

Введение. С момента развития рыночной политики в России рынок ценных бумаг занимает достаточно востребованную позицию, представляя акции разных секторов экономики.

Тема данной работы – сравнение прогнозной силы индикаторов, построенных на основе интерполяции тренда цен алгебраическими и тригонометрическими полиномами.

Актуальность выбранной темы заключается в том, что инвесторы пытаются предвидеть и спрогнозировать дальнейшую динамику рынков, прибегая к анализу инвестиционной привлекательности всего рынка ценных бумаг, а также отдельных акций.

Целью данной работы является рассмотрение некоторых трендовых индикаторов технического анализа, построение индикаторов на основе интерполяции, а также сравнение их эффективности и прогнозных свойств.

Для осуществления обозначенной цели служат следующие задачи:

- Изучение выбранного набора индикаторов
- Создание некоторого портфеля ценных бумаг, распределив долю капитала между акциями двух выбранных компаний в равных пропорциях
- Построение индикатора на основе интерполяции тренда цен алгебраическим полиномом
- Построение индикатора на основе интерполяции тренда цен тригонометрическим полиномом
- Применение индикаторов к созданному портфелю
- Сравнение прогнозных свойств индикаторов

Объект исследования – трендовые индикаторы технического анализа, индикатор на основе интерполяции алгебраическим полиномом и индикатор на основе интерполяции тригонометрическим полиномом. Предмет исследования –

портфель ценных бумаг, состоящий из акций банка «Тинькофф» и компании «Норникель».

Основная гипотеза, заложенная в данной работе – имеют ли построенные индикаторы на основе интерполяции хорошую прогнозную силу, и если да, то какой же работает эффективнее, на основе алгебраического или тригонометрического полинома.

Данная работа состоит из введения, четырех основных разделов, заключения, списка литературы и приложения. В первом разделе дается краткий обзор основных трендовых индикаторов, которые уже имеются в общем доступе у пользователей технического анализа. Во втором разделе описывается построение индикатора на основе интерполяции тренда цен алгебраическим полиномом. В третьем разделе описывается построение индикатора на основе интерполяции тренда цен тригонометрическим полиномом. В четвертом разделе показывается план проведения расчетов цен на портфель из акций банка «Тинькофф» и компании «Норникель» с помощью некоторых выбранных индикаторов и построенного во втором и третьем разделе индикаторов, а так же приведен анализ полученных результатов. Тестирование индикаторов проводилось на портфеле, состоящем из цен закрытия акций банка «Тинькофф» и компании «Норникель» с 01.01.2022 по 31.02.2022.

Основное содержание работы. В разделе 1 приводится краткий обзор уже существующих индикаторов фондового рынка. Индикаторы вырабатывают торговые сигналы. По ним инвестор ориентируется – совершать покупку, продажу или подождать более благоприятной ситуации для сделок.

Итак, для начала рассмотрим группу индикаторов скользящие средние (Moving Average). Скользящие средние – трендовый технический индикатор, который показывает усредненную цену финансового инструмента за некоторый промежуток времени. У всех скользящих средних есть минус – запаздывание. В этой главе рассматриваются четыре вида скользящих средних.

Простая скользящая средняя (Simple Moving Average, SMA) содержит в себе вычисление среднего значения цены за некоторый период времени. Производится расчет арифметического среднего цены акций за выбранный период времени. Сумма цен закрытия делится на число рассматриваемых периодов.

$$SMA = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{n}$$

где p_i – значение цены в i -ом периоде;

n – длина сглаживания.

Взвешенная скользящая средняя (Weighted Moving Average), в отличие от простой, учитывает веса цен в зависимости от их давности. Идея заключается в том, чтобы придать больший вес новым значениям и меньший вес более старым.

На практике подбирают весовые коэффициенты таким образом, что максимальный вес имеет самое последнее значение цены, а минимальный – самое первое. С учетом использования такого принципа подбора коэффициентов получаем формулу для вычисления линейно-взвешенной скользящей средней:

$$WMA = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (p_i * (n - i))}{\sum_{i=1}^n i}$$

где p_i – значение цены в i -ом периоде;

n – длина сглаживания.

Экспоненциальная скользящая средняя (Exponential Moving Average, EMA) представляет собой вариант взвешенной скользящей средней с периодом усреднения и весовыми коэффициентами.

Экспоненциальная скользящая средняя определяется рекуррентной формулой, то есть текущее значение выражается через предыдущее:

$$EMA = \alpha * p_i + (1 - \alpha) * EMA_{np}$$

где EMA_{np} – экспоненциальная скользящая средняя за предыдущий период;

p_i – значение цены в i -ом периоде;

α – весовой коэффициент.

Сглаженная скользящая средняя (Smoothed Moving Average, SMMA) показывает среднее значение цены за некоторый промежуток времени. Значение SMMA в текущий момент времени зависит от значения в предыдущем. Имеет немного плавный тип в отличие от классической SMA.

$$SMMA = \frac{(\sum_{i=1}^n p_i - SMMA_{np} + p_i)}{n}$$

где $SMMA_{np}$ – сглаженная скользящая средняя за предыдущий период;

p_i – значение цены в i -ом периоде;

n – длина сглаживания.

Скользящие средние являются частью более сложных индикаторов.

Индикатор «Аллигатор» (Alligator) – торговая стратегия, созданная рыночным игроком Биллом Уильямсом. Alligator разрабатывался для оценки направления рыночного тренда и выявления периодов отсутствия какого-либо значительного движения (бокового тренда). Основная цель индикатора — подача сигналов о зарождающемся тренде. Данный индикатор представляет собой набор трех сглаженных скользящих средних с разными периодами сглаживания и сдвигом на графике. Каждая из скользящих средних имеет свой определенный цвет и название.

Синяя кривая называется «челюсть», имеет расчетный период 13 и смещение вперед на 8 баров.

$$Alligator\ Jaw = SMMA(MP, 13, 8)$$

Она показывает возможное положение цены при отсутствии фундаментальных экономических новостей, которые влияют на инвесторов и провоцируют их на совершение сделок, откуда и появляется движение цены.

Красная кривая называется «зубы», имеет расчетный период 8 и смещение вперед на 5 баров.

$$Alligator\ Jaw = SMMA(MP, 8, 5)$$

Демонстрирует часовую тенденцию. Указывает на влияние факторов в краткосрочном периоде.

Зеленая кривая называется «губы», имеет расчетный период 5 баров и смещение вперед на 3 бара.

$$Alligator\ Jaw = SMMA(MP, 5, 3)$$

где MP (*Median Price*) = $\frac{(High - Low)}{2}$; *High* – максимальная цена, *Low* – минимальная цена.

Отображает еще меньшую временную структуру, 12-минутную тенденцию. Отображает еще более краткосрочный период.

«Челюсть», «зубы» и «губы» Аллигатора показывают взаимодействие разных временных периодов. Совокупность этих трех линий характеризует тренд. Различают 4 основные фазы индикатора:

1. «Аллигатор просыпается». В этой фазе «губы» и «зубы» начинают подниматься или опускаться относительно «челюстей» после периода спада. Этот сигнал показывает наступление начальной фазы тренда.
2. «Аллигатор питается». Тут «зубы» пытаются преодолеть «губы», а это означает становление мини-тренда и его приближение к пику.
3. «Аллигатор сыт». «Зубы» начинают опускаться до нижнего диапазона, что характеризует достижение предела тренда.

4. «Аллигатор спит». Кривые собраны вместе и движутся равномерно относительно друг друга. Следовательно, на рынке нет ярко выраженного движения.

Данный индикатор наиболее самостоятельный инструмент из большинства других трендовых индикаторов. Однако из-за того, что он основан на скользящих средних, любой сигнал появляется с опозданием.

Следующий рассматриваемый индикатор - «Полосы Боллинджера» (Bollinger Bands). Это торговая стратегия, в основе которой так же лежат скользящие средние. Позволяет измерять не только направление движения графика цен, но и скорость этого движения. Его задача состоит в определении расположения цены относительно ее стандартного торгового диапазона.

Индикатор представляет собой совокупность трех линий, которые могут быть скользящими средними любого вида. Полосы рассчитываются по формулам:

- Центральная линия представляет собой простую скользящую среднюю с периодом сглаживания 20.

$$\text{Central Line} = \text{SMA}(20)$$

- Верхняя линия отличается от центральной сдвигом вверх на среднеквадратичное отклонение.

$$\text{Upper Band} = \text{SMA}(20) + k * \sigma$$

- Нижняя линия отличается от центральной сдвигом вниз на среднеквадратичное отклонение.

$$\text{Lower Band} = \text{SMA}(20) - k * \sigma ,$$

где k – коэффициент для среднеквадратичного отклонения;

σ – среднее квадратичное отклонение.

Периодически на графике индикатора возникают паттерны, появление которых может являться торговым сигналом. Таких сигналов 2:

- «Двойная вершина» или модель «M». Сигнал на продажу сформируется, когда цена пересечет среднюю полосу Боллинджера сверху вниз.
- «Двойное дно» или модель «W». Сигнал на покупку сформируется, когда цена пересечет среднюю полосу Боллинджера снизу вверх.

Индикатор «Полосы Боллинджера» достаточно точный индикатор. Однако трейдеры обычно используют его в комбинации с другими для подтверждения полученных сигналов.

В разделе 2 Рассматриваются основные принципы интерполяции алгебраическим полиномом и схема построения индикатора. Интерполяция – это способ построения функции по имеющимся узлам. Зная значения цен на некоторые ценные бумаги в предыдущем периоде, применяем метод интерполяции и находим вид функции. Далее подставляем в нее значение следующего момента времени и находим значение цены в нем. Задача интерполяции ставится сначала с математической точки зрения, а потом переносится на экономическое пространство ценных бумаг в виде постановки вспомогательной задачи, которая сводится к задаче линейного программирования.

Задана таблица значений цены некоторой ценной бумаги в определенные моменты времени t .

Таблица 1 – значения цены

t	t_0	t_1	t_2	t_3	...	t_N
y	y_0	y_1	y_2	y_3	...	y_N

где, $y_i = f(t_i), i=1 \dots N$.

Значения времени t упорядочены по возрастанию $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_N$.

Относительно значений исходной таблицы и алгебраического полинома $P_n(t) = a_n * t^n + a_{n-1} * t^{n-1} + \dots + a_1 * t + a_0$ может выделить естественную характеристику – максимальное уклонение, которое выражается формулой:

$$\max_t |f(t) - P_n(t)|$$

Итак, искомый полином $P_n(t)$ должен обладать свойством, что максимальное уклонение будет минимально, то есть

$$\max_t |f(t) - P_n(t)| \rightarrow \min_A$$

где $A = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_0)$ – вектор искомых коэффициентов.

Описав задачу и ход ее решения получаем вспомогательную задачу, которую можно записать в виде задачи линейного программирования в следующем виде:

$$\begin{cases} \max_t |f(t) - P_n(t)| \rightarrow \min_A \\ P_n(t_k) = f_k \end{cases}$$

Далее опишем схему построения индикатора. Нам задана таблица значений котировок акций:

Таблица 2 – значения котировок

t	t ₀	t ₁	t ₂	t ₃	...	t _N
y	y ₀	y ₁	y ₂	y ₃	...	y _N

В ней t – моменты времени, y – значения цен закрытия в каждый день торгов. Предполагается, что $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_N$.

Этапы построения индикатора:

1. Выбираем степень полинома n.
2. Выбираем количество необходимых узлов для решения задачи интерполяции – n+1.
3. Решаем задачу интерполяции, то есть находим неизвестные коэффициенты $A = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_0)$.
4. Подставляем полученные коэффициенты в формулу полинома.

5. Подставляем следующую временную точку в полином с уже известными коэффициентами.
6. Получаем прогнозное значение.

В 3 разделе описывается постановка задачи и схема построения индикатора на основе интерполяции тренда цен тригонометрическим полиномом. Пусть задана таблица дискретным набором значений:

Таблица 3 – значения цены

t	t ₀	t ₁	t ₂	t ₃	...	t _N
y	y ₀	y ₁	y ₂	y ₃	...	y _N

При этом узлы упорядочены по возрастанию $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_N$, и выполняется равенство $y_k = f(t_k)$, $k = 0, \dots, N$.

Тригонометрический полином имеет вид:

$$P_n(A, t) = a_n * \cos(n * t) + a_{n-1} * \cos((n - 1) * t) + \dots + a_1 * \cos(t) + a_0,$$

где $A = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$.

и имеет по отношению к первой таблице естественную характеристику – максимальное уклонение, равное:

$$\max_t |f(t) - P_n(A, t)|$$

Положим при фиксированном n

$$p(A) = \max_t |f(t_k) - P_n(A, t_k)|$$

Полином $P_n(A^*, t)$, для которого максимальное уклонение минимально, то есть:

$$\max_k |f(t_k) - P_n(A^*, t_k)| = \min_A p(A)$$

называется полиномом наилучшего приближения исходной таблицы.

Таким образом, задачу по отысканию полинома наилучшего приближения можно записать в виде:

$$p(A) = \max_t |f(t) - P_n(A, t)| \rightarrow \min_A$$

Итак, нам задана таблица значений котировок акций:

Таблица 4 – значения котировок

t	t ₀	t ₁	t ₂	t ₃	...	t _N
y	y ₀	y ₁	y ₂	y ₃	...	y _N

В ней t – моменты времени, y – значения цен закрытия в каждый день торгов. Предполагается, что $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_N$.

Этапы построения индикатора:

1. Выбираем степень тригонометрического полинома n.
2. Выбираем количество используемых узлов m для решения задачи приближения, причем $m > n+1$.
3. Полагаем $i = 0$.
4. Решаем задачу $\max_t |f(t) - P_n(A, t)| \rightarrow \min_A$.
5. Вектор коэффициентов A – решение задачи. В качестве значения индикатора $I_{m,n}(t)$ в точке t_{i+m+1} берется

$$I_{m,n}(t_{i+m+1}) = P_n(A_i, t_{i+m+1}).$$

Проверяем, если $i + m + 1 < N$, то увеличиваем i на единицу $i = i + 1$. Возвращаемся в пункт 4. Иначе, если $i + m + 1 = N$, расчеты заканчиваются. Получившееся значение индикатора $I_{m,n}(t)$ рассчитано во всех точках $t_{m+1}, t_{m+2}, \dots, t_n$. Получаем прогнозные значения цен во всех точках временного периода.

В 4 разделе проводится бэк-тестирование экспоненциальной скользящей средней, индикаторов на основе интерполяции алгебраическим и тригонометрическим полиномами. Для бэк-тестирования выбран портфель, состоящий из актуальных цен акций банка «Тинькофф» и компании «Норникель» за январь-февраль 2022 года. Периоды берутся разные для определения наиболее точных прогнозных свойств.

Для проведения бэк-тестирования необходимо:

1. Выбрать степени полиномов $n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 3$.

2. Выбрать необходимое кол-во точек $m_1 = 2, m_2 = 3, m_3 = 4$.
3. Построить индикатор экспоненциальной скользящей средней с выбранными периодами сглаживания – кол-во точек m .
4. Построить индикаторы на основе интерполяции с выбранными степенями n .
5. Построить графики по всем полученным данным.
6. Проанализировать полученные результаты. Сравнить прогнозные свойства индикаторов, их качество прогноза. В качестве критериев точности прогноза построенных индикаторов возьмем:
 1. Максимальное отклонение от исходного значения.
 2. Среднее арифметическое отклонение полученных значений от исходных.

Заключение. В данной работе была рассмотрена лишь небольшая часть индикаторов технического анализа. Некоторым из них был проведен бэк-тестинг на основе портфеля, состоящего из акций выбранного банка и компании. На основе исследуемых данных был проведен анализ прогнозных свойств выбранных индикаторов.

Заложенная в данной работе гипотеза подтверждается, т.к. в ходе анализа видно, что построенные индикаторы на основе интерполяции имеют не плохую прогнозную силу, а также отмечено, что эффективнее работает индикатор на основе тригонометрического полинома.

Программы для вычисления значений по индикаторам на основе интерполяции были написаны на языках программирования Python и MatLab и описаны в разделе приложения. Там же и приведена инструкция пользования.

Использование технического анализа на практике достаточно простое. Все что нужно инвестору – изучить сигналы индикаторов и смотреть их на графике. Такое графическое представление обеспечивает наглядность и удобство использования.