

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУ-
ДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра физики открытых систем
наименование кафедры

**Численное исследование синхронизации в сетях фазовых осцилляторов
Курамото с различными топологиями межэлементных связей**

наименование темы выпускной квалификационной работы полужирным шрифтом

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента _____ 2 _____ курса _____ 2241 _____ группы

направления _____ 09.04.02 «Информационные системы и технологии»
код и наименование направления

институт физики
наименование факультета, института, колледжа

Нестерчук Павел Вадимович
фамилия, имя, отчество (именительный падеж)

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., доцент
должность, уч. степень, уч. звание

подпись, дата

О.И. Москаленко
инициалы, фамилия

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор
должность, уч. степень, уч. звание

подпись, дата

А.А. Короновский
инициалы, фамилия

Саратов 2022

Общая характеристика работы. Вопрос о связи структуры сети и процесса синхронизации стал динамично развиваться не так давно. Это стало возможным благодаря достижению необходимого уровня развития науки о сложных сетях и наличию уже нескольких вариантов проработанных моделей синхронизации.

Динамичное развитие библиотек и других инструментов для изучения сложных сетей лишний раз подчёркивает, что тема продолжает исследоваться. Примеры: NetworkX, pyclustering.

Публикуются работы, где авторы пытаются изучать предсказательные способности модели в физических экспериментах по сверхпроводимости [1, 2]. Тот факт, что в новых публикациях ставятся новые вопросы, говорит о том, что и по сей день тема остаётся не до конца проработанной и заслуживает внимания.

Одними из нерешенных проблем являются: изучение влияния различных топологий связи на установление синхронизации в сети, а также влияние роли коэффициента глобальной кластеризации на синхронизацию в сети.

Этим двум вопросам и посвящена настоящая магистерская работа.

Задачи: написать программу, провести численное моделирование, получить зависимость времени насыщения до определённого уровня параметра порядка от вероятности перезамыкания связей в сети с топологией «малый мир», исследовать влияние коэффициента кластеризации на процессы синхронизации в сети.

Основное содержание работы. Во введении обосновывается важность изучения феномена синхронизации, который встречается в столь широком спектре явлений. Осуществляется постановка задачи и выбираются инструменты для её реализации.

В первой главе, раздел 1.1 раскрывается термин «Наука о сетях», излагается теория графов и вводятся в оборот необходимые термины. В разделе 1.2 перечисляются основные виды топологий. В разделе 1.3 рассматривается понятие средней длины кратчайшего пути. В разделе 1.4 вводится понятие коэффициента кластеризации в теории графов, говорится о существовании двух версий этой меры, глобальной и локальной. В разделе 1.5 подробно разбирается термин «глобальный коэффициент кластеризации». В разделах 1.6-1.9 анализируются

особенности топологий, перечисленных в разделе 1.2, а также рассматриваются основные характеристики, позволяющие проводить подобный анализ.

Далее в работе, в разделе 1.10 описывается модель глобально связанных осцилляторов Курамото, которая позволяет провести сравнительное изучение процессов синхронизации в сетях различных топологий. В разделе 1.11 детально рассматривается параметр порядка r .

Вторая глава – это практическая часть работы. Практическая часть работы посвящена анализу процессов синхронизации с помощью параметра порядка r . В разделе 2.1 рассматриваются возможные варианты детектирования синхронизации. В разделе 2.2 проводится моделирование синхронизации в сетях различных топологий. Для понимания достоверности моделирования сначала рассматривается полносвязная сеть – классический случай синхронизации, описанный Курамото.

После нескольких экспериментов было выбрано оптимальное число узлов сети для возможности проведения моделирования сети в разумные сроки. Число n выбрано равным 229 элементам. Для получения репрезентативного результата проводилось 20 экспериментов с различными начальными условиями. Время t выбрано равным 1000. Сила связи λ менялась в диапазоне $[0, 1]$ с шагом $1/1000$. На рисунке 1 представлены полученные результаты.

На графике (рисунок 1) можно пронаблюдать увеличение параметра r до единицы при увеличении коэффициента связи до определённого порогового значения, что соответствует ожидаемому поведению системы осцилляторов Курамото. Имеется значение λ_{crit} , при достижении которого система переходит в режим глобальной синхронизации и при дальнейшем увеличении λ в нём и остаётся. На рисунке приведены значения для λ от 0 до 0.04, так как вплоть до 1 сохраняется синхронное состояние.

Далее в работе рассматриваются зависимости r от времени и r от параметра связи λ . Первая зависимость необходима для того, чтобы понять склонность топологий к синхронизму, а вторая – для определения параметров, при которых в системе наступает синхронизация. Ставится численный эксперимент для

кольцевой топологии, показывающий, что в системе не наблюдается синхронизма. Тогда создаётся топология «кольцо уменьшающихся колец», чтобы получить лучшее понимание процессов, происходящих в системе.

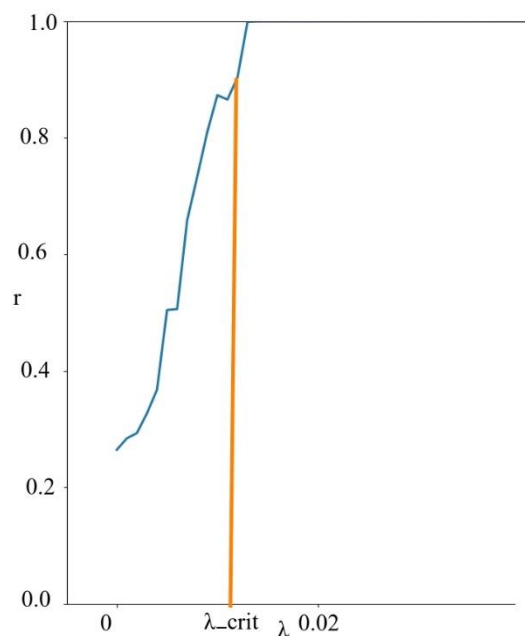


Рисунок 1 – Зависимость параметра порядка r от параметра связи λ . На графике отмечено, как при достижении определённого порогового λ_{crit} система переходит в режим глобальной синхронизации

Топология имеет коэффициент кластеризации $C = 0$, также как и обычное кольцо и высокий показатель L – длины среднего пути, но он ниже, чем просто в кольцевой топологии. В этой топологии каждым элементом кольца является также кольцо. Они уменьшаются от размера $n-1$ главного кольца до 3 элементов, что позволяет последнему кольцу после подключения иметь 4 элемента, что в свою очередь сохраняет $C = 0$ (рисунок 2).

Проведено численное моделирование уже для этой топологии. Не получив ожидаемого результата, получена зависимость от времени при значении $\lambda = 1$. Было проведено 20 экспериментов с различными начальными условиями. Время t выбрано равным 1000. Полученные результаты приведены на рисунке 3.

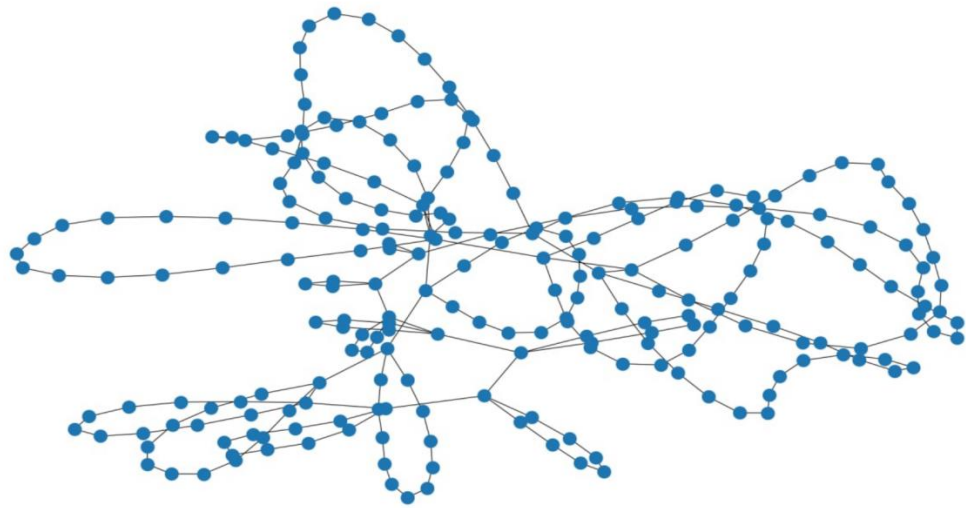


Рисунок 2 – Топология кольцо уменьшающихся колец

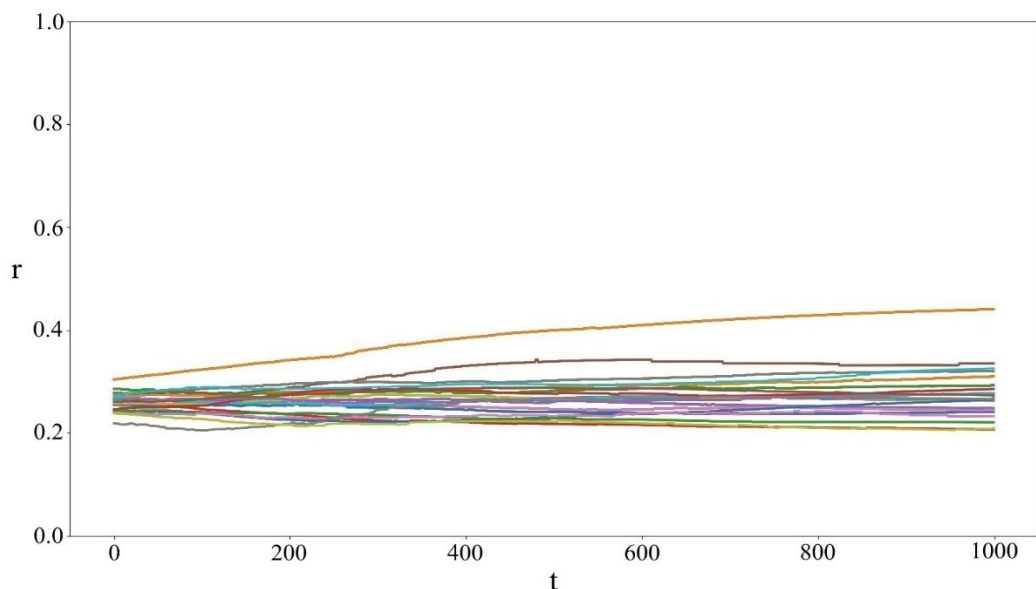


Рисунок 3 – Процесс установления синхронизации в топологии кольцо уменьшающихся колец при $n = 229$. Представлено 20 графиков, взятых с разными начальными условиями

Для такой топологии характерен коэффициент кластеризации $C = 0$.

Получив столь интересные результаты, было решено глубже изучить работы по данной теме.

Можно сказать, что кольцевые структуры не склонны к глобальной синхронизации в классическом ключе, который демонстрируют полносвязные сети. Такие же данные приводятся в большом количестве работ, в них указывается на

возможно «химерные состояния», выделение и синхронизацию локальных и удалённо связанных кластеров.

В статье 2014 года Луи Пекора из лаборатории военно-морских исследований США и его соавторы собрали довольно обширный материал о том, как понимать синхронизацию в сетях. Основываясь на предыдущей работе, они показали, что сети распадаются на «кластеры» осцилляторов, которые синхронизируются. Особым случаем кластерной синхронизации является «удаленная синхронизация», при которой генераторы, которые не связаны напрямую, тем не менее синхронизируются, образуя кластер, в то время как генераторы между ними ведут себя по-разному, обычно синхронизируясь с другим кластером. В 2017 году группа Моттера обнаружила, что осцилляторы могут удаленно синхронизироваться, даже когда осцилляторы между ними некогерентно дрейфуют [3].

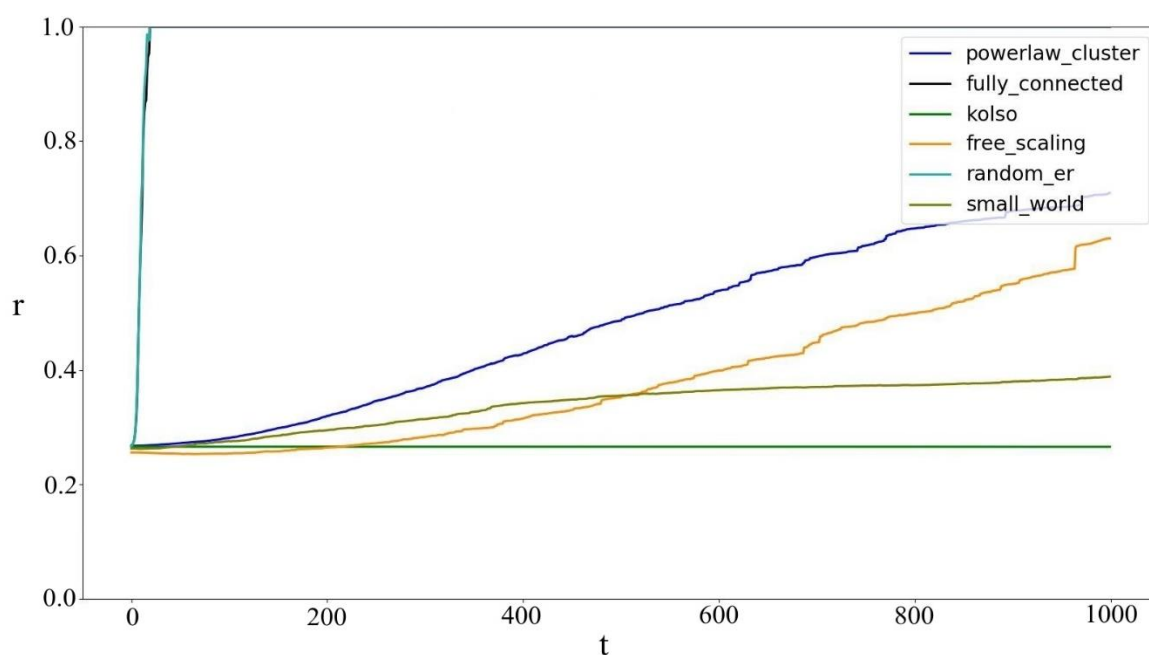


Рисунок 4 – Зависимость r от t . Процесс установления синхронизации в топологиях: кольцо уменьшающихся колец, полносвязной, Small World, Random, Scale-free при $n = 229$. Представлены усреднения по 20 графикам, взятым с разными начальными условиями

Далее, в работе рассмотрены процессы в сетях других топологий в зависимости от времени при значении $\lambda = 1$.

Поставив для других топологий аналогичные эксперименты при числе осцилляторов $n = 229$, получены данные, которые приведены на рисунке 4.

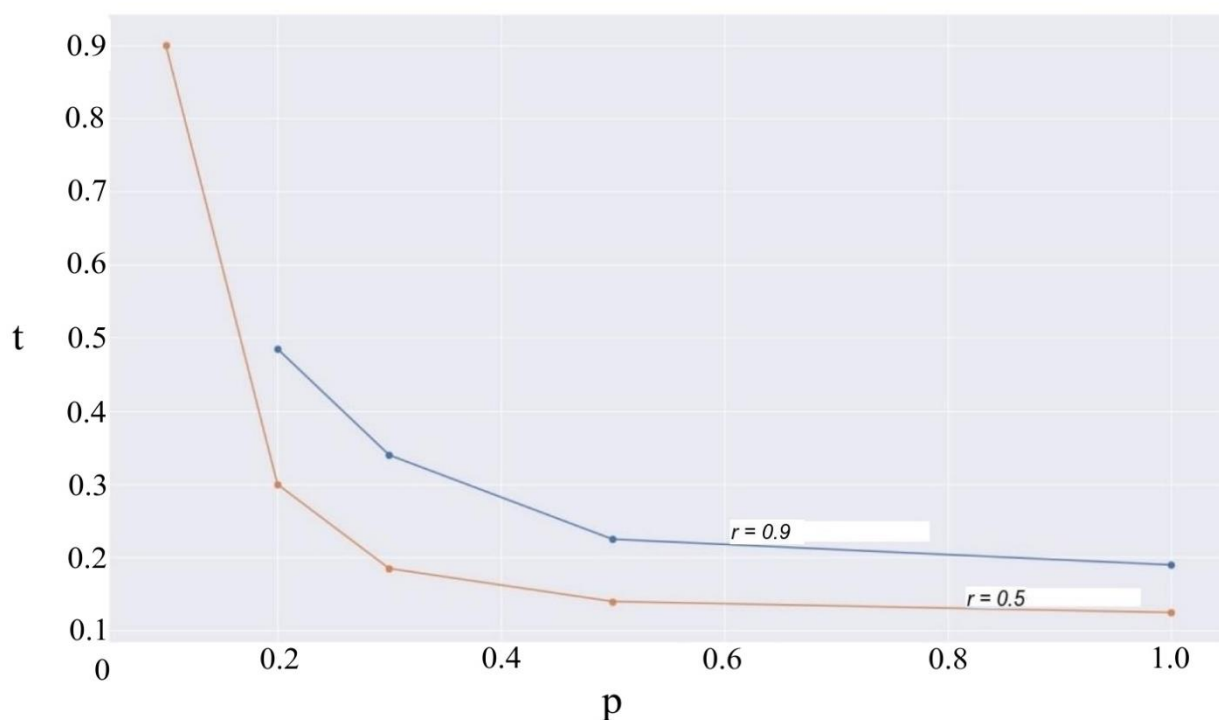


Рисунок 5 – График зависимости t (времени насыщения до определённого r) от p . Наиболее характерный для модели “Малый мир” является участок $p \in [10^{-3}, 10^{-1}]$ Были взяты значения $r = 0.9$ и 0.5

Можно отметить, что крайне схожее поведение демонстрируют сети полносвязной топологии и рандомной топологии (по модели Эрдеша-Реньи).

Топология же Small-World демонстрирует похожее, но всё же отличающееся от кольцевой топологии поведение. Стоит отметить, что при большом числе переподключений из кольцевой топологии получается топология аналогичная рандомной по своим характеристикам [4].

В рамках выполнения одной из поставленных задач, получения зависимости времени насыщения до определённого уровня параметра порядка от вероятности перезамыкания связей в сети с топологией «малый мир», был получен новый для науки результат: построен график зависимости t (времени насыщения до определённого r) от p – вероятности переподключения узлов (рисунок 5). Данный график может дать представление о влиянии типа топологии на скорость насыщения.

В разделе 2.3 рассматривается связь коэффициента кластеризации и процессов синхронизации в безмасштабной (Scale-free) топологии.

В данном эксперименте за основу берётся алгоритм библиотеки NetworkX, позволяющий генерировать сеть топологии Scale-free с заданным количеством связей узлов m , а также позволяющий задавать уровень кластеризации (число закрытых треугольников).

Ставится численный эксперимент для разных значений C , в промежутке $[0.7, 0.9]$, целью которого является следующая задача данной работы – исследование влияния коэффициента кластеризации на процессы синхронизации в сети. Результаты представлены на рисунке 6. Критерием достижения синхронного состояния считается значение $r > 0.95$.

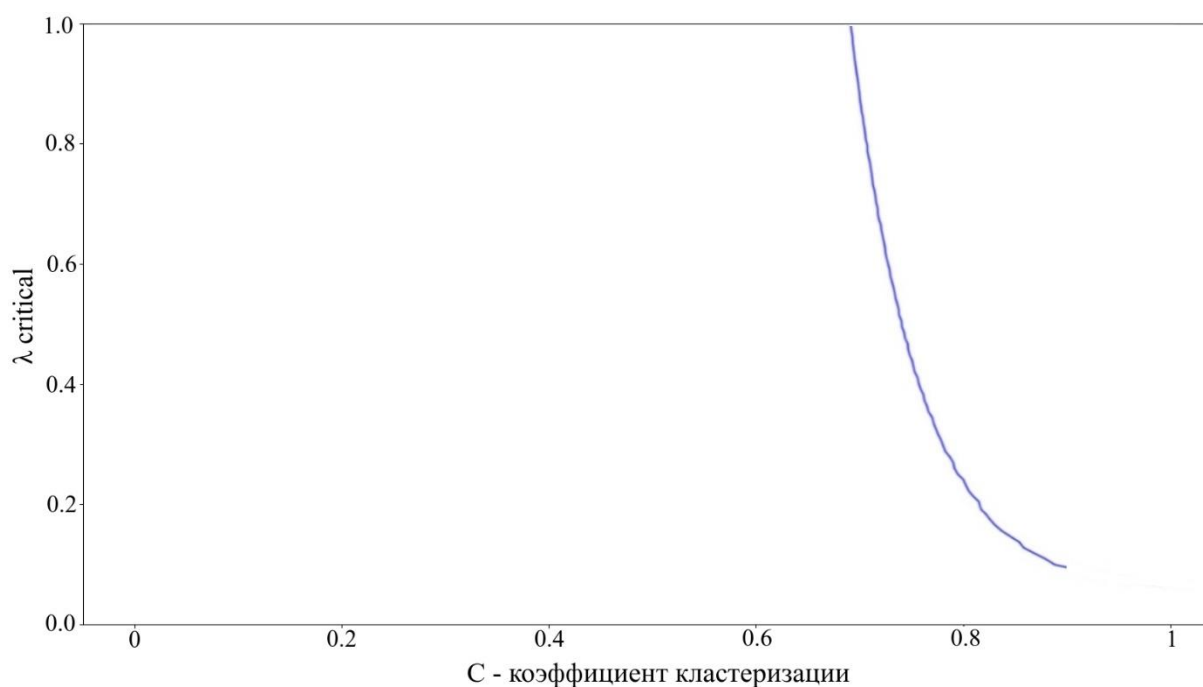


Рисунок 6 – График зависимости порогового значения коэффициента связи λ_{crit} от C – коэффициента кластеризации. Коэффициент кластеризации меняется в промежутке $[0.7, 0.9]$. Топология сети – Scale-free (безмасштабная)

Можно резюмировать, что коэффициент кластеризации C влияет на процесс глобальной синхронизации в сети, что и удалось пронаблюдать в данном эксперименте, а также установить вид зависимости (рисунок 6).

Таким образом, можно констатировать, что последняя поставленная, в данной работе задача, успешно выполнена.

Заключение. В данной магистерской работе получена зависимость времени насыщения до определённого уровня параметра порядка от вероятности перезаключения связей в сети с топологией «малый мир». Также установлено наличие влияния коэффициента кластеризации на процессы синхронизации в сети. Полученные данные говорят о прямом влиянии коэффициента кластеризации на процессы синхронизации. Установлен вид зависимости порогового значения коэффициента связи от коэффициента кластеризации.

В ходе выполнения данной работы была написана программа для нахождения зависимости глобального параметра порядка в сети фазовых осцилляторов Курамото от коэффициента связи. Освоены библиотеки NetworkX и pyclustering. Также изучены передовые практики и приёмы по написанию быстрого кода на языке Python и опробована их применимость при научных расчётах. Получен положительный результат, удалось уменьшить время исполнения программы более чем в 2 раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Menara, T.; Baggio, G.; Bassett, D.; Pasqualetti, F., Stability Conditions for Cluster Synchronizations in Networks of Heterogeneous Kuramoto Oscillators, 2020, IEEE Transactions on Control of Network Systems. 7 (1): 302–314. arXiv:1806.06083. doi:10.1109/TCNS.2019.2903914. S2CID 73729229.

2. N. Wolchover, Scientists Discover Exotic New Patterns of Synchronization, April 4, 2019, Quantamagazine.

[Электронный ресурс]

<https://www.quantamagazine.org/physicists-discover-exotic-patterns-of-synchronization-20190404/#>

(Дата обращения: 13.01.2022)

3. L. Zhang, A. E. Motter, T. Nishikawa, Incoherence-Mediated Remote Synchronization, Phys. Rev. Lett. 118, 174102 (2017).

4. D. J. Watts, S. Strogatz, 1998, "Collective dynamics of 'small-world' networks", Nature, 393 (6684): 440–442, Doi:10.1038/30918.