

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**РЫНОК ЦЕННЫХ БУМАГ. ОПЦИОНЫ НА МИРОВОМ
РЫНКЕ**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 2 курса 248 группы

направления 09.04.03 — Прикладная информатика

механико-математического факультета

Тодоровой Кристины Дмитриевны

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н. , доцент

А. В. Шаталина

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2022

ВВЕДЕНИЕ

В мировой экономике рынок производных финансовых инструментов играет важную роль. Благодаря им расширяются возможности оптимизации рисков, улучшаются условия привлечения/размещения средств, снижаются расходы по формированию портфелей с требуемыми характеристиками.

Операции с деривативами, позволяющие получить большую норму прибыли, являются более рискованными, поскольку характеризуются высокими значениями финансового рычага. При этом опционы в силу нелинейности финансовых характеристик, представляются существенно более сложными с точки зрения вопросов ценообразования, анализа ценовой динамики, построения торговых стратегий. Именно поэтому оценка различных опционов имеет большое прикладное значение при разработке стратегий на мировых финансовых и фондовых рынках.

Именно поэтому оценка различных опционов имеет большое прикладное значение при разработке стратегий на мировых финансовых и фондовых рынках.

Актуальность данной темы обеспечивается тем, что состояние финансового рынка подвержено частым изменениям, к которым необходимо быстро приспосабливаться и возрастает потребность использования не только научно, но и практически обоснованных стратегий управления ценными бумагами, а так же по данной тематике материалов на русском языке не так много, поэтому вопрос оценки барьерных опционов в свете прогнозирования валютного курса является актуальным.

Целью магистерской работы является изучение и анализ теории рынка ценных бумаг, в частности, анализ опционов на мировом рынке. А также моделирование цен различных видов опционов на основе изученных моделей ценообразования опционов.

Объект исследования цены опционов.

Предмет исследования набор опционов для моделирования цен.

В России существует уже достаточно развитый рынок стандартных опционов. Рынок экзотических опционов и структурированных продуктов, построенных на их основе, в нашей стране пока развит очень слабо. Одна из причин

этого явления состоит в том, что немногие участники рынка умеют оценивать такие продукты. Барьерные опционы являются примером экзотических опционов, которые не так широко представлены на рынке, как классические виды производных финансовых инструментов. Для решения задачи оценки стоимости экзотических, и в частном случае, барьерных, опционов, лучшим решением будет использовать метод Монте-Карло.

Практическая значимость. Главной задачей, которая может быть решена с использованием теории ценообразования опционов, выступает определение самой выгодной сделки, с точки зрения конкретного инвестора. Совершая торговые операции с опционами, трейдеры заключают контракты на возможность осуществления сделок с базовым активом. Понимание того, как образуется та или иная цена, позволяет совершать сделки по более выгодным ценам и максимизировать доход от опционной торговли. В работе разобраны методы оценки стоимости опционов. На языке программирования *Python* смоделированы цены для различных опционов.

Структура и содержание магистерской работы. Магистерская работа состоит из введения, шести разделов, заключения, списка использованных источников, содержащего 22 наименования, приложения. Общий объем работы составляет 74 страницы, включая приложение.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении кратко изложена проблема исследования магистерской работы, приведены цели работы.

В первом разделе рассматриваются основные понятие финансового рынка, изучены его объекты: основные ценные бумаги и производные финансовые инструменты. Так же рассмотрены правила работы с этими инструментами и их отличия друг от друга. Объекты финансового рынка могут быть разделены на основные ценные бумаги и производные финансовые инструменты.

К основным ценным бумагам относятся: акции и облигации.

Производным финансовым инструментом называется финансовый инструмент величина или, например, стоимость которого зависит от другого,

более базисного объекта финансового рынка. Привлекательность рынка производных ценных бумаг объясняется тем, что они требуют существенно меньших начальных затрат по сравнению с основными ценными бумагами. К производным инструментам относятся опционы, форварды, фьючерсы, свопы и их многочисленные варианты, а также варранты, конвертируемые облигации, кепы, коллары и флоры. Рассмотрим подробнее некоторые из них.

Во втором разделе изучается структура рынка ценных бумаг и основные функции финансового рынка в рыночной экономике. Основными функциями финансового рынка в рыночной экономике являются:

- Мобилизация временно свободных денежных средств и их эффективное распределение между участниками инвестиционного процесса.
- Обобщение формирования рыночных цен на финансовые инструменты.
- Создание условий для минимизации рисков.

В третьем разделе изучены опционы и их виды. *Опцион* - ценная бумага, дающая её владельцу право купить определённое имущество у лица, выпустившего опцион – call option, (или продать определённое имущество лицу, выпустившему опцион – put option) по установленной цене (strike price) в течение некоторого времени (expiration date).

По правилу исполнения опционы делятся на американские, европейские и бермудские.

Барьерные опционы – это измененная форма стандартных опционов, которые включают как пут опционы, так и кол опционы. Барьерные опционы характеризуются ценой исполнения и уровнем барьера, а также скидкой (cash rebate), связанной с достижением уровня барьера. Как и в случае со стандартными опционами, уровень цены исполнения определяет платеж при экспирации. Однако контракт по барьерным опционам определяет, что выплаты зависят от того, достигнет ли спотовая цена барьера до момента экспирации опциона. Вдобавок, если барьер достигнут, некоторые контракты подразумевают, что владелец опциона получит скидку.

В четвертом разделе рассматриваются особенности торговли опционами. Рассмотрим базовые позиции такие как:

Long call option - покупка опциона с правом покупки,

Short call option - продажа опциона с правом покупки.

Пусть $S(t)$ - цена некоторой акции в момент t , $S(T)$ - цена той же акции в момент T . А и Б заключают сделку. Они определяют при заключении договора цену X , и в момент T участник А платит участнику Б сумму $S(T) - X$, если $S(T) > X$. Если же $S(T) \leq X$, то никаких платежей в момент T не происходит. При заключении такой сделки участник Б должен заплатить участнику А некоторую сумму $c(t)$. Эта сделка является европейским опционом колл, то есть опционом на покупку акции.

Позиция участника А в сделке является короткой (short) и размер выплат равен $\min(X - S(T), 0)$. Позиция участника Б в данной сделке является длинной (long) и размер выплат равен $\max(S(T) - X, 0)$.

Следующие базовые позиции такие как:

Long put option - покупка опциона с правом продажи,

Short put option - продажа опциона с правом продажи.

Пусть $S(t)$ - цена некоторой акции в момент t , $S(T)$ - цена той же акции в момент T . А и Б заключают сделку. Они определяют при заключении договора цену X , и в момент T участник А платит участнику Б сумму $X - S(T)$, если $S(T) < X$. Если же $S(T) \geq X$, то никаких платежей в момент T не происходит. При заключении такой сделки участник Б должен заплатить участнику А некоторую сумму $p(t)$. Эта сделка является европейским опционом пут, то есть опционом на продажу акции [8], [9], [10].

Позиция участника А в сделке является короткой (short) и размер выплат равен $\min(S(T) - X, 0)$. Позиция участника Б в данной сделке является длинной (long) и размер выплат равен $\max(X - S(T), 0)$.

Факторы, от которых зависит цена опциона

Цена опциона должна зависеть от:

1. момента времени t и от срока истечения опциона T ;
2. текущей цены акции $S(t)$, цены исполнения X , выплачиваемых дивидендов;
3. характера изменения цены акции с течением времени (чем больше колебания, которые испытывает цена акции, тем выше цена опциона);
4. вида опциона (европейский или американский).

В пятом разделе изучены модели ценообразования опционов. Существующие методы оценки опционов (как стандартных, так и экзотических) можно разделить на две основные группы:

1. Аналитические методы, т.е. оценка с помощью математически выведенных формул, которые позволяют мгновенно получить стоимость опциона. Формула Блэка-Шоулза для оценки стандартных европейских опционов – пример такой формулы.
2. Численные методы включают в себя биномиальный метод, метод конечных разностей и метод Монте Карло.

Простейшая биномиальная модель

В этой модели S - цена актива без каких-либо специальных ограничений типа цены облигации с погашением (в момент погашения цена равна номиналу облигации), например, это цена акции. Пусть единица временного промежутка есть день. Тогда цена актива к концу n -го дня будет

$$S_n = S_0 + x_1 + \dots + x_n,$$

где S_0 - цена в начале наблюдения, $x_i, i = 1, \dots, n$ - независимые и одинаково распределенные случайные величины, принимающие значения - 1, +1 с вероятностью 1/2.

Дисперсия каждой с.в. x_i равна 1, следовательно,

$$D[S_n] = n.$$

Вероятность того, что из n с.в. x_i k приняли значение +1, а остальные $(n - k)$ приняли значение -1, равна

$$C_n^k * \left(\frac{1}{2}\right)^k * \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} = C_n^k * \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Следовательно,

$$P(X_n = 2k - n) = C_n^k * \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Модель Блэка-Шоулза

Модель ценообразования опционов Блэка — Шоулза — это модель, которая определяет теоретическую цену на европейские опционы, подразумевающая, что если базовый актив торгуется на рынке, то цена опциона на него неявным образом уже устанавливается самим рынком.

Согласно модели Блэка — Шоулза ключевым элементом определения стоимости опциона является ожидаемая волатильность базового актива. В зависимости от колебания актива цена на него возрастает или понижается, что прямо пропорционально влияет на стоимость опциона. Таким образом, если известна стоимость опциона, можно определить уровень ожидаемой рынком волатильности. Основой модели служит концепция безрискового хеджирования.

Рассмотрим формулы модели для расчета цены пут опциона (продажа):

$$P(S, t) = Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1). \quad (1)$$

Расчет цены колл опциона (приобретение):

$$C(S, t) = SN(d_1) - (Ke^{-r(T-t)}N(d_2)), \quad (2)$$

где

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}, \quad (3)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}. \quad (4)$$

Метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло - метод численного решения математических задач с помощью моделирования большого количества случайных величин и нахождения их математического ожидания. Вычисление интегралов является основной направленностью этого метода, так как математическое ожидание непрерывной случайной величины выражается через интеграл. Оценка стоимости европейского опциона покажет погрешность методов, так как есть возможность сравнить полученные значения со стоимостью по аналитической формуле модели Блэка-Шоулза.

Рассчитав цену базового актива в день исполнения, можем вычислить стоимость опциона по функции выигрыша:

$$C(S_0, T) = \max(S(T) - K, 0). \quad (5)$$

Формальный алгоритм для вычисления цены европейского опциона выглядит следующим образом:

1. Генерация n случайных, нормально распределенных чисел ϵ и вычисление для каждого из них цены актива $S(T)$.
2. Нахождение для каждой найденной цены актива $S(T)$ цены опциона $C(S_0, T)$.
3. Вычисление среднего арифметического всех полученных цен опциона C_{mid} .
4. Вычисление дисконтированного среднего значения цены опциона по формуле $C = e^{-rT} C_{mid}$:

В шестом разделе проводится моделирование цен различных опционов с помощью языка программирования Python на основе трёх изученных моделей оценки стоимости опционов. Расчёт стоимости американских опционов, взятых с сайта московской биржи «Московская биржа», по биномиальной модели, позакал, что при уменьшении страйка относительно начальной цены базового актива цена «call» опциона увеличивается, а при увеличении страйка цена «put» опциона начинает увеличиваться.

При расчете стоимости европейских опционов по модели Блэка-Шоулза данные для моделирования цен были взяты с сайта чикагской биржи «Свое Global Markets». Результаты вычислений показали, что цена «call» опциона увеличивается, когда значение страйка становится меньше начальной цены базового актива, причем чем больше разница, тем выше становится стоимость «call» опциона. Для «put» опциона ситуация обратная: при увеличении страйка цена «put» опциона начинает увеличиваться.

В ходе расчета стоимости европейских опционов по методу Монте-Карло с использованием данных из предыдущей модели было установлено, что увеличение количества проводимых испытаний, ведет к увеличению времени расчета, но, как показывает практика, дает более точные результаты, при-

ближенные к ценам которые были рассчитаны по модели Блэка-Шоулза. Это позволяет сделать следующий вывод: при стремлении количества испытаний к бесконечности цены опционов, рассчитанные по методу Монте-Карло, будут сходиться к оптимальным ценам.

Расчеты цен экзотических опционов с барьерами по методу Монте-Карло, в котором используются данные из предыдущей модели показали, что все рассчитанные цены опционов соответствуют основным условиям цен барьерных опционов, а именно:

- Цены опционов с барьерами всегда ниже цены обыкновенного опциона. Это обусловлено тем, что для исполнения таких опционов необходимо выполнение дополнительных условий, что приводит к дополнительным рискам со стороны инвестора.
- Сумма Call-опционов «up-and-out» и «up-and-in» равна цене обыкновенного Call-опциона. Такое же равенство выполняется и для Put-опционов.
- Сумма Call-опционов «down-and-out» и «down-and-in» равна цене обыкновенного Call-опциона. Такое же равенство выполняется и для Put-опционов.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что при расчете цен были соблюдены все условия и эти цены могут приниматься инвесторами как рекомендации.

В заключении приведены итоги работы, сделаны выводы по исследованию.

В приложении А приведены программные коды для расчёта цен различных опционов.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В теоретической части магистерской работы рассмотрены разновидности ценных бумаг, в частности, опционов. Приведены некоторые числовые характеристики и методы оценки, с помощью которых осуществляется моделирование цен для различных опционов.

В шестом разделе по полученным в третьем и четвертом разделах формулам смоделированы цены опционов. Цены опционов были получены с

помощью языка программирования *Python* на примере опциона SBRF-6.22M150622, у которого SBRF-6.22 является базовым активом - фьючерс на акции «Сбера», взятого с сайта московской биржи «Московская биржа» и опциона на индекс *S&P* 500, взятого с сайта чикагской биржи «Свое Global Markets».