МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
Кафедра дискретной математики и информационных технологий

ИНТЕРНЕТ-СРЕДЫ И МОДЕЛЬ ШЕЛЛИНГА НА СЛУЧАЙНЫХ ГРАФАХ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
направления 09.03.01 — Информатика и вычислительная техника
факультета КНиИТ
Кудрявцевой Елены Андреевны

Научный руководитель доцент, к. ф.-м. н.	____________	Л. Б. Тяпаев
Заведующий кафедрой доцент, к. ф.-м. н.	____________	Л. Б. Тяпаев

Саратов 2022

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире человека окружает множество самых разнообразных сетей. Ярким примером таких сетей являются современные социальные сети. В них входят сотни тысяч и миллионы объектов, к сети постоянно присоединяются новые участники, разрастаются связи между ними.

Удобная модель сети – граф. В этой модели объекты сети представляются вершинами графа, а взаимоотношения между объектами сети – ребрами. Случайный характер установления взаимосвязей между объектами сети успешно моделируется с использованием случайных графов.

С появлением Интернета теория случайных графов получила новый толчок: были предложены десятки видов случайных графов, имеющих разные правила генерации. Это многообразие видов объясняется тем, что растущие сети часто имеют различные свойства и пока не предложены графы, которые бы позволили воспроизвести все эти свойства.

случайных графов могут быть пригодны для описания реальных сетей. Эти модели позволяют провести анализ реальной сети заменив ее на модельную. В данной работе рассматривалась модель предпочтительного присоединения Барабаши–Альберта. Как было изучено в [3] модель случайного графа Эрдеша–Реньи вкупе с моделью Шеллинга подходит для описания процессов формирования сообществ.

В работе вместо модели Эрдеша–Реньи рассмотрена модель случайного графа Барабаши–Альберта и ее модификации, в силу того, что для описания реальных сетей модель Эрдеша–Реньи не подходит. Более подходящей для этой цели подходит модель предпочтительного присоединения Барабаши–Альберта.

Для этого были поставленны следующие задачи:

1. Изучение устройства модели случайных графов Барабаши–Альберт, а так же математической интерпретации модели Шеллинга;
2. Постановка практической работы;
3. Написание программ на Python, демонстрирующих работу моделей.

В качестве материалов исследования было изучено большое количество иностранных книг, статей. Например, [2] и [3].

ВКР содержит в себе 5 глав:

1. Модель Барабаши-Альберт;

2. Модель Шеллинга;
3. Связь случайных графов и модели Шеллинга;
4. Появление малых взаимосвязанных групп; Реализация моделей на языке программирования Python.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе писывается модель предпочтительного присоединения ябарабаши–Альбета.

Модель Барабаши — Альберт — одна из нескольких предложенных моделей со степенным распределением, которые генерируют безмасштабные сети. Она включает в себя две важные общие концепции:

1. рост сети
2. принцип предпочтительного присоединения (ПП)

Обе концепции широко представлены в сетях реального мира. Рост значит, что число узлов сети увеличивается со временем.

Принцип предпочтительного присоединения заключается в том, что чем больше связей имеет узел, тем более предпочтительно для него создание новых связей. Узлы с наибольшей степенью имеют больше возможностей забирать себе связи, добавляемые в сеть. Интуитивно, принцип предпочтительно присоединения может быть понят, если мы думаем в терминах социальных сетей, которые объединяют людей. Здесь связь от А к В значит, что человек А "знает" или "знаком" с человеком В. Сильно связанные узлы представлены известными людьми с большим числом связей. Когда новичок попадает в сообщество, для него более предпочтительно связаться с одним из известных людей, чем с относительно неизвестным. Подобным образом во всемирной сети страницы связываются с хабами, к примеру, с хорошо известными сайтами, как Гугл или Википедия, чем со страницами, которые мало кому известны. Если выбирать для связи новую страницу случайным образом, то вероятность выбора определённой страницы будет пропорциональна её степени. Это объясняет принцип предпочтительного присоединения.

Принцип предпочтительно присоединения — пример положительной обратной связи, где изначально случайные вариации (один узел изначально имеет больше ссылок или начинает собирать ссылки раньше других) автоматически усиливаются, тем самым значительно увеличивая разрыв.

Во второй главе рассматривается принцип работы модели сегрегации Шеллинга. Для этого представим следующий пример: создается квадрат размером NxN клеток, 90% которых в случайном порядке заполняются точками разного цвета, в нашем случае синими и красными (одна клетка – одна точка). Далее происходит следующее: выбирается точка, подсчитывается, сколько среди ее соседей такого же цвета, как она. Если число меньше чем два, точка считается несчастливой и перемещается в свободную клетку, если больше – она счастлива, оставляют там, где она находится. После этого проверки производятся еще некоторое количество раз. В процессе выводятся изображения рабочего поля с точками. Алгоритм останавливается, если все точки счастливы.

В третьей главе рассматривается проблема кластеризации, описывается связь модели Шеллинга со случайными графами.

Когда количество межцветных связей невелико, при $v = v_{crit}$ центральность сети [2, 4] изменяется и сильно уменьшается ниже v_{crit}. В таких случаях возникает "спонтанно вызванное лидерство". Два сообщества начинают взаимодействовать через двух спонтанно возникших "лидеров" (хабов [17, 18], которые имеют много связей внутри сообщества и только одну (или несколько), идущую вовне.

Узлы сети с промежуточными значениями степеней вершин являются лучшими кандидатами в лидеры в поляризованном кластере.

Статистическое объяснение этого эффекта заключается в следующем. Узлы сети с полученной случайным образом большой степени вершины являются наиболее "энергетически благоприятными", поскольку они могут участвовать во многих триадах одного и того же цвета. С этой точки зрения мы получаем больше энергии, соединяя эти узлы с вершинами того же цвета.

Таким образом, "лучшие" узлы выполняют свою работу внутри своих собственных сообществ, а для связи с "внешним миром" следует выбирать"ближайшие к лучшим" вершины. Вопрос о том, как производится данный отбор остается открытым.

Кластеризация справедлива также для полихроматических сетей из $M \geq 2$ цветов.

Две фазы, разделенные критическими линиями, представляют собой три монохроматических кластера и трехсторонний граф. Конец критической линии приближается к точке (0,0) на фазовой диаграмме таким же образом, как для двухцветной сети, показанной в семействе диаграмм на рисунке 19, то есть как $N - 1$ для трех сетей по 85 узлов в каждой.

Социальная интерпретация полихроматической сети из M цветов является прямым обобщением дихроматической модели. В полихроматических сетях спонтанное возникновение сообществ в первоначально однородной сети сопровождается самоорганизующимся выделением "лидеров". Это происходит когда параметр μ, управляющий "совпадениями малых групп", увеличивается, в то время как параметр v межкластерных отношений фиксирован.

В четвертой главе рассматриваются два "режима" появления малых взаимосвязанных групп – А и Б. Различные топологии сети основного состояния, найденные в моделях А и Б имеют разные социальные интерпретации. Простейшим примером короткого цикла (или, в более общем смысле, полностью связанной небольшой группы) может быть семья, состоящая из двух родителей и ребенка. Таким образом, увеличивая или уменьшая вес в пользу коротких циклов (что означает относительную "близость" отношений в семье), можно увеличить или уменьшить роль семьи в социальной структуре общества.

На основе модели А мы предполагаем, что, увеличивая роль семей, т.е. увеличивая среднее число треугольников, можно было бы вызвать дефрагментацию изначально однородной "протоцивилизации" в набор слабо связанных сообществ. Количество сообществ зависит от количества связей в протоцивилизации.

Известно, что переход от жизни на открытом воздухе к жизни в пещеры увеличили роль тесной группы и, следовательно, увеличили близость малых кругов, что, в свою очередь, привело к разделению всей сети (общества) на сообщества–кланы. Было бы интересно включить нашу модель в идентификацию социальных и культурных сообществ в археологическом контексте, рассмотренном в ссылке [5].

Напротив, в модели Б семейные сообщества подавляются, и в критический момент происходит полная перестройка социальной сети. Ниже некоторого критического уровня подавления треугольников, γc, все общество полностью поляризуется на две большие подгруппы. Это возникающее свойство обусловлено исключительно энтропийными силами. Связи внутри каждой из двух подгрупп очень слабы, и большая часть связей соединяет вершины между противоположными группами. Существуют различные социальные интерпретации межгрупповых связей, но в рамках каждой из этих интерпретаций агенты предпочитают развивать "внешние отношения", а не формировать внутригрупповые связи. Наше нынешнее понимание этого перехода отстает от понимания его аналога, происходящего при положительном γ.

В пятой главе приводится код программы, которая строит случайный граф по входным параметрам , а также программы, моделирующей работу модели сегрегации Шеллинга в двухцветной системе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проделанной работы были изучены модели случайных графов: Барабаши–Альберта, Боллобаша–Риордана и Бакли-Остгуста. Также была изучена модель сегрегации Шеллинга для интернет–сред, ее применение на графах предпочтительного присоединения Барабаши–Альберта. Несмотря на то, что в большей степени была рассмотрена модель именно Барабаши–Альберта, для симуляции работы интернет–сред в настоящее время больше подходит модель Бакли–Остгуса, являющаяся усовершенствованной моделью модели Барабаши–Альберта, для которой был добавлен еще один параметр - аттрактивностьвершины. Были разработаны программы для построения случайных графов, симуляция работы модели Шеллинга на двухцветной системе.

Основные источники информации:

1 O. Valba, Phase transitions in social networks inspired by the Schelling model // PHYSICAL REVIEW E 98, 032308 (2018)

2 A Random Graph Model for massive graphs. 32nd Annual ACM Symposium on Theory of Computing/ Aiello W., Chung F., Lu L., 2000. 180pp.

3 R. Albert, Hawoong Jeong, A.-L. Barabasi, "Diameter of the world-wide web Nature, 401 (1999), 130–131.

4 Community structure and scale-free collections of Erdos–Renyi graphs/ Seshadhri C., Kolda T. G., Ali Pinar. – Phys. Rev. E, 2012. Vil. 85. No. 5.

5 J. Park and M. E. J. Newman, Solution for the properties of a clustered network, Phys. Rev. E 72, 026136 (2005).