

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра Дифференциальных уравнений и математической экономики

**Теханализ в трейдинге с помощью сплайн интерполяции индикатора  
Экспоненциальное скользящее среднее**

---

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента (ки) 4 курса 441 группы

направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
код и наименование направления

механико-математического факультета

наименование факультета, института, колледжа

Камышенковой Екатерины Васильевны

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

Профессор, д.ф.-м.н., доцент

должность, уч. степень, уч. звание

\_\_\_\_\_ подпись, дата

А.Ю. Трынин

инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой

Зав. кафедрой,

д.ф.-м.н., профессор

должность, уч. степень, уч. звание

\_\_\_\_\_ подпись, дата

С.И. Дудов

инициалы, фамилия

Саратов 2022

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования.**

На современном фондовом рынке для трейдеров одним из подходов к принятию решений является технический анализ, который богат различными инструментами и методами прогнозирования рыночных цен. Математические методы играют важную, если не главную роль в техническом анализе. Математика как точная наука необходима для решения прикладных задач, математический аппарат может использоваться для анализа и прогнозирования различных данных, в том числе экономических. Интерполяция котировок ценных бумаг различными сплайнами является мало изученной темой. В данной работе будет проведено исследование эффективности индикатора Экспоненциальная скользящая средняя при помощи математического метода сплайн интерполяции.

Актуальность определила тему данной работы «Теханализ в трейдинге с помощью сплайн интерполяции индикатора Экспоненциальное скользящее среднее».

**Объектом исследования** в данной работе выступают котировки ценных бумаг.

**Предмет исследования** - эффективность технического индикатора Экспоненциальное скользящее среднее.

Целью данной работы является ознакомление с таким индикатором технического анализа как Экспоненциальная скользящая средняя, исследование эффективности данного индикатора, а так же изучение и применение метода интерполяции сплайнами в техническом анализе.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- ознакомиться с основами технического анализа на бирже;
- ознакомиться с индикатором Экспоненциальная скользящая средняя;
- изучить метод интерполяции сплайнами;
- написать программу, которая с помощью сплайнов сможет приближённо представить функцию индикатора по более разряжённым данным для минимизации расхода трафика;
- сделать заключение на основе проделанной работы.

В процессе написания работы в основном была использована учебная и научная литература.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка использованных источников и приложения.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Дипломная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованных источников и приложения

**Введение** содержит в себе актуальность, объект и предмет темы исследования, а так же цели и задачи дипломной работы.

**В первой главе** «Технический анализ на рынке ценных бумаг» рассмотрено зарождение технического анализа, его основные постулаты, так же сказано о том какие существуют индикаторы.

Индикаторы подразделяются на три категории: трендовые, осцилляторы и характеристические. К основным трендовым индикаторам относятся скользящие средние, MACD, MACD-гистограммы, ADX и т.д. Они предназначены выявлять и показывать зарождение и окончание трендов.

Самым важным, универсальным и старейшим трендовым индикатором является скользящая средняя – МА (Moving Average). Скользящие средние отслеживают развитие тенденций, их можно рассматривать как искривленные линии тренда. Наиболее распространенными типами скользящей средней являются: простая скользящая средняя, экспоненциальное скользящее среднее и взвешенное скользящее среднее.

В рамках дипломной рассматривается тип экспоненциальной скользящей средней.

Экспоненциальная скользящая средняя представляет собой разновидность взвешенной скользящей средней, которая придает больший вес или важность последним ценовым данным. Определяется следующей формулой:

$$EMA_t = \alpha \cdot P_t + (1 - \alpha) \cdot EMA_{t-1},$$

где  $EMA_t$  – текущее значение, которое принимает экспоненциальная скользящая средняя,

$EMA_{t-1}$  – предыдущее значение экспоненциальной скользящей средней,

$P_t$  – текущее значение цены,

$\alpha$  – сглаживающий коэффициент, где результат сглаживания зависит от параметра.

Первое значение экспоненциального скользящего среднего, обычно принимается равным первому значению исходной функции:

$$EMA_0 = P_0.$$

В этой главе рассмотрены проблемы и достоинства данного индикатора, а так же описаны некоторые методики прогнозирования технического анализа.

**Во второй главе** «Теория интерполирования» описывается метод приближения в решении задачи.

На биржевом рынке ценной бумагой является документ, удостоверяющий с соблюдением установленной формы и обязательных реквизитов имущественные права, осуществление или передача которых возможны только при его предъявлении. Котировка ценной бумаги — это механизм выявления цены, ее фиксация в течение каждого дня работы биржи и публикация в биржевых бюллетенях.

Аппроксимацией (приближением) функции  $f(x)$  называется случай нахождения такой функции  $F(x)$ , которая была бы близка к заданной. Интерполяция - это частный случай аппроксимации.

Вычисление неизвестных функции в некоторых точках происходит с помощью математического метода вычисления приближённых значений функции и ее производных, когда известны значения функции в фиксированных точках, называемых – узлами интерполяции. В данной работе значения функции - это цены акций, а значения узлов - это значение времени, в момент которого были сняты отсчеты.

Таким образом, нужно указать непрерывную на рассматриваемой области определения, приближающую функцию  $g(x)$ , которая должна совпадать с интерполируемой (приближаемой)  $f$ , то есть требовать выполнения равенства:

$$g(x_k) = f(x_k) = f_k, \quad k = 0, \dots, n. \quad (1)$$

Данный способ приближения принято называть интерполяцией или интерполированием, а его условие - главным условием интерполяции (ГУИ).

**В третьей главе** «Интерполирование сплайнами» рассказывается о причинах изучения сплайнов и их аппроксимативных свойств, приведено строгое

определение сплайна, описан интерполяционный сплайн третьего порядка дефекта 1 и 2, а так же алгоритмы его построения.

Потребность в аппроксимирующих функциях, которые сочетали бы в себе локальную простоту многочлена невысокой степени и глобальную гладкость на всём отрезке  $[a, b]$ , привела к появлению в 1964 г. так называемых сплайнов или сплайн-функций – специальным образом построенных гладких кусочно-многочленных функций с однородной структурой, состоящих из полиномов одной и той же степени.

Существует строгое определение сплайна. Пусть отрезок  $[a, b]$  разбит точками  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  на  $n$  частичных отрезков  $[x_i, x_{i+1}]$ . Сплайном степени  $m$  называется функция  $S_m(x)$ , имеющая следующие свойства:

1. функция  $S_m(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$  вместе со всеми своими производными  $S_m^{(1)}(x), S_m^{(2)}(x), \dots, S_m^{(p)}(x)$ , до некоторого порядка  $p$ ;
2. на каждом частичном отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$  функция  $S_m(x)$  совпадает с некоторым алгебраическим многочленом  $P_{m,i}(x)$  степени  $m$ .

Разность  $m - p$  между степенью сплайна и наивысшем порядком непрерывной на отрезке  $[a, b]$  производной называется дефектом сплайна.

Наибольшую популярность на практике получили сплайны  $S_3(x)$  третьей степени с дефектом, равным 1 или 2. Такие сплайны на каждом из частичных отрезков  $[x_i, x_{i+1}]$  совпадают с кубическим многочленом:

$$S_3(x) = P_{3,i}(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 \quad (2)$$

и имеют на отрезке  $[a, b]$  хотя бы одну непрерывную производную  $S_3'(x)$ .

Интерполяционный кубический сплайн  $S_3(x)$  - это сплайн третьего порядка, у которого, по крайней мере, имеется непрерывная первая производная. Значение  $s_i = S_3'(x_i)$  является наклоном сплайна в узле  $x_i$ .

Кубический сплайн, который принимает те же значения  $f_i$ , что и некоторая функция, является интерполяционным и служит для аппроксимации функции  $f$  на отрезке  $[a, b]$  вместе с производными.

Для кубического сплайна дефекта 2 должна гарантироваться непрерывность на длине отрезка  $[a, b]$  только функции  $S_3(x)$  и её первой производной

$S_3'(x)$ , отсюда следует что дефект данного сплайна равняется 2, а сам сплайн записывается следующим образом  $S_{3,2}(x)$ .

На практике вычисление сплайнов с дефектом 2 осложняется тем, что могут быть известны только значения интерполируемой функции в узловых точках, а не значения её первой производной. Для вычислений первой производной применяют различные способы. Простейшим из которых является вычисление среднего арифметического значения разделённых первых разностей на двух соседних интервалах.

В отличие от кубических сплайнов с дефектом 2 кубический сплайн дефекта 1, обозначаемый как  $S_{3,1}$ , имеет первую и вторую непрерывные производные, что указывает на то, что с их помощью можно увеличить степень гладкости интерполирования. Сам сплайн, вместе с первой и второй производной непрерывны во всех внутренних узлах интерполяционной сетки  $x_i, i = 1, \dots, n - 1$ , что дает  $3(n - 1)$  равенств. Таким образом, вместе с  $n + 1$  равенствами  $S_{3,1}(x_i) = f(x_i)$  получается  $4n - 2$  соотношений. Из чего следует, что для однозначной идентификации всех коэффициентов сплайна недостаёт двух определенных условий, называемых граничными.

Основные типы граничных условий так же представлены в данной главе.

Кубический сплайн дефекта 1 можно рассматривать как эрмитов кубический сплайн, удовлетворяющий условию непрерывности второй производной. Введем обозначения  $S_{3,1}'(x_i) = s_i, i = 0, \dots, n$ . Существует следующая формула:

$$S_{3,1}(x) = f_i(1 - t)^2(1 + 2t) + f_{i+1}t^2(3 - 2t) + s_i h_i t(1 - t)^2 - s_{i+1} h_i t^2(1 - t), \quad (3)$$

где  $h_i = x_{i+1} - x_i$  (в равномерной сетке  $h_i$  является шагом интерполяции);  $t = (x - x_i)/h_i$ .

Кубический сплайн такого вида на каждом из промежутков  $[x_i, x_{i+1}]$ , непрерывен вместе со своей первой производной на всем интервале  $[a, b]$ , поэтому требуется выбрать такие значения  $s_i$ , чтобы и вторая производная также была непрерывной. Так как:

$$S_{3,1}''(x) = \frac{(f_{i+1} - f_i)(6 - 12t)}{h_i^2} + \frac{s_i(6t - 4)}{h_i} + \frac{s_{i+1}(6t - 2)}{h_i}, \quad (4)$$

то при подстановке  $x = x_i$  на промежутках  $[x_{i-1}, x_i]$  и  $[x_i, x_{i+1}]$  вычисляются левая и правая производные второго порядка:

$$S''_{3,1}(x_i - 0) = 2\frac{s_{i-1}}{h_{i-1}} + 4\frac{s_i}{h_{i-1}} - 6\frac{f_i - f_{i-1}}{h_{i-1}^2},$$

$$S''_{3,1}(x_i + 0) = -4\frac{s_i}{h_i} - 2\frac{s_{i+1}}{h_i} + 6\frac{f_{i+1} - f_i}{h_i^2}.$$

Исходя из этих вычислений, условие непрерывности второй производной  $S''_{3,1}(x)$  в точках  $x_i$ , являющихся внутренними, при  $i = 1, \dots, n - 1$  выглядит следующим образом:

$$\lambda_i \mu_{i-1} + 2s_i + \mu_i s_{i+1} = 3 \left( \mu_i \frac{f_{i+1} - f_i}{h_i} + \lambda_i \frac{f_i - f_{i-1}}{h_{i-1}} \right), \quad (5)$$

где в данном случае  $\mu = h_{i-1} \times (h_{i-1} + h_i)^{-1}$ ,  $\lambda = 1 - \mu_i$ .

Таким образом, построение кубического интерполяционного сплайна по формуле (3) сводится к нахождению значений  $s_i$  при помощи системы (5), дополненной двумя различными граничными условиями из четырёх типов. Во всех четырёх случаях матрицы систем являются матрицами с диагональным преобладанием. Данные матрицы считаются невырожденными, следовательно, системы имеют решение и для каждой оно единственно. То есть, кубический сплайн для функции  $f(x)$  существует и единственен.

Так же третья глава содержит в себе описание аппроксимационных свойств кубического сплайна и оценку погрешности интерполяционного кубического сплайна.

Именно кубический сплайн дефекта 1 будет использоваться в данной работе для приближения индикатора.

**В четвёртой главе** «Теория погрешности» описано моделирование математической задачи, план действий моделирования, а так же описано что из себя представляет вычислительный эксперимент. В пункте погрешности представлены основные виды погрешностей с которыми можно столкнуться при моделировании математической задачи. Представлены два базовых вида погрешности:



1) Абсолютная погрешность.

$$\Delta(\alpha^*) = |\alpha - \alpha^*| \quad (6)$$

2) Относительная погрешность.

$$\sigma(\alpha^*) = \frac{\Delta(\alpha^*)}{|\alpha^*|} \quad (7)$$

**В пятой главе** «Приближение индикатора кубическим сплайном» поставлена практическая задача дипломной работы и описана её реализация.

Необходимо организовать загрузку на языке Python реальных исторических данных котировок акций с ресурса: <https://www.finam.ru>. Затем с помощью сплайнов приближённо представить функцию индикатора по более разряжённым данным и посчитать погрешность равномерного приближения (максимум модуля разности индикатора и его приближения). По нескольким инструментам нужно собрать статистические данные успешных прогнозов с помощью индикаторов. Посчитать успешные прогнозы по каждому из инструментов при различных параметрах индикатора. На основе полученных данных проделать вывод об эффективности индикатора Экспоненциальное скользящее среднее.

**В заключении** подведены итоги работы, сказано о выполнении поставленных целей и задач.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был исследован индикатор Экспоненциальная скользящая средняя. Была выполнена задача об аппроксимации индикатора сплайнами для экономии времени и ресурсов. На основе полученных результатов сделан вывод, о том, что индикатор приближенный с помощью сплайнов с ростом количества используемых узлов в основном показывает рост погрешности равномерного приближения, а это значит, что при увеличении узлов  $k$  прогнозная сила индикатора справляется хуже.

К достоинствам сплайн-интерполяции следует отнести высокую скорость обработки вычислительного алгоритма, поскольку сплайн - это кусочно-полиномиальная функция и при интерполяции одновременно обрабатываются данные по небольшому количеству точек измерений, принадлежащих к фрагменту, который рассматривается в данный момент. Интерполированная поверхность описывает пространственную изменчивость различного масштаба и в то же время является гладкой.