

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние внешнего шумового воздействия на существование химерных
структур в сети нелокально связанных хаотических отображений**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4061 группы
направления 11.03.02 Инфокоммуникационные
технологии и системы связи
Института физики
Нечаева Василия Андреевича

Научный руководитель

ассистент

Е.В. Рыбалова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Саратов 2022 год

Оглавление

Введение.....	3
1. Описание системы.....	3
2.Исследование химерных состояний при различных методах введения неоднородности в систему.....	6
2.1 Введение неоднородности в управляющий параметр и рассмотрение явление «химерного резонанса».....	6
2.2 Введение в систему аддитивной неоднородности.....	8
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	12

Введение

Химерные структуры были впервые описаны в 2002 году физиками Ю. Куромото и Д. Баттогтокх в 2002 году [Y. Kuramoto, D. Battogtokh, Nonlin. Phen. in Complex Sys., 2002.]. Позже под термином химерные структуры начали понимать, структуры в которых есть сосуществование в ансамбле когерентных и некогерентных кластеров, термин химера был предложен в работе [Abrams D. M., Strogatz S. H. Physical review letters. – 2004.].

Целью данной выпускной квалификационной работы является исследование влияние неоднородностей вводимых в ансамбль нелокально связанных хаотических отображений на установление в такой системе химерных состояний.

Для достижения данной цели ставились следующие **задачи**:

1. Исследование влияние неоднородного распределения управляющих параметров парциальных элементов системы на установление химерных структур;
2. Исследование влияния постоянной шумовой модуляции управляющих параметров парциальных элементов системы на установление химерных структур;
3. Исследование влияния аддитивного шума на установление химерных структур.

1. Описание системы

Исследуемая в работе система представляет собой кольцо логистических отображений с нелокальной связью и описывается следующими уравнениями:

$$x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [f(x_j^t) - f(x_i^t)] \quad (1)$$

$$f(x_i^t) = \alpha_i^t x_i^t (1 - x_i^t) = (\alpha_0 + D_\alpha \xi_i^t + A_\alpha \psi_i^t) x_i^t (1 - x_i^t) ,$$

$$x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [f(x_j^t) - f(x_i^t)] + D \xi_i(n) + A \psi_i(n) \quad (2)$$

где x_i^t – динамическая переменная, t – дискретное время, $i = 1, 2, 3, \dots, N = 1000$ – номер осциллятора, σ – коэффициент нелокальной связи (сила связи) i -го осциллятора с $R=320$ соседями слева и справа, $\alpha_0=3.8$ – управляющий параметр отображения, что соответствует хаотической динамике одиночного логистического отображения. Начальные значения всех элементов случайно распределены в интервале $[0 : 1]$, всего анализируется 50-т различных реализаций начальных условий. Неоднородность вводится в параметр α : ξ – генератор шума с равномерным распределением в интервале $[-D_\alpha : D_\alpha]$, D_α – ширина интервала распределения случайной величины, ψ – генератор шума со стандартным нормальным распределением ($\mu=0, \sigma_\psi=1$), A_α – стандартное отклонение.

Аддитивная неоднородности вводится с помощью двух генераторов: ξ – генератор шума с равномерным распределением в интервале $[-D : D]$, D – ширина интервала распределения случайной величины, ψ – генератор шума со стандартным нормальным распределением ($\mu=0, \sigma_\psi=1$), A – стандартное отклонение.

Как известно, большая часть случайной величины с нормальным распределением расположена в интервале $[-3 A : 3 A]$, поэтому в нашей работе максимум интенсивности нормально распределенного шума выбирался в три раза меньше, чем максимум равномерно распределенного шума $D_{\max} = 3 A_{\max}$. В связи

с тем, что при $\alpha > 4.0$ траектория логистического отображения уходит на бесконечность, а в наших исследованиях $\alpha_0 = 3.8$, то $D_{\max} = 0.2 \geq A_{\max} = 0.0667$.

Для детального изучения мы используем построения мгновенных профилей они представляют собой некоторую дискретную последовательность значений нанесенных на график x_i от i , а сами точки соединены между собой, в зависимости от номера осциллятора, а также используем построение пространственно-временных диаграмм, они же в свою очередь строятся как t от i , то есть зависимости времени от номера осциллятора, так же на диаграмме изображается значение i -того осциллятора x_i , используя цветовую схему.

В силу того, что при большой неоднородности параметров сложно судить об общей динамике системы только по мгновенным профилям, помимо них для исследования динамики системы также строится профиль коэффициента взаимной корреляции, определяемый следующей формулой:

$$C_{1,i} = \frac{\langle \tilde{x}_1^n \tilde{x}_i^n \rangle}{\sqrt{\langle (\tilde{x}_1^n)^2 \rangle \langle (\tilde{x}_i^n)^2 \rangle}}, \quad i = 2, 3, \dots, N, \quad (2)$$

где $\tilde{x} = x(t) - \langle x(t) \rangle$, $\langle x(t) \rangle$ – усреднение переменной x по времени $T = 50000$.

Величина (2) показывает степень синхронизации между первым элементом ансамбля и всеми остальными и изменяется от -1 до 1, где 1 соответствует полной синфазной синхронизации, -1 – противофазной синхронизации. При отсутствии корреляции между элементами данный коэффициент равен 0.

2. Исследование химерных состояний при различных методах введения неоднородности в систему

2.1 Введение неоднородности в управляющий параметр и рассмотрение явление «химерного резонанса»

В данном пункте в системе неоднородное распределение параметра соответствует нормальному закону (используется генератор гауссового шума) $A_\alpha \neq 0$, $D_\alpha = 0$.

Построим карты режимов, для этого используя 50т различных реализаций начальных условий динамических переменных x (Рис.1а,б) для двух способов введения неоднородности в параметр α .

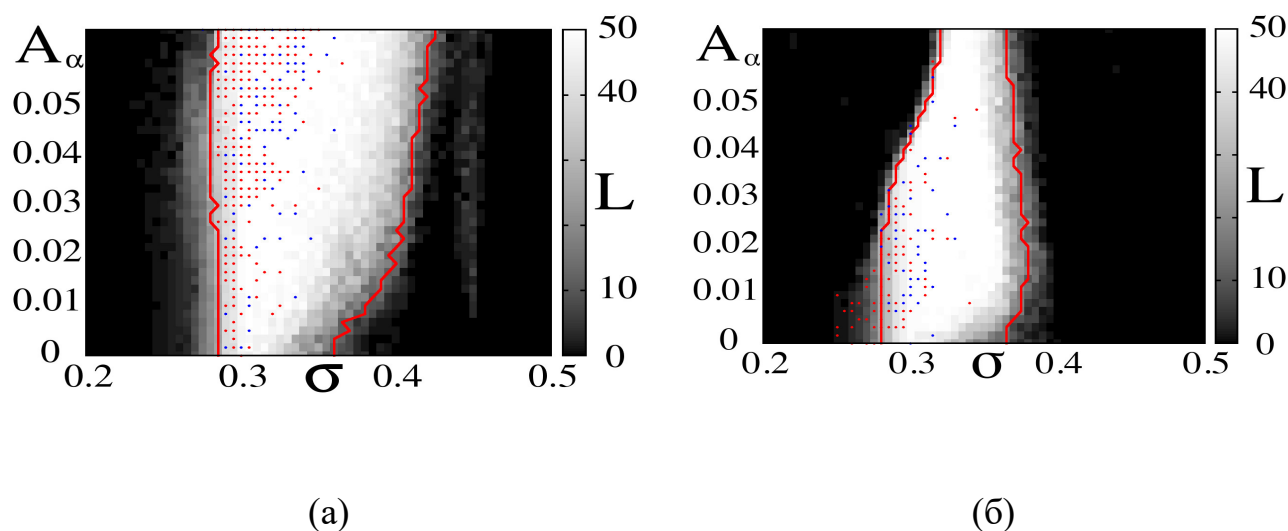


Рисунок 1 – Области существования химерных структур в системе ур.(1) на плоскости параметров $(A_\alpha - \sigma)$ для случаев: (а) нормального распределения, при неоднородном распределении параметра в системе, (б) постоянного шумового воздействия на параметр. L – количество начальных условий динамических переменных элементов ансамбля, приводящих к установлению фазовых химер при данным параметрах. Красные линии – медианные значения границ наблюдения фазовых химер по всем начальным условиям. Красные и синие точки – параметры,

соответствующие установлению химер уединенных состояний для двух различных начальных условий. Остальные параметры: $P=320$, $a=3.8$

Построенная карта режимов (Рис.1а) показывает, что левая граница существования химерных структур почти не меняется при увеличении параметра отклонения, но при это правая граница сдвигается вправо, то есть в область больших значений параметра связи σ .

Так как изменяется только правая граница, то есть граница находящаяся при больших силах связи, можно сказать, что шум разрушает когерентные профили. Выходит, где раньше были кластеры, которые представляли собой синхронизированные профили с изменением фазы конкретных осцилляторов, теперь же, при увеличении интенсивности эти синхронизированные профили разрушаются, как раз в местах где происходит смена фазы, то есть осцилляторы начинают менять фазу чаще, чем при отсутствии шума, что приводит к появлению некогерентных кластеров, что и приводит к появлению химерной структуры.

Построенная карта режимов (Рис.1б) показывает, что левая граница существования химерных структур почти не меняется при увеличении параметра отклонения, но при это правая граница сдвигается вправо, то есть в область больших значений параметра связи σ .

Приведем карту режимов для нормально распределения, при постоянном шумовом воздействии на управляющий параметр каждого элемента (Рис.1б). Исходя из этой карты режимов, частный вывод который был сделан на основе одного коэффициента связи для каждой границы, может быть применим для общего случая. Левая граница наблюдения химерных структур сдвигается вправо, а правая граница движется, из чего следует, что количество сил связи при которых появляются химерные структуры уменьшается, следовательно уменьшается область наблюдения химерных состояний. Так же это влияет и на химер

уединенных состояний, их количество уменьшается с ростом интенсивности шума, при больших значениях интенсивности их количество становится незначительно по сравнению с тем, что мы наблюдаем при малых значениях интенсивности.

2.2 Введение в систему аддитивной неоднородности

Теперь построим те же карты режимов только для аддитивного шума. Каждым начальным условиям посчитаем отдельно для каждого шума, а затем найдем вероятность появления химер для всех значений интенсивности и сил связи, где они являются качественно и количественно важными. Значит ограничимся областями $0.23 < \sigma < 0.43$ для сил связи, $0.000 < A < 0.016$ и $0.000 < D < 0.025$ для нормального и равномерного шума соответственно.

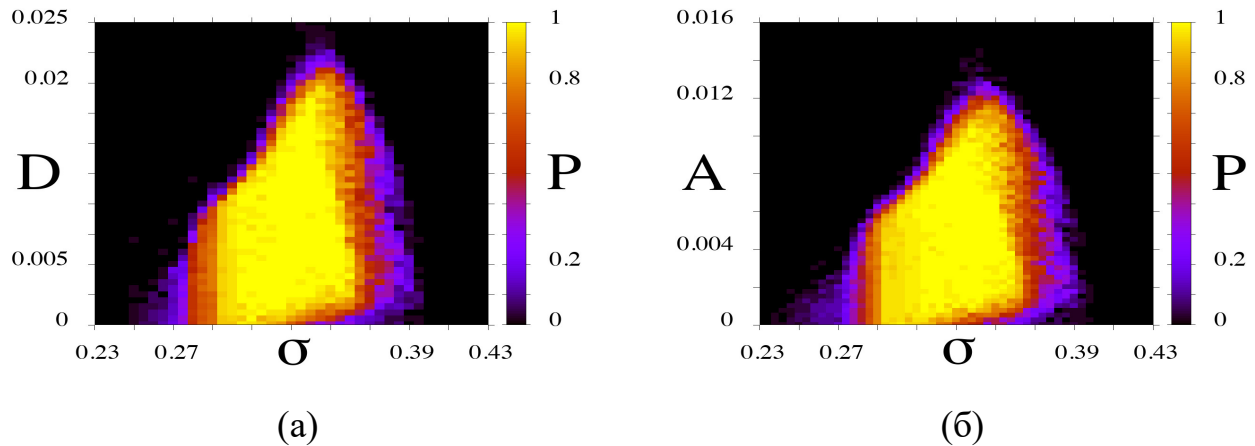


Рисунок 2 – Области существования химерных структур в системе ур.(2) на плоскости параметров: (а)($D-\sigma$), (б)($A-\sigma$) аддитивного шумового воздействия на параметр. P — вероятность установления фазовых химер при начальных условиях x_i^0 случайно выбранных из интервала $[0;1]$. Для построения данных карт использовано 50-т различных начальных условий

Сравнивая (Рис.2а) и (Рис.2б) мы видим, что карты режимов схожи качественно, но различны количественно, а это значит рассуждения об

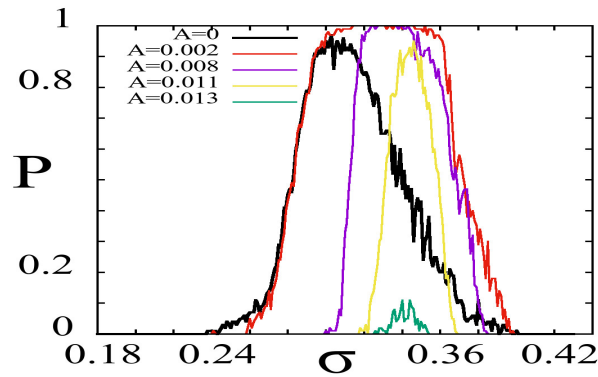
равномерном и нормально шуме одинаково справедливы, тем более, что такой же результат у нас был и при постоянном шумовом воздействии на параметр α . При увеличении интенсивности шума, вероятность появления химер стремится к нулю. Так же можно заметить, что существует область, где вероятность стремится к 1, еще отметим, что вершина большего значения вероятности слева движется к большим значениям силы связи, а справа к меньшим при увеличении интенсивности шума.

Получается, что увеличение интенсивности, как и говорилось раньше ведет к сближению верхних значений вероятности относительно силы связи, то есть, левые значения больших вероятностей движутся вправо, а значения правых двигаются налево, а так же значение интенсивности, при которой в принципе возможны химеры сдвигаются к центру, получается максимумы тянут за собой и все остальные вероятности и среднюю, и минимальную.

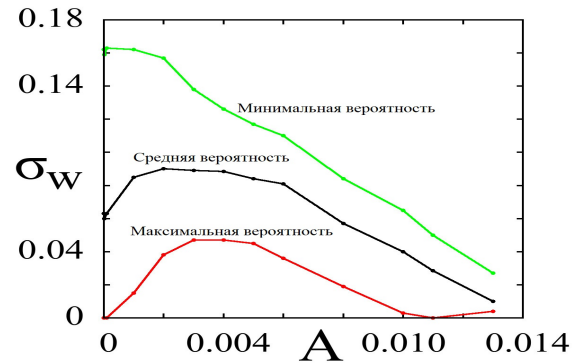
Как уже было сказано, что существует область в которой вероятность стремится к 1, мы поближе исследовали эту зависимость и оказывается она очень необычна, так как получается, что при отсутствии шума вероятность появления химер никогда не получается равна 1, а стоит нам добавить шум, тогда появляется область, где эта самая вероятность и стремится к 100%, то есть к 1, мы назвали это «химерный резонанс», а точнее это сделал Экехард Шолль из технического университета в Берлине, с которым мы вместе работаем.

На (Рис.3а), мы видим резонансные кривые. Они описывают то, как меняется вероятность появления химер при разных значениях интенсивности нормального аддитивного шума в зависимости силы связи. Можно отметить, что черным цветом, то есть при $A=0$, максимум вероятности на всех значениях силы связи, никогда не достигает 1, но при $A=0.002$, получается, когда мы слегка увеличили интенсивность и сразу получаем максимум в $P=1$, это и есть резонанс.

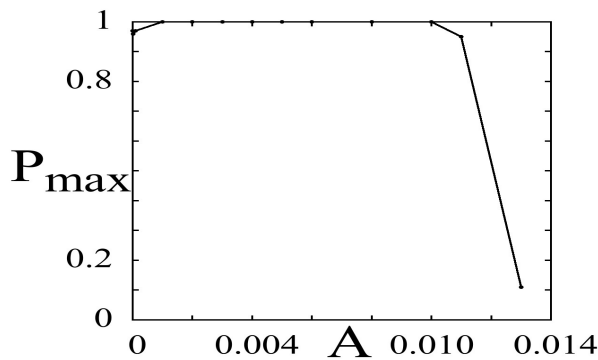
Дальнейшее увеличение интенсивности ведет к сужению ширины сил связи при которой наблюдается максимум вероятности для конкретной интенсивности аддитивного шума, и сдвиганию этих самых границ к определенному центру, так как и левая и правая граница движутся к определенному «центру», это «центр» находится примерно в $\sigma=0.342$, получается, что именно в этот «центр» сходятся границы области наблюдения химер.



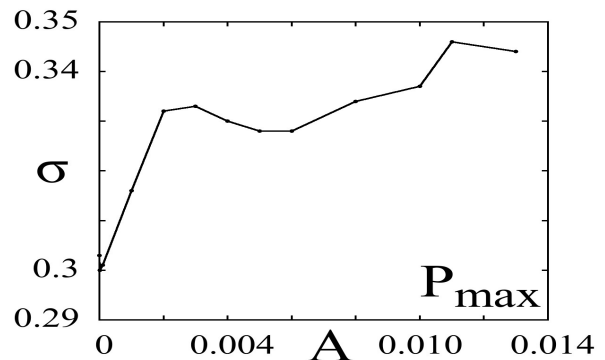
(а)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 3 – а) Резонансные кривые при разных значениях интенсивности аддитивного шума. б) Ширина области, в которой наблюдаются химеры, при разных вероятностях появления химер. в) Максимальная вероятность наблюдения химер в зависимости от интенсивности. г) Сила связи, при которой наблюдается максимум вероятности, в зависимости от интенсивности шума (все параметры просчитаны для $L=100$, где L - количество начальных условий)

Более интересная картина на (Рис.3б), мы наблюдаем за изменением ширины разных сил связи от интенсивности аддитивного шума и видим для разных вероятностей, где мы брали максимальную, среднее и минимальную вероятность, так максимум растет интенсивности переходит в верхнее значения ширины на $A=0.003$, а $\sigma_w=0.047$, а затем дойдя до максимума уменьшается, и получается «горб», который и является резонансом. А так как максимум, как уже было сказано, тянет за собой значения остальных вероятностей, на средних вероятностях тоже виден этот «горб», только он не ярко выражен, а значения ширины силы связи минимальных вероятностей уменьшаются на всем промежутке.

(Рис.3в) описывается движение максимума вероятности в зависимости от интенсивности, что уже было показано выше, но это еще и иллюстрирует стремительность изменения вероятности относительно шума. Получается, что существует некое «плато» значений шума, которые могут обеспечить нам стремление вероятности появления химеры к $P=1$. Это «плато» лежит на значениях $0.001 < A < 0.010$ для интенсивности шума.

Все это качественно справедливо и для постоянного шумового воздействия, но количественно будет серьезно различаться, из-за разных методов воздействия на систему.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введение неоднородности по управляющему параметру парциальных элементов в кольцо нелокально связанных логистических отображений ведет к изменению области наблюдения химерных состояний по силе связи между элементами. В случае неоднородного распределения параметра область существования фазовых химер и химер уединенных состояний увеличивается с увеличением интенсивности шума. Обратный эффект дает постоянное шумовое воздействие на управляющий параметр, в таком случае увеличение интенсивности шума ведет к уменьшению области существования химер в зависимости от силы связи. Так же можно отметить, что коренных качественных различий между нормальным и равномерным распределением не обнаружено. В итоге, исходя из полученных результатов, мы можем в зависимости от наших задач управлять существованием химерных структур в системе. Уменьшать, используя постоянное воздействие или увеличивать, используя неоднородное распределение.

Введение аддитивной неоднородности в данную систему, приводит к качественно тем же результатам, что и постоянное шумовое воздействие на управляющий параметр α , при этом мы выделили так названный «химерный резонанс», который можно широко применить при исследовании, детектировании химерных структур. В зависимости от интенсивности мы можем попадать в различные области, начиная от областей, где вероятность появления химер стремиться к нулю, до областей, где эта же самая вероятность стремиться к единице. Все выше перечисленное, может помочь в правильном определении параметров реальных систем для нахождения и исследования химерных структур.