

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**Исследование динамики нелинейных систем с применением
многомасштабного вейвлет-анализа и его дополнений**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 2 курса 2241 группы
направления 09.04.02 «Информационные системы и технологии»
код и наименование направления
Института физики
наименование факультета, института, колледжа
Гуйо Германа Александровича
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор

должность, ученая степень, уч. звание

подпись, дата

А.Н. Павлов

Инициалы Фамилия

Заведующий кафедрой физики открытых систем

полное наименование кафедры

д.ф.-м.н., профессор

должность, ученая степень, уч. звание

подпись, дата

А.А. Короновский

Инициалы Фамилия

Саратов 2022 г.

ВВЕДЕНИЕ

Методы на основе вейвлетов стали очень популярными и широко распространенными подходами во многих научных и технических областях, особенно при работе с изменяющимся во времени поведением сложных систем [1–3]. В зависимости от цели исследования, рассматриваются непрерывный и дискретный варианты вейвлет-преобразования (ВП). Дискретные вейвлеты позволяют найти компромисс между количеством коэффициентов разложения и скоростью обработки сигнала. Широко применяются ортогональные базисы, такие как вейвлеты Добеши [4], в многомасштабном анализе, который использует схему пирамидальной декомпозиции для изучения характеристик сигнала в независимых частотных диапазонах. Этот метод успешно применяется в различных областях.

Существует широко используемый подход – многомасштабный вейвлетный анализ (MWA) [5], который раскладывает сигнал в ортогональном базисе скейлинг-функций и вейвлетов для получения наборов коэффициентов аппроксимации и детализации на разных уровнях разрешения. Основываясь на дисперсии коэффициентов детализации, могут быть обнаружены изменения сигнала, вызванные изменениями окружающей среды, или выявлены переходы между различными типами поведения системы, а также диапазоны масштабов, где проявляются эти различия [6,7]. Что касается физиологических систем, то есть два важных момента: диагностирование изменений в динамике и сравнение изменений, происходящих в определенных частотных диапазонах, что позволяет строить гипотезы о механизмах, которые их обуславливают. Несмотря на то, что этот метод эффективен при решении многих диагностических задач, его усовершенствование представляется полезным, особенно при работе с зашумленными наборами данных. Традиционный подход сравнивает распределения вейвлет-коэффициентов детализации в зависимости от уровня разрешения с помощью их дисперсий или стандартных отклонений [6]. Флуктуации сигнала приводят к флуктуациям коэффициентов разложения в

вейвлет-пространстве и изменению этих распределений. Когда интенсивность шума увеличивается, влияние флуктуаций может превышать изменения в динамике, связанные с детерминированным поведением системы, и учет дисперсий может быть не лучшим выбором, в отличие от других особенностей распределения, например, поведения их «хвостов» или анализа дальних степенных корреляций в сигнале.

В настоящее время одной из наиболее актуальных проблем нейронауки является диагностирование и исследование динамики головного мозга человека при различных состояниях. В силу этого многие исследования сосредоточены на изучении мозга в таких патологических состояниях как болезнь Альцгеймера и деменция. Учеными был достигнут значительный прогресс в понимании физиологических особенностей и механизмов, ответственных за эти расстройства. Однако до сих пор не ясны факторы и признаки, с помощью которых можно отличить скрытые стадии заболеваний головного мозга от небольших нарушений, связанных с естественным старением человека.

Целью выпускной квалификационной работы является изучение возможности диагностики структурных изменений и анализ изменения во времени характеристик сложных сигналов нелинейных систем с помощью расширенного многомасштабного вейвлет-анализа и его дополнений.

Материалы исследования. В качестве объектов исследования были выбраны хорошо изученные системы Лоренца и осцилляторы Рёсслера, а также экспериментальные данные ЭЭГ людей молодой и возрастной группы при выполнении задач моторно-двигательной функции (сжатие и разжимание руки).

Выпускная квалификационная работа содержит введение, три главы (1. Исследуемые системы и экспериментальные данные; 2. Методы дискретных вейвлет-преобразований; 3. Изучение динамики исследуемых систем), заключение, список использованных источников и приложение. Общий объем работы 49 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Краткие теоретические сведения. В работе применялся расширенный многомасштабный вейвлет-анализ. Проведено тестирование различных вариантов расширенного многомасштабного вейвлет-анализа, направленных на повышение качества диагностики режимов сложных колебаний и их изменений при изменении условий функционирования системы.

Расширенный многомасштабный вейвлет-анализ. Многомасштабный вейвлет-анализ является полезным математическим методом анализа сложных сигналов (например, ЭЭГ сигналов) на разных уровнях разрешения. Разложение происходит по ортонормированному базису функций различных семейств вейвлетов. Распространённым выбором для анализа сигналов ЭЭГ является вейвлет-функция семейства Добеши. На произвольном уровне m анализируемый сигнал представляется в виде

$$x(t) = \sum_k s_{m,k} \varphi_{m,k}(t) + \sum_{j \geq m} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (1)$$

где $s_{m,k}$ и $d_{j,k}$ – коэффициенты аппроксимации и детализации. Данные коэффициенты содержат информацию об особенностях исходного сигнала на разных уровнях разложения.

Различия дисперсий коэффициентов детализации на разных уровнях могут использоваться для выявления структурных изменений сигнала. Дисперсия вычисляется по формуле

$$\sigma(j, M) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle]^2} \quad (2)$$

где M – число коэффициентов разложения. В таком виде дисперсию можно использовать как однозначную характеристику сигнала. Также можно использовать в качестве характеристик энтропию Шеннона как меру сложности коэффициентов детализации на каждом уровне разложения:

$$H_j = - \sum_{i=1}^j p_i^{(j)} \log p_i^{(j)}, \quad (3)$$

где $p_i^{(j)}$ плотность вероятности вейвлет коэффициентов детализации на каждом уровне разложения j . Для количественной оценки «хвостов» функции плотности распределения имеет смысл рассчитать эксцесс распределения:

$$E_j = \frac{\mu_j^4}{\sigma_j^4} - 3, \quad \mu_j^4 = \frac{1}{J} \sum_{k=1}^J [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle]^4 \quad (4)$$

В качестве дополнительной характеристики также можно ввести комбинированный MWA&DFA метод. В соответствии с алгоритмом DFA случайные блуждания вычисляются по формуле:

$$y_j(l) = \sum_{k=1}^l [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle] \quad , \quad l = 1 \dots J \quad (5)$$

Флуктуации $y_j(l)$ около $z_j(l)$ получаются выражением:

$$F_j(n) = \sqrt{\frac{1}{J} \sum_{l=1}^J [y_j(l) - z_j(l)]^2} \quad (6)$$

Данный подход характеризует корреляционные свойства коэффициентов детализации на разных масштабах в отличие от более простой оценки стандартных отклонений.

Результаты проведенных исследований. Для детерминированной динамики модели связанных систем Рёсслера при интенсивности белого шума $I = 0$ наблюдается четкое различие между свойствами хаотических и гиперхаотических аттракторов. В частности, на рисунке 1 показаны результаты для стандартных отклонений вейвлет коэффициентов детализации, энтропии Шеннона и эксцесса плотности вероятности для первого уровня разложения $j=1$. Рассмотрение других вариантов статистики шума подтверждают результаты, полученные для нормально распределенного случайного процесса. Сравнительный анализ первых двух характеристик σ_j и α_j показывает, что при проекции показателей α_1, α_2 DFA на плоскость удастся лучше разделить области хаотического поведения и

гиперхаос, чем при оценке стандартных отклонений при построении на плоскости σ_1, σ_2 .

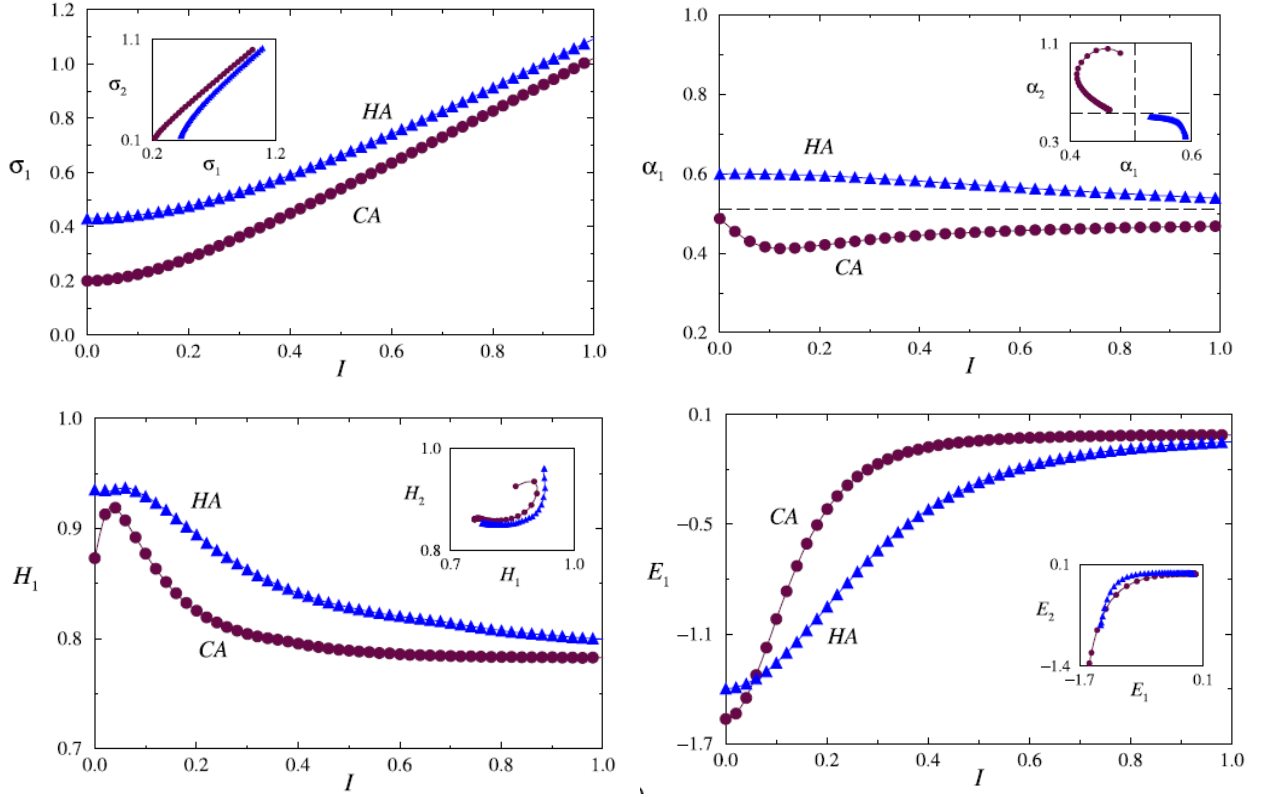


Рисунок 1. Зависимости σ_1 , H_1 , α_1 , E_1 от интенсивности белого шума I . Вставки демонстрируют зависимость характеристик для первых двух уровней разложения.

При работе с положительно коррелированным шумом ($1/f$) получаются похожие выводы. Но в этом случае при шуме с амплитудой $I \in [0,1]$ использование обоих мер σ_j и α_j позволяет разделять гиперхаотическое поведение и хаотическую динамику. Данные оценки подтверждают, что применение комбинированного подхода MWA и DFA к зашумленным наборам данных может превзойти обычный MWA со стандартным отклонением вейвлет-коэффициентов детализации.

Аналогичные исследования с использованием модели двух связанных систем Лоренца также показывают, что традиционный MWA не всегда является оптимальным выбором.

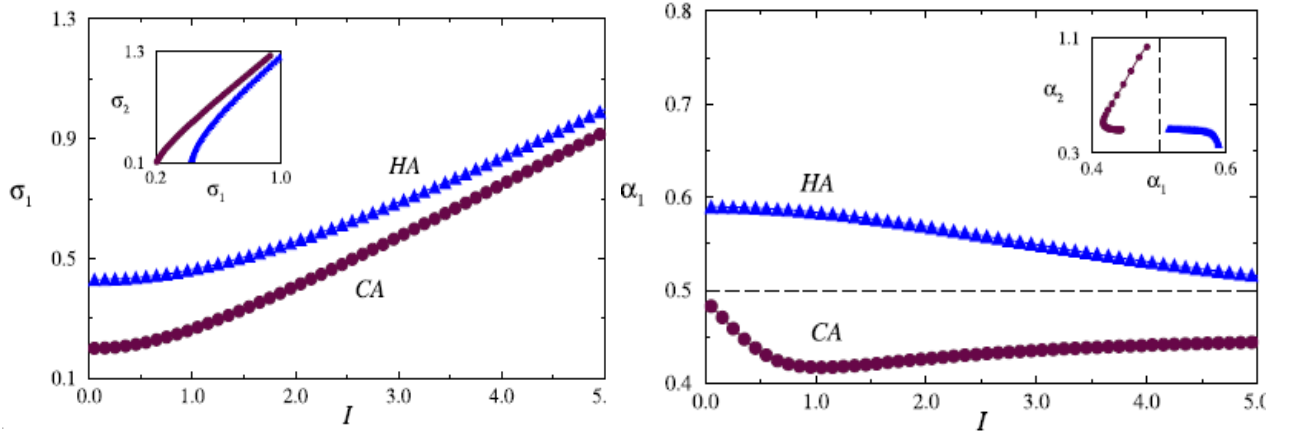


Рисунок 2. Зависимости σ_1 , α_1 от интенсивности $1/f$ шума. Вставки демонстрируют зависимость характеристик для первых двух уровней разложения.

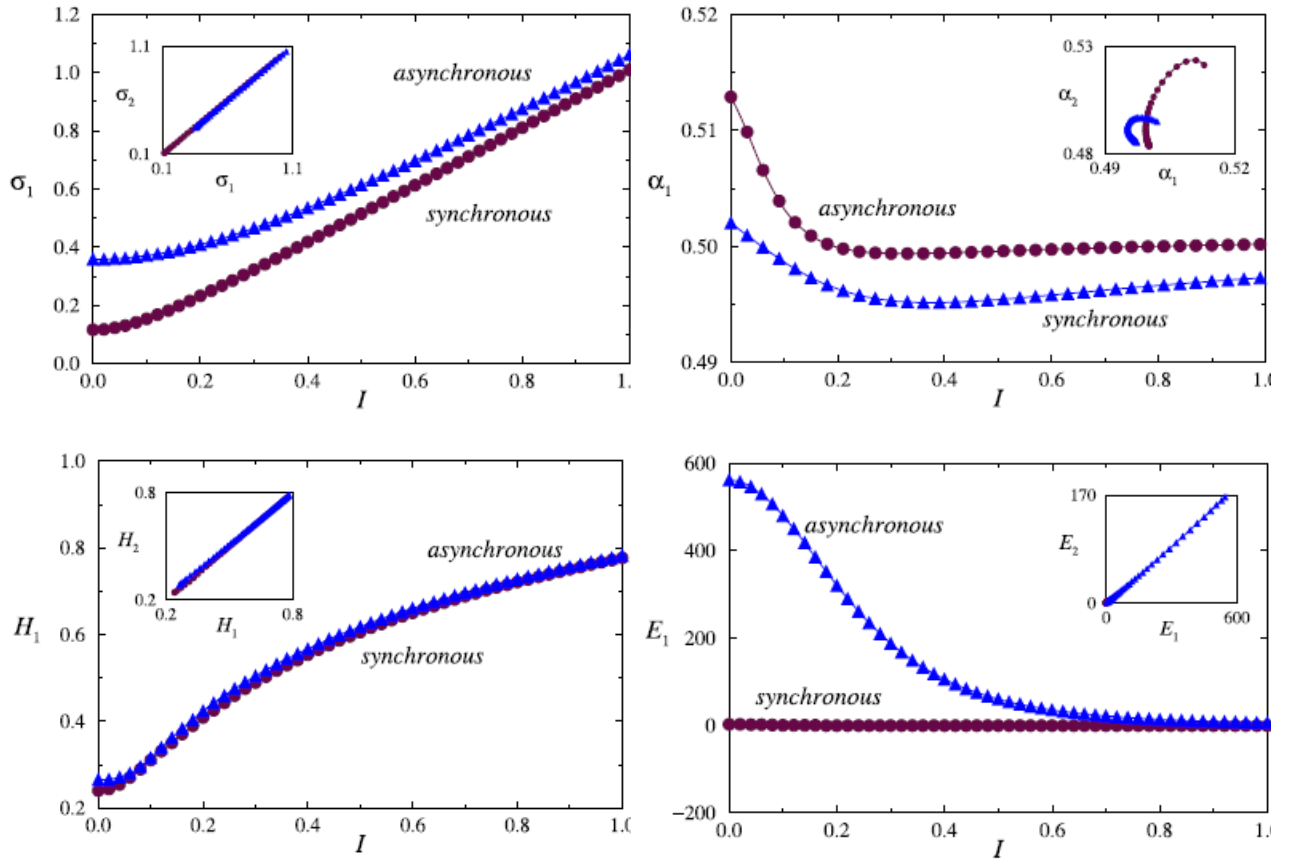


Рисунок 3. Зависимости σ_1 , H_1 , α_1 , E_1 от интенсивности белого шума I . Вставки демонстрируют зависимость характеристик для первых двух уровней разложения.

В этом примере хорошо разделяется синхронная и асинхронная динамика, если вычислять эксцесс, характеризующий «хвосты» функции плотности вероятности вейвлет-коэффициентов детализации. Различия очевидны в диапазоне $I < 0,6$. На рисунке 3 показаны результаты для случая

белого шума. Разницу в наиболее подходящем показателе можно объяснить разными типами изменений в структуре времен возврата при переходах между сложными режимами функционирования.

При рассмотрении ЭЭГ сигналов была посчитана усредненная дисперсия коэффициентов детализации для всех испытуемых по всем опытам и получены зависимости усредненной дисперсии коэффициентов от уровня детализации для правой и левой руки. Посмотрев на них поближе, видно, что наиболее четкие различия между «облаками» точек будут на 6 и 7 уровнях детализации. Поэтому для построения точек на плоскости были взяты коэффициенты именно с уровней 6 и 7 (рисунок 4). Каждая точка на плоскости это отдельный испытуемый. Видно, что «облака» имеют некоторое пересечение, и при такой картине возможная автоматическая кластеризация для оперативной диагностики динамики мозга у различных групп может пройти достаточно успешно.

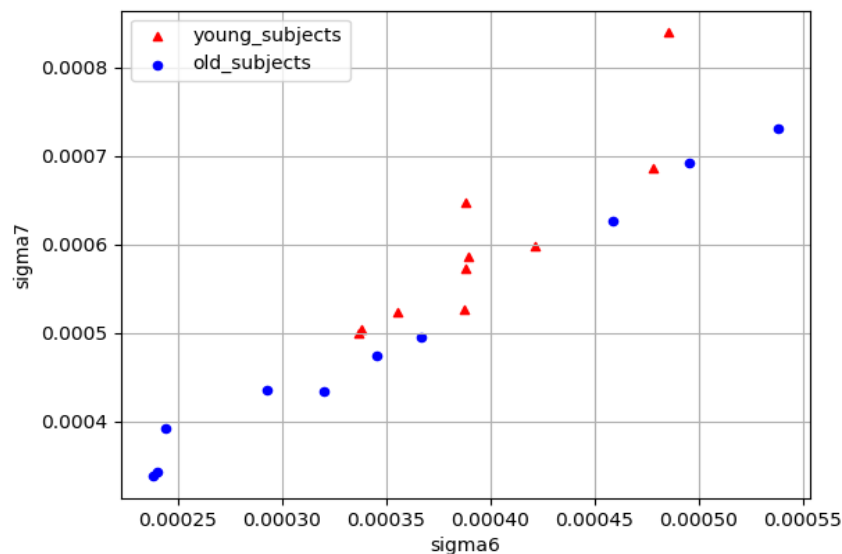


Рисунок 4. Средняя дисперсия коэффициентов детализации 6 и 7 (левая рука).

Системы с часто изменяющейся во времени динамикой демонстрируют возрастающую зависимость σ_j . На малых масштабах изменения локального среднего значения не имеют существенного влияния на распределение вейвлет-коэффициентов детализации, поскольку короткие сегменты данных

можно интерпретировать как части стационарного процесса, и характеристики, оцениваемые по этим сегментам, могут различаться только в случае краткосрочных событий (артефакты, отказ записывающей аппаратуры). При дальнейшем переходе на каждый следующий уровень разложения (от j до $j+1$), длина отрезка удваивается и становится сопоставимой в конце пирамидального разложения со всем временным рядом. В результате переходные процесс и другие нестационарные компоненты могут оказывать более сильное влияние, и дисперсия растет. Изменяющаяся динамика физиологических систем часто отражает реакцию на изменение состояния системы. Задания на мелкую моторику, рассматриваемые в этом исследовании, являются примером, когда ожидается изменяющаяся временная динамика ЭЭГ сигнала, а предмет исследования заключается в поиске различий между ответами разных групп на моторно-двигательные задачи.

Также интерес представляют графики распределения точек, для левых и правых рук для конкретной группы. Пожилые добровольцы характеризуются почти одинаковыми значениями σ_j для таких движений, т.е. имеют отчетливо меньшие различия между ответами на двигательные задачи, выполняемые правой и левой рукой. Таким образом, разность данных характеристик $\Delta\sigma_j$ можно использовать для количественной оценки межгрупповых различий (рисунок 5). Если усреднить разности коэффициентов для обеих групп, то можно увидеть, что различия между группами имеют довольно существенный характер.

Отчетливые возрастные различия между реакциями молодой и возрастной групп на движения могут быть улучшены, если вычислить асимметрию и эксцесс распределения коэффициентов детализации $d_{j,k}$. С помощью кумулянтов можно получить более информативное описание функции распределения вероятностей, его свойства симметрии и поведение «хвостов» распределения. Эффективность расчёта кумулянтов при поиске различий между двумя группами можно оценить на основе критерия

Стьюдента и поиска максимального t -значения, которое количественно определяет различия между характеристиками сегментов ЭЭГ в вейвлет-пространстве. Существенные значения t получаются для асимметрии ΔA_j и эксцесса ΔE_j - 10.32 ± 0.46 и 7.26 ± 0.37 , соответственно. Для $\Delta \sigma_j$ значения 2.38 ± 0.23 , следовательно, оценка асимметрии и эксцесса выявляет более существенные различия между распределениями $d_{j,k}$ для записей ЭЭГ у молодых и возрастных людей при сравнении мелкой моторики.

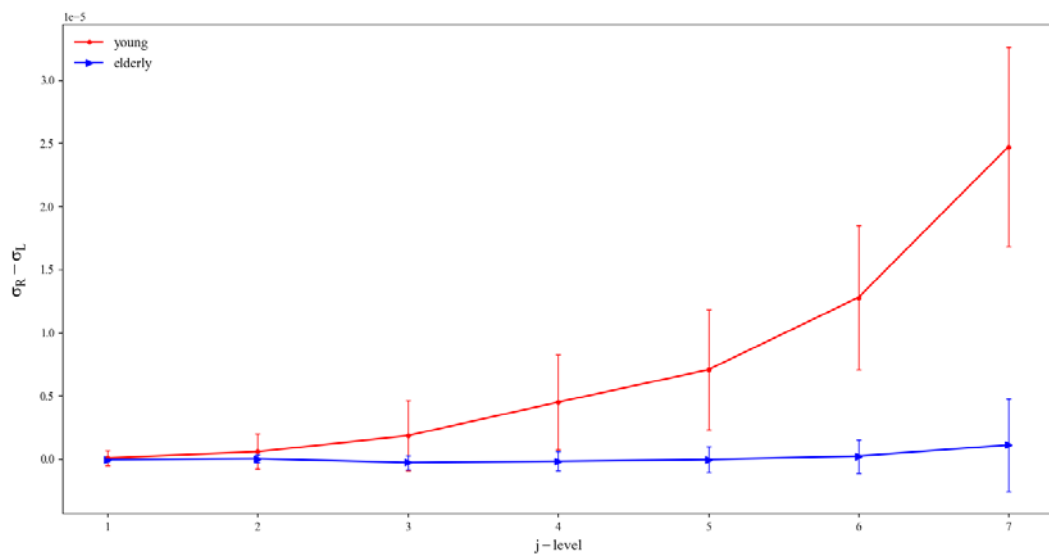


Рисунок 5. Разность $\Delta \sigma_j$ между характеристиками правых и левых рук.

Ещё одним вариантом исследования динамики может являться рассмотрение в качестве характеристики энтропии Шеннона как меры сложности вейвлет-коэффициентов на каждом уровне разложения. Построенная зависимость показала, что наибольшая разница между испытуемыми разного возраста имеется на 2 и 3 уровнях разложения. Стоит отметить, что рассмотрение различных характеристик даёт возможность их комбинации для улучшенной диагностики физиологических сигналов. Например, энтропии на 3 уровне и стандартного отклонения на 7 уровнях.

В этом случае на плоскости можно увидеть своеобразные «облака», которые имеют меньшее пересечение между собой, чем в варианте с чисто стандартным отклонением, что впоследствии может облегчить оценку

межгрупповых различий при выполнении моторно-двигательных задач, а также обеспечить более точную кластеризацию данных (рисунок 6).

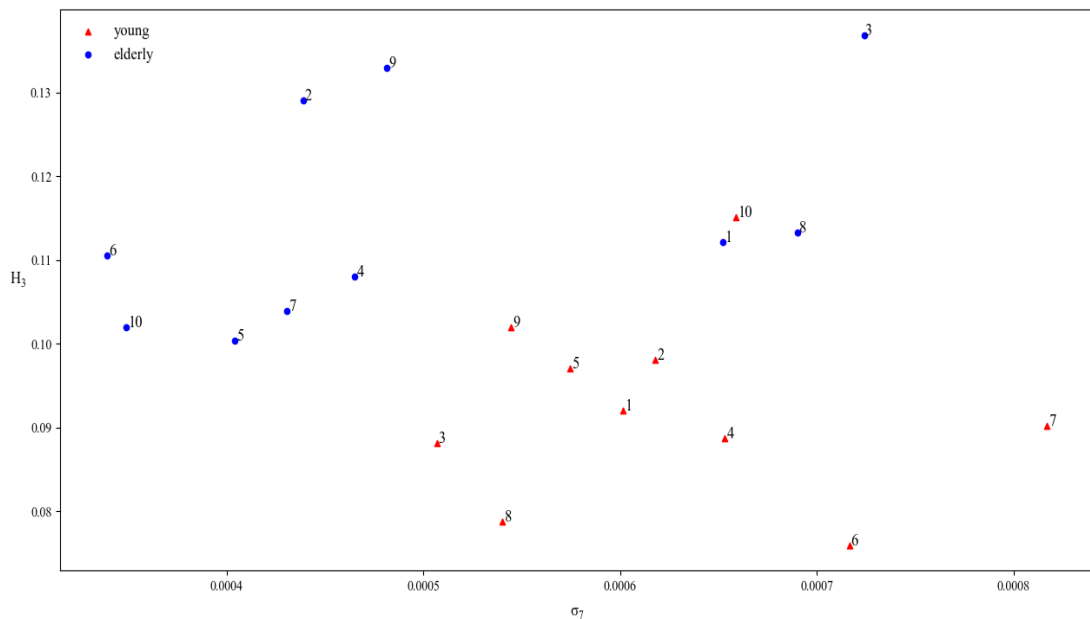


Рисунок 6. Зависимость энтропии Шеннона H_3 от дисперсии σ_7 для правой руки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной исследовательской работе проведено изучение возможности диагностики структурных изменений и анализ изменений во времени характеристик сложных сигналов нелинейных систем с помощью расширенного многомасштабного вейвлет-анализа. Выполнен ряд вычислений качественных характеристик исследуемых групп сигналов, а также рассмотрена возможность комбинации полученных признаков для последующей диагностики и классификации сложных сигналов.

Этот анализ показал, что эффективность обычного метода MWA может быть улучшена за счет учета корреляционных особенностей коэффициентов разложения, характеризующихся оценкой показателя скейлинга DFA и эксцесса. Первый подход показал лучшее разделение между зашумленными наборами данных, характеризующих хаотическую и гиперхаотическую динамику связанных систем Рёсслера, и для некоторых других моделей. Второй подход может лучше подходить для наборов данных, содержащих экстремальные

явления. Таким образом, более тщательный анализ детальных вейвлет-коэффициентов может улучшить диагностику сложных процессов, хотя эффективность различных мер зависит от изучаемой системы и свойств наборов данных.

Общая идея заключалась в том, чтобы показать, как с учетом различных характеристик распределения вероятностей можно улучшить диагностику исследуемой системы. В качестве эксперимента были выбраны задачи на мелкую моторику, заключающиеся в сжимании и разжимании кисти рук, для молодой и возрастной групп испытуемых. Полученные результаты показывают, что простой алгоритм MWA с оценкой стандартного отклонения (дисперсии) вейвлет-коэффициентов детализации описывает эффекты старения, но использование асимметрии и эксцесса распределения вероятностей делает межгрупповое разделение более выраженным и значительным. Таким образом, результаты этого исследования подтверждают преимущества расширенной версии MWA для решения задач диагностики и распознавания сложных сигналов, например, ЭЭГ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] R.M. Steketee, R. Meijboom, M. de Groot, E.E. Bron, W.J. Niessen, A. van der Lugt, J.C. van Swieten, M. Smits // *Neurobiol. Aging* 43, 119 (2016)
- [2] M. Yu, A.A. Gouw, A. Hillebrand, B.M. Tijms, C.J. Stam, E.C. van Straaten, Y.A. Pijnenburg // *Neurobiol. Aging* 42, 150 (2016)
- [3] E. Yu, Z. Liao, D. Mao, Q. Zhang, G. Ji, Y. Li, Z. Ding // *Curr. Alzheimer Res.* **14**, 628 (2017)
- [4] J. Fernandez-Ruiz, A. Peltsch, N. Alahyane, D.C. Brien, B.C. Coe, A. Garcia, D.P. Munoz // *Neuroimage* 165, 92 (2018)
- [5] N.S. Ward // *Ageing Res. Rev.* 5, 239 (2006)
- [6] N.S. Frolov, E.N. Pitsik, V.A. Maksimenko, V.V. Grubov, A.R. Kiselev, Z. Wang, A.E. Hramov // *PLoS ONE* 15(9), e0233942 (2020)
- [7] J. Dushanova, M. Christov // *Adv. Med. Sci.* 59, 61 (2014)