

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОРТФЕЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ  
АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

Студента 2 курса 248 группы

направления 09.04.03 - Прикладная информатика

механико-математического факультета

Воронина Никиты Вячеславовича

Научный руководитель  
от СГУ, д.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

С.П.Сидоров

Заведующий кафедрой  
д.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

С.П. Сидоров

Саратов 2022

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие автоматизации процессов, машинного обучения, инвестиций, сейчас одни из главных задач в мире. Для осуществления этих функций компании покупают дорогостоящее оборудование, нанимают высококвалифицированных специалистов со всего мира. Для того чтобы извлечь максимальную выгоду в сфере сокращения ручных операций, инвестирований. В последнее время среди основных источников особо начал выделяться фондовый рынок, на котором предприятия посредством ценных бумаг, аккумулируют необходимые ресурсы. Разработчики создают приложение, которое старается предсказывать восходящую или нисходящую стоимость акций.

Для достижения максимальной эффективности на фондовом рынке. его участники создают портфели ценных бумаг, тем самым уменьшая риск своих операций, а так же повышая их прибыльность. Благодаря разработанным программам некоторые компании могут сделать настоящее состояние из маленького стартового капитала.

В данный момент одни из трендовых тем в мире, это программирование и инвестиции. В данной работе будут рассмотрены методы портфельного инвестирования, а так же разработка собственных программ для сбора портфелей инвестирования.

**Цель магистерской работы** разработка программы для решения задач по оптимизации портфеля.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

- 1) Изучить теорию портфельного инвестирования, сущность и методы его формирования;
- 2) Изучить различные модели портфельного инвестирования;
- 3) Разработать программу, на языке программирования Python, которая строит эффективную границу Марковица;
- 4) Изучить теорию метода VaR - оценка рыночного риска;
- 5) Изучить теорию машинного обучения, а также алгоритма k-means;

б) Разработать программу, на языке программирования Python, где будет использовано машинное обучение, кластеризация, алгоритм k-means.

**Методологические основы** рассмотрение моделей Марковица, VaR и в целом теория портфельного инвестирования представлено в работе С.П.Сидорова [1].

**В теоретической части** изложена информация об основных понятиях и определениях относящихся к портфелю ценных бумаг, сущность портфеля ценных бумаг и его виды, модель Марковица, Индексная модель Шарпа, Модель арбитражного ценообразования, оценка рыночного риска, машинное обучение, изучен алгоритм *k-means* и метод локтя.

**В практической части** разработана программа, с помощью языка Python, которая строит эффективную границу Марковица. Разработана программа, на языке программирования Python с использованием машинного обучения алгоритма *k-means*. Между ними было произведено сравнение, где вторая показала преимущество в доходности с меньшим риском.

**Структура и объем работы.** Магистерская работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объем работы – 61 страница, из них 55 страниц – основное содержание, включая 37 рисунков, список использованных источников информации – 41 наименование.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Первый раздел «Портфель ценных бумаг. Сущность и методы формирования»** посвящен рассмотрению определений портфеля, типам портфелей, и задачам портфелей.

Портфель представляет собой определенный набор из корпоративных акций, облигаций с различной степенью обеспечения и риска и бумаг с фиксированным доходом, гарантированным государством, т. е. с минимальным риском потерь по основной сумме и текущих поступлений.

Смысл портфеля – улучшить условия инвестирования, придав совокупности ценных бумаг такие инвестиционные характеристики, которые недостижимы с позиции отдельно взятой ценной бумаги и возможны только при их комбинации.

Тип портфеля — это его инвестиционная характеристика, основанная на соотношении дохода и риска. При этом важным признаком при классификации типа портфеля является то, каким способом, при помощи какого источника данный доход получен: за счет роста курсовой стоимости или текущих выплат – дивидендов, процентов.

Цель данного типа портфеля – рост капитальной стоимости портфеля вместе с получением дивидендов.

Портфели, состоящие из ценных бумаг различных отраслей промышленности, формируются на базе ценных бумаг, выпущенных предприятиями различных отраслей промышленности, связанных технологически, или какой-либо одной отрасли.

В зависимости от целей инвестирования в состав портфелей ценных бумаг включаются ценные бумаги, которые соответствуют поставленной цели, например конвертируемые портфели. Они состоят из конвертируемых акций и облигаций и могут быть обменены на установленное количество обыкновенных акций по фиксированной цене в определенный момент времени, в который может быть осуществлен обмен.

К этому же типу портфелей относят портфели средне и долгосрочных

инвестиций с фиксированным доходом.

Выделяют портфели ценных бумаг, подобранных в зависимости от региональной принадлежности эмитентов, а также ценные бумаги, которые в них включены. К этому типу портфелей ценных бумаг относят портфели ценных бумаг определенных областей (штатов, земель), стран, а также регионов.

Следует отметить, что формирование и управление портфелем – область деятельности профессионалов, а создаваемый портфель – это продукт, который может продаваться либо частями (продают доли в портфеле для каждого инвестора), либо целиком (когда менеджер берет на себя труд управлять портфелем ценных бумаг клиента) [2].

### **Второй раздел «Модели, основанные на одной мере риска»**

посвящен проблемам выбора портфеля, рассмотрена индексная модель Шарпа, модель Марковица и модель арбитражного ценообразования.

Проблема выбора портфеля с одним инвестиционным периодом является примером общей задачи выбора между случайными величинами с условием предпочтительности большей доходности. Решение принимается о количестве (доле) капитала, инвестируемого в некоторое количество доступных активов (ценных бумаг) так, чтобы к концу периода инвестиции доходность оказалась как можно больше. Задача выбора между портфелями сводится к выбору между случайными величинами. Необходимо определить критерий, по которому одна из случайных величин считается «лучше», чем другая, а также модели для выбора одной из случайных величин [3].

В модели Марковица, две скалярные величины прикреплены к каждой из случайных величин  $R_x$  и  $R_y$ : среднее ожидаемое значение доходности портфеля,  $E(R_x)$  и  $E(R_y)$  и значение меры риска портфеля,  $\rho(R_x)$  и  $\rho(R_y)$ . Выбор делается в пользу компромисса между средней величиной доходности, у которой предпочтительней большее значение, и риском, у которого предпочтительней наименьшее значение.

$$E(R_x) \geq E(R_y), \rho(R_x) \leq \rho(R_y).$$

В данном подходе с мерой риска  $\rho$  случайная величина  $R_x$  предпочтительнее случайной величины  $R_y$  в том случае, если с хотя бы одним строгим неравенством. При этом будем говорить, что портфель  $x$  лучше портфеля  $y$ .

В индексной модели Шарпа используется тесная (и сама по себе нежелательная из-за уменьшения эффекта рассеивания риска) корреляция между изменением курсов отдельных акций. Предполагается, что необходимые входные данные можно приблизительно определить при помощи всего лишь одного базисного фактора и отношений, связывающих его с изменением курсов отдельных акций. Можно рассчитать совокупный риск каждой акции в форме совокупной дисперсии. Общая формула расчета коэффициента Шарпа имеет следующий вид:

$$S = \frac{R_{ia} - R_f}{\sigma_a}$$

где  $R_{ia}$  - доходность выбранного актива за  $i$ -тый период;  $R_f$  - доходность безрисковой инвестиции (обычно это ставка доходности государственных облигаций);  $\sigma_a$  - стандартное отклонение актива от значений рынка.

Если рассчитанное значение  $S$  больше 1, то данный актив является высокодоходным, что делает его привлекательным для инвестиций. Когда же рассчитанное значение  $S$  лежит в диапазоне от 0 до 1, степень риска вложения выше величины избыточной доходности, поэтому помимо коэффициента Шарпа следует оценить и иные показатели инвестиционной привлекательности. Если же значение коэффициента  $S$  меньше 1, то избыточная доходность принимает отрицательные величины, тогда стоит лучше предпочесть актив с минимальным уровнем риска. Если выбирать между двумя активами, то привлекательным для инвестора является тот, у которого значение коэффициента  $S$  выше относительно другого [4].

Модель арбитражного ценообразования. Целью арбитражных стратегий является использование различий в цене на ценные бумаги одного или родственного типа на различных рынках или сегментах рынков с целью получения прибыли (как правило, без риска). Тем самым при помощи

арбитража удастся избежать неравновесия на рынках наличных денег и в отношениях между рынками наличных денег и фьючерсными рынками. В качестве основных данных в модели используются общие факторы риска, например показатели: развития экономики, инфляции и т.д. Проводятся специальные исследования: как курс определенной акции в прошлом реагировал на изменение подобных факторов риска. При помощи полученных соотношений предполагается, что можно рассчитать поведение акций в будущем. Естественно, для этого используют прогнозы факторов риска. Если рассчитанный таким образом курс акций выше настоящего курса, это свидетельствует о выгодности покупки акции [5].

**Третий раздел «Нахождение оптимальных портфелей в Python»** посвящен рассмотрению таких библиотек, как: Numpy, Pandas, Matplotlib, Yahoo Finance, так же разработке программы на языке программирования Python, построение эффективной границы Марковица и горизонту прогнозирования, метод расчёта VaR.

NumPy – это расширение языка Python, добавляющее поддержку больших многомерных массивов и матриц, вместе с большой библиотекой высокоуровневых математических функций для операций с этими массивами.

Pandas – это Python библиотека для анализа и обработки данных. Она действительно быстрая и позволяет легко исследовать данные, является наиболее продвинутой и быстроразвивающейся библиотекой для обработки и анализа данных. Pandas написана поверх более низкоуровневой библиотеки NumPy (написана на Си), что увеличивает её производительность.

Библиотека matplotlib – это библиотека двумерной графики для языка программирования python, с помощью которой можно создавать высококачественные рисунки различных форматов. Matplotlib состоит из множества модулей.

Для начала работы программы были загружены данные акций компаний за определенный промежуток времени. Были выбраны компании

apple, tesla, cisco, IBM, amazon, british petroleum. Временной интервал цен закрытия – 6 месяцев.

Далее потребовалась нормализация данных, относительные изменения к предыдущему дню.

После этого создавался цикл, который симулирует шесть тысяч портфелей, несколько различных комбинаций шести акций и сохраняет их коэффициент Шарпа. После выполнения цикла получается максимальный коэффициент Шарпа для данной симуляции. Далее строится график волатильности и доходности, цвет точек зависит от коэффициента Шарпа. Далее строится массив весов портфеля с максимальным коэффициентом Шарпа.

Получив результат, дальше нужно проверить все оптимальные портфели, они будут являться эффективной границей. Сам термин эффективная граница – это набор портфелей, который дает наибольшую ожидаемую доходность при любом заданном уровне риска, или другими словами минимальная сумма риска для ожидаемого дохода.

Как итог, программа строит реальную эффективную границу Марковица.

Понятие квантиля случайной величины является основой для определения  $VaR$  (Value-at-Risk) ценной бумаги или целого портфеля бумаг. С математической точки зрения, при заданном уровне значимости,  $VaR$  определяется как квантиль некоторой случайной величины:

$$R_t^{(n)}: P\left(R_t^{(n)} < VaR\right) = a.$$

Таким образом, величина  $VaR$  имеет следующий вполне явный смысл, который зачастую берется как некоторое классическое определение:  $VaR$  — это величина убытков, которая с вероятностью, равной уровню доверия  $a$ , не будет превышена в течение  $n$  дней.

Следует помнить, что при расчете  $VaR$  предполагается, что убыток будет получен на некотором горизонте, который возможно получить с заданной вероятностью. Однако на практике неудобно вычислять каждый



раз  $Var$  на разные сроки, поэтому принято вычислять его немного по-другому.

Усреднение по статистическому ансамблю равносильно усреднению по времени. Это означает, что для *эргодических систем* математическое ожидание по временным рядам должно совпадать с математическим ожиданием по пространственным рядам. Окончательно формула  $Var$  имеет вид:

$$Var = n\mu + \sqrt{n}\sigma\Phi^{-1}(a).$$

Именно эту формулу можно увидеть во всевозможных источниках о вычислении  $Var$ , и выводится она при достаточно жестких предположениях, которые почти никогда не выполняются на практике.

Наблюдая за ценой данной акции в течение  $n + 1$  дней, то есть имеем некоторый ценовой ряд  $(p_0, p_1, p_2, \dots, p_n)$  (здесь и далее  $n$  — это не период, на который прогнозируем из предыдущего параграфа, это количество дней, в течении которых идет наблюдение за данными). Перейдем от цен к доходностям по следующей формуле:

$$r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \approx \ln \frac{p_t}{p_{t-1}},$$

то есть получим ряд доходностей  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$ .

**Четвертый раздел «Машинное обучение»** посвящен методам машинного обучения, кластеризации, и кластеризация акций с использованием алгоритма K-Means.

*Машинное обучение* - это метод анализа данных, который автоматизирует построение аналитической модели. Это отрасль искусственного интеллекта, основанная на идее, что машины должны уметь учиться и адаптироваться через опыт [6].

*Существует несколько методов машинного обучения:*

- Контролируемое обучение;
- Неконтролируемое обучение;
- Обучение в действии;

- Полууправляемое машинное обучение.

*Кластерный анализ* - многомерная статистическая процедура, выполняющая сбор данных, содержащих информацию о выборке объектов, и затем упорядочивающая объекты в сравнительно однородные группы [1][2][3][4]. Задача кластеризации относится к статистической обработке, а также к широкому классу задач обучения без учителя.

*Кластерный анализ выполняет следующие основные задачи:*

- Разработка типологии или классификации;
- Исследование полезных концептуальных схем группирования объектов;
- Порождение гипотез на основе исследования данных;
- Проверка гипотез или исследования для определения, действительно ли типы (группы), выделенные тем или иным способом, присутствуют в имеющихся данных.

В работе рассмотрен процесс вычисления доходности и риска акций, а затем разделение акций по кластерам исходя из их соотношения риск-доходность с использованием алгоритма *K-Means*.

Определим, на сколько кластеров следует разделить данные. Визуализация поможет выявить оптимальное число кластеров.

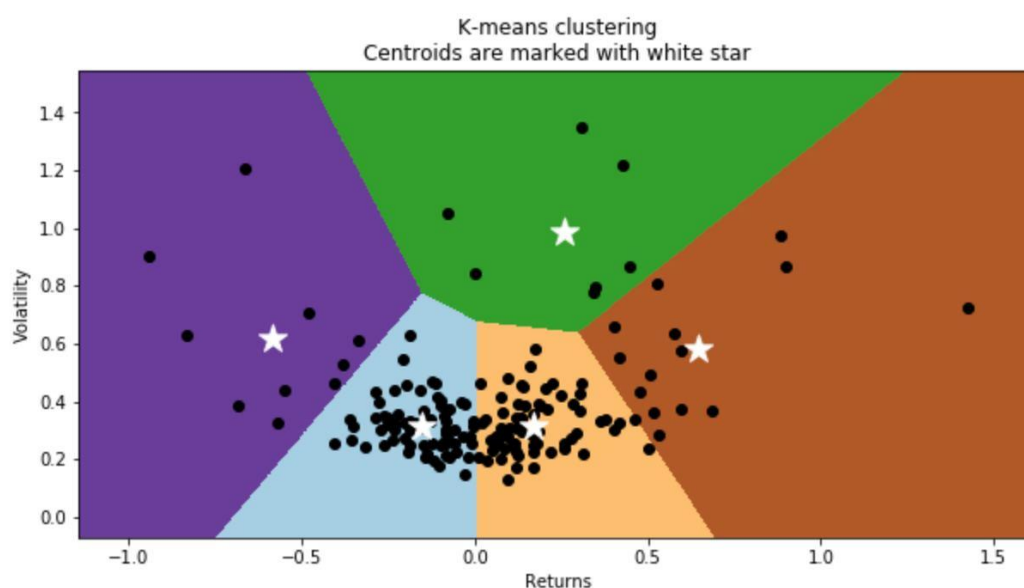


Рисунок 1 Кластеры

Далее был создан словарь под названием «clusters», для хранения названия акции в каждом кластере.

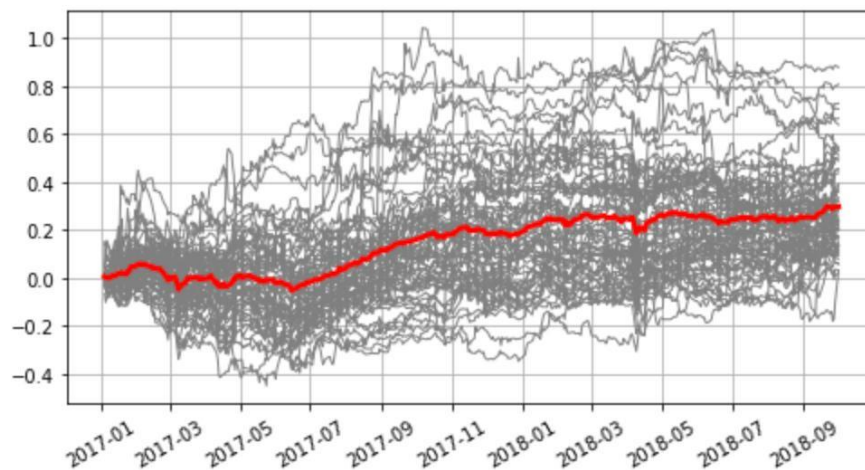


Рисунок 2 Средняя для акций (красная линия) кластер 3

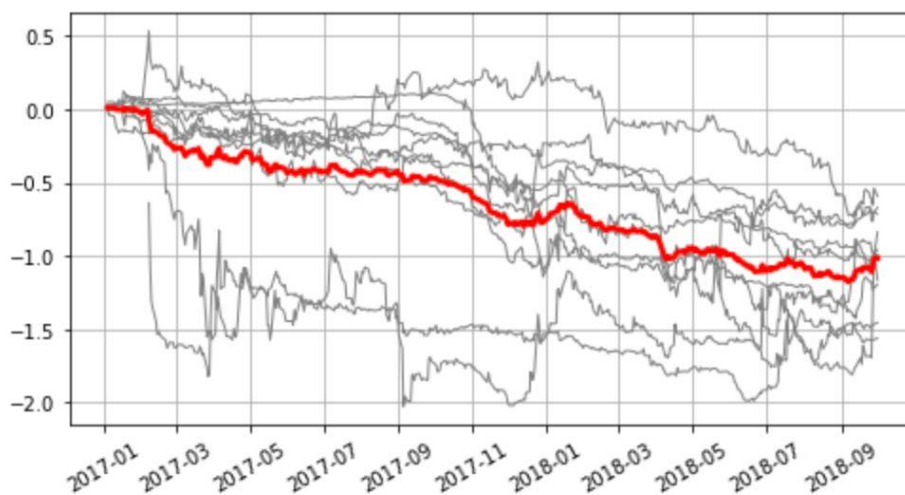


Рисунок 3 Средняя для акций (красная линия) кластер 5

Сделав вывод из графиков, для составления портфеля нужно выбрать 3 и 5 кластеры, т.к средняя доходность показывает стабильный рост на всем графике. Исходя из данных результатов, можно собрать два тривиальных портфеля, в первый портфель будут включены компании из кластера №3, а во втором портфеле из кластера №5. Все портфели тривиальны, это означает то, что каждая акция в портфеле находится в равных долях.

Для более точных результатов исследования нужно проводить раз в месяц по всем моделям.

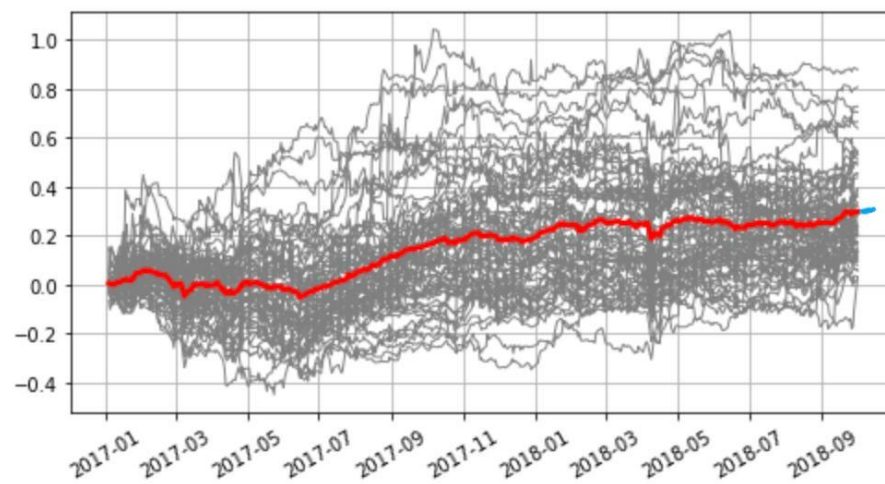


Рисунок 4 Прогнозирование акций на следующий месяц кластер 3

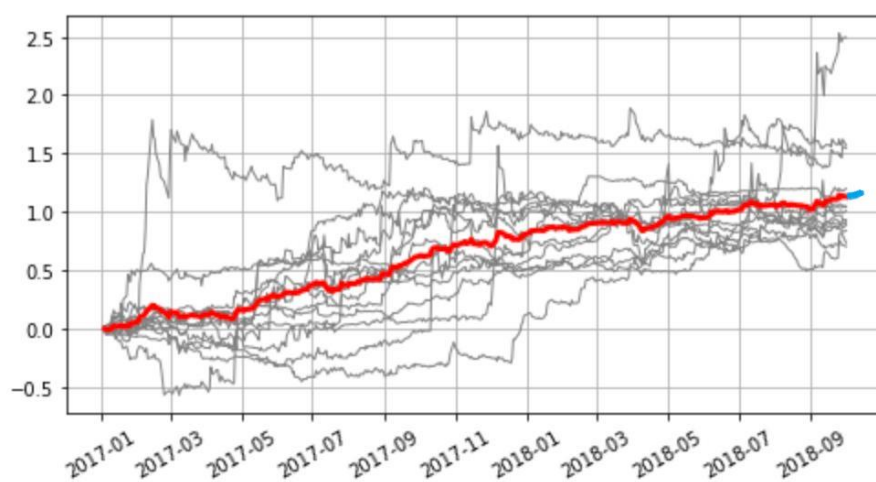


Рисунок 5 Прогнозирование акций на следующий месяц кластер 5

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате магистерской работы были изучены такие понятия как: портфель ценных бумаг, сущность портфеля ценных бумаг и его виды, модель Марковица, Индексная модель Шарпа, Модель арбитражного ценообразования, оценка рыночного риска, машинное обучение, изучен алгоритм *k-means* и метод локтя. Разработана программа, с помощью языка Python, которая строит эффективную границу Марковица. Разработана программа, на языке программирования Python с использованием машинного обучения алгоритма *k-means*. Между ними было произведено сравнение, где вторая показала преимущество в доходности с меньшим риском.

Цели работы выполнены. Разработана программа, которая собирает портфель по модели Марковица, выдает несколько графиков, среди которых облако из шести тысяч портфелей, с отображением красной точки в виде максимального коэффициента Шарпа. Второй график демонстрирует построение эффективной границы Марковица.

Разработана вторая программа, где используется машинное обучение, успешно выводит графики разбиения акций на кластеры, данные кластеры являются портфелями. Показывает графики каждого кластера, кумулятивную сумму всех акций входящих в него, и среднюю для акций (красная линия). С помощью данной программы, можно выбрать портфель с наивысшей доходностью и минимальным риском. Так же, программа может прогнозировать акции на следующий месяц.

### **Основные источники информации:**

1. Сидоров С. П., Модели оптимального портфельного инвестирования : учеб. пособие для студентов механико-математического факультета / Сидоров С. П.[и др.].— Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2015. — 76 с.
2. Евдокименко Ю. И., Ефименко Г. П., Змиевская И. В., Обоянская Л. А. Критерий эффективности применения портфельной теории Марковица в краткосрочной торговле на примере украинской фондовой биржи// Траектория науки. Том 2: научный журнал. – 2016. – №3 – с. 38-42.
3. Севумян Э. Н. Применение модели Уильяма Шарпа при формировании портфеля ценных бумаг [Текст] / Э. Н. Севумян // – Вестник РГЭУ РИНХ, 2014 – с. 85-90.
4. Кузнецов М. С. Математическое моделирование и разработка программного комплекса для повышения эффективности управления инвестиционным портфелем активов организации в области информационных технологий: диссертация . . . кандидата технических наук: 05.13.18. ? Москва, 2015 – с. 114.
5. Коноплёва Ю. А. Теории формирования эффективного инвестиционного портфеля [Текст] / Ю. А. Коноплёва // Известия УрГЭУ. – 2017. – №3 – с. 60.
6. Шагиев З. И. Модель формирования портфеля ценных бумаг с учетом особенностей российского фондового рынка [Электронный ресурс]// Электронный научный журнал «Управление экономическими системами». — 2014. – Режим доступа: <http://www.uecs.rumarketing/item/>
7. Бронштейн Е. М., Ишманов И. Н. Формирование портфеля ценных бумаг на основе распознавания образов // Рынок ценных бумаг. 2011. №30 (72) – с. 155