1}{(N-1)^2} \sum_{i \neq j} i |w_n^{ij} - w_{n-1}^{ij}|,$$

5.1.4 Структура сети

(I) Когерентная фаза

(II) Упорядоченная фаза

(III) Десинхронизированная фаза: эта фаза разделена на три области.

(III-a) Статическая область

(III-b) Динамическая область I

(III-c) Динамическая область II

5.2 Динамические сети в десинхронизированной фазе

5.2.1 Структура сети и ее стабильность

5.2.2 Механизм формирования структуры

Чтобы получить представление о том, как единицы взаимодействуют друг с другом в ходе формирования структуры, необходимо изучить динамику корреляций между единицами, вычисляя корреляции за короткий промежуток времени, (10 шагов), наблюдая за их временной эволюцией.

5.3 Адаптивная сеть разрывных блоков

5.3.1 Формулирование модели

Круговое отображение, которое получается дискретизацией нелинейного фазового осциллятора, определяется следующим образом:

$$x_{n+1} = x_n + \omega + (K/2\pi)\sin 2\pi x_n \bmod 1$$

5.3.2 Динамика единиц измерения

Состояние, в котором большинство единиц остается вокруг фиксированной точки, является состоянием покоя, а состояние, в котором большинство единиц показывают динамику переходов, как состояние разрыва. Переход между состояниями покоя и разрывом фиксируется вычислением динамики среднего значения переменных состояния, или среднего поля X_n , определяемого как $x_n = \frac{1}{N} \sum_i x_n^i$.

5.3.3 Динамика соединений

5.3.4 Механизм формирования структуры

5.5 Резюме и обсуждение

Изучив 2 типа отображения связанных моделей для изучения самоорганизации сетевой структуры в адаптивных сетях можно сделать определенные выводы. В системе отображения сопряженной логистической системы с Хеббианской динамикой связью выявлено спонтанное разделение единиц на две группы, одна из которых состоит из блоков с сильными исходящими связями, а другая состоит из блоков со слабыми исходящими связями. Таким образом, агрегаты с сильными исходящими связями оказывают большее влияние на динамику других агрегатов. В этом смысле возникновение группы единиц с сильными внешними связями можно трактовать как возникновение лидерства в популяции.

Аналогичная самоорганизующаяся сетевая структура наблюдалась и во втором типе модели, т.е. в связанной системе кругового отображения. В этой модели единицы самоорганизуются в некоторые синхронно взрывающиеся группы, и каждая группа имеет блок кардиостимулятора, который имеет сильные исходящие связи и управляет динамикой других единиц. Хотя эта модель показывает совершенно иную динамику единиц по сравнению с моделью логистического отображения, ее самоорганизующаяся структура сети аналогична структуре логистического отображения в той точке, где только небольшая часть единиц достигает влиятельных позиций. Это говорит о том, что появление лидерства может быть общим явлением в некотором классе адаптивных сетей.