

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Синхронизация структур в мультиплексных сетях логистических
отображений с мемристивной межслойной связью.

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 4061 группы

направления 11.03.02 Инфокоммуникационные

технологии и системы связи

Института физики

Папиной Светланы Александровны

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2022 г.

Введение

Понятие мемристора было впервые предложено в работе Л. Чуа и означало двухполюсник, проводимость или сопротивление которого зависит от всех предшествующих значений напряжения или тока. Была введена мемристивная проводимость, управляемая магнитным потоком (интегралом от напряжения по времени) и мемристивное сопротивление, управляемое зарядом, прошедшим через двухполюсник (интегралом от тока). В дальнейшем эти представления были обобщены и была предложена концепция мемристивного элемента.

Характеристика мемристивного элемента (например, проводимость) в текущий момент времени зависит от переменной $z(t)$, значение которой в данный момент времени связано со входной переменной инерционно, т.е. зависит от её значений во все предыдущие моменты времени, т.е. состояние мемристивного элемента в момент времени t зависит от начального значения переменной z и «память» о начальном состоянии мемристивного элемента сохраняется бесконечно долго. Такой мемристор является идеальным.

Реальные устройства не обладают бесконечно долгой памятью. В настоящее время разработаны реальные мемристоры на основе полупроводниковых и органических материалов, графена, твердотельных оксидных плёнок и др. Эти устройства не являются строго идеальными мемристорами и с течением времени «забывают» предшествующие состояния.

Неидеальный мемристивный элемент можно рассматривать как цепочку инерционной нелинейности. Инерционная нелинейность с определенной характеристикой приводит к возникновению в автоколебательной системе с размерностью фазового пространства $N = 3$ хаотической динамики, хорошо воспроизводимой в физических экспериментах. Инерционные нелинейные связи, которые, в определенной степени, являются мемристивными, могут играть существенную роль в ансамблях реальных нейронов, взаимодействующих сложным образом, через электрические и магнитные поля.

Кроме сосредоточенных систем малой размерности исследование мемристивных связей актуально для ансамблей осцилляторов, особенно для моделей нейронных ансамблей. В ряде работ исследовалось распространение волн и образование пространственных структур в ансамблях и сетях с мемристивными связями. Важной и интересной является также задача синхронизации сложных пространственно-временных режимов во взаимодействующих ансамблях или слоях многослойной сети при мемристивном взаимодействии этих ансамблей или слоев. В то же время, пока еще остается много неясного, в том, как влияет мемристивный характер связи элементов ансамбля на пространственно-временную динамику, в частности на синхронизацию сложных структур, формирующихся во взаимодействующих слоях и ансамблях.

Одним из распространенных видов пространственных структур, типичным для широкого класса ансамблей и сетей с нелокальным взаимодействием элементов является структура кластеров с когерентным (синхронным) и некогерентным (несинхронным) поведением элементов, принадлежащих данному кластеру. Состояние частичной (кластерной) синхронизации, соответствующее данной структуре получило название химерного состояния или просто химеры. Химерные состояния широко изучались в последние годы во многих работах. Был установлен факт синхронизации химерных состояний во взаимодействующих слоях многослойных сетей. Причем слои могли быть как однородными, так и неоднородными и даже состоять из элементов с различным характером динамики.

В нашей работе исследуется двухслойная мультиплексная сеть хаотических логистических отображений с мемристивной связью между слоями. В слоях в отсутствие связи реализуются химерные состояния. При этом рассматриваются как идентичные слои с различающимися установившимися химерными структурами, так и неидентичные слои, характеризующиеся различным числом связей элементов внутри слоя.

Использование в качестве базового элемента сети простейшего одномерного отображения позволяет более детально исследовать особенности синхронизации сложных пространственных структур с мемристивной связью.

Цель работы состоит:

- в исследовании особенностей полной синхронизации хаотических систем, взаимодействующих через мемристивный элемент связи на примере простой модели с дискретным временем, представляющей собой мемристивно-связанные логистические отображения.
- в выявлении особенностей синхронизации сложных пространственно-временных режимов в слоях мультиплексной сети с мемристивным характером связи между слоями. Предполагается выяснить наличие зависимости границы синхронизации от начального состояния мемристивных связей в случае идеальных и неидеальных мемристоров;

В соответствии с поставленной целью решаются следующие задачи:

1. Установить наличие полной синхронизации хаотических колебаний при взаимодействии хаотических отображений через мемристивную связь;
2. Установить, существует ли эффект полной синхронизации химерных состояний в идентичных слоях сети хаотических отображений с нелокальной внутрислойной связью и мемристивной связью между слоями;
3. Определить, зависит ли порог полной синхронизации от начальных состояний мемристивных связей в случае идеальных мемристивных элементов связи;
4. Выяснить, сохраняется ли такая зависимость при неидеальном характере мемристивных элементов связи или она исчезает при сколь угодно малом отклонении от идеального случая.
5. Установить, существует ли эффект синхронизации химерных состояний в неидентичных слоях с мемристивной связью и каковы его отличия от эффекта синхронизации в идентичных слоях;

6. Определить, зависит ли порог синхронизации (с заданной погрешностью) от начальных состояний идеальных мемристивных элементов связи в случае неидентичных слоев;
7. Выяснить, сохраняется ли такая зависимость при неидеальном характере мемристоров.

Поставленные задачи выполнялись численно при помощи комплекса программ на языке C++ и программы Gnuplot для визуализации данных.

Раздел 1 «Исследуемые модели и методы численного анализа» содержит модели и методы анализа исследуемых систем. В подразделе 1.1 «Два мемристивно связанные логистические отображения» описываются два логистических отображения с мемристивной связью. В подразделе 1.2 «Двухслойная мультиплексная сеть хаотических отображений с мемристивным взаимодействием слоев» рассматривается двухслойная мультиплексная сеть логистических отображений. Каждый слой включает одно и то же количество узлов, связанных только с соответствующими узлами других слоев. При этом связи в пределах разных слоев могут быть различными. В подразделе 1.3 «Многослойная мультиплексная сеть хаотических отображений с мемристивным межслойным взаимодействием» рассматривается многослойная мультиплексная сеть логистических отображений.

В разделе 2 «Практическая часть» описываются расчеты систем. В подразделе 2.1 «Исследование синхронизации двух хаотических логистических отображений с мемристивной связью» рассмотрели зависимость границы синхронизации от начального состояния мемристивной связи при различных значениях параметра забывания γ . В подразделе 2.2 «Исследование синхронизации химерных состояний в двухслойной мультиплексной сети логистических отображений с мемристивной межслойной связью» рассматривали режимы устанавливающиеся в двух слоях сети в случае идентичных и неидентичных слоев. В подразделе 2.2.1 «Случай идентичных слоев» были проведены расчеты областей полной синхронизации идентичных слоев на плоскости параметров $z_0 - k$ при различных значениях параметра

забывания γ . В подразделе 2.2.2 «Случай слоев с разным числом внутрислойных связей» были проведены расчеты областей полной синхронизации неидентичных слоев на плоскости параметров $z_0 - k$ при различных значениях параметра забывания γ с разным числом внутрислойных связей. В подразделе 2.2.3 «Случай слоев с разными коэффициентами внутрислойных связей» были проведены расчеты областей полной синхронизации неидентичных слоев на плоскости параметров $z_0 - k$ при различных значениях параметра забывания γ с разными коэффициентами внутрислойных связей. В подразделе 2.3 рассматривалась однородная сеть из десяти слоев ($M = 10$) при значениях параметров: $N = 500$; $\alpha = 3.8$; $P = 150$; $\sigma = 0.32$, $\gamma = 0$.

Основное содержание работы

Исследовались следующие модели:

- 1) Два мемристивно связанные логистические отображения;
- 2) Двухслойная мультиплексная сеть логистических отображений с нелокальной диссипативной связью внутри слоев и мемристивной межслойной связью;
- 3) Мультиплексная сеть логистических отображений с нелокальной диссипативной внутрислойной связью и мемристивной межслойной связью, состоящая из 10 слоев.

1) Два идентичных логистических отображения с мемристивной связью могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n) + kM(z_n)[f(y_n) - f(x_n)], \\ y_{n+1} &= f(y_n) + kM(z_n)[f(x_n) - f(y_n)], \\ z_{n+1} &= (1 - \gamma)z_n + \varepsilon(x_n - y_n), \end{aligned} \tag{1}$$

где k – коэффициент связи, $M(z)$ – характеристика элемента связи, z_n – динамическая переменная, управляющая характеристикой нелинейной инерционной связи (мемристивная переменная), μ и ε – параметры мемристивной связи. Параметр γ характеризует скорость, с которой мемристивный элемент «забывает» свое первоначальное состояние.

Фиксировались следующие параметры системы (2):

- параметры отображений: $\alpha = 3.8$, что соответствует хаосу в логистическом отображении;
- параметры элементов мемристивной связи; $\mu = 4$, $\varepsilon = 0.001$.

В качестве управляющих параметров рассматриваются параметр связи k и параметр забывания δ . Также в качестве управляющего параметра будет рассматриваться начальное состояние элемента связи: $z(0) = z_0$.

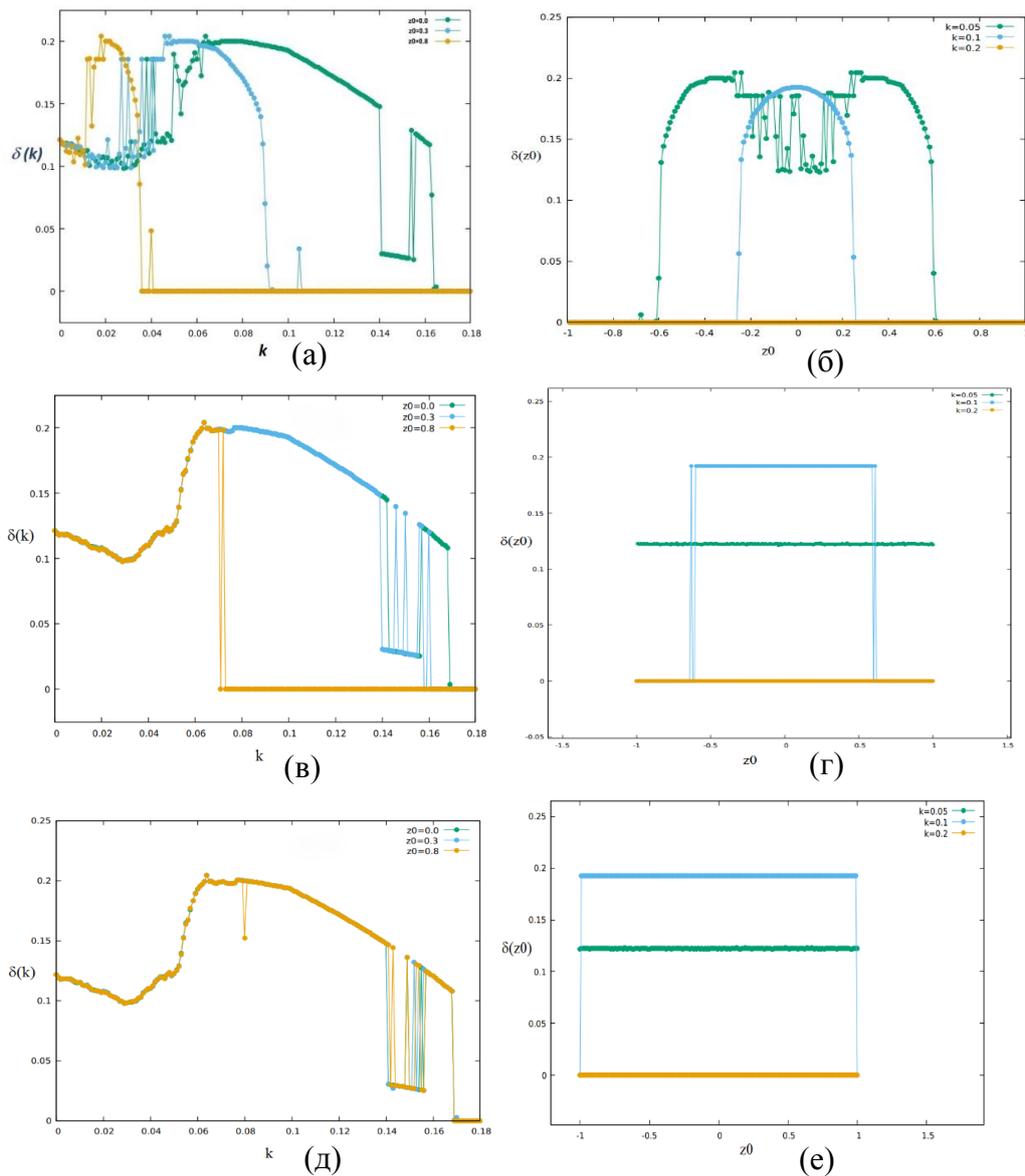


Рисунок 1. Зависимости погрешности синхронизации δ от коэффициента связи k при различных начальных значениях мемристивной переменной z_0 (а,в,д) и зависимости δ от z_0 при различных значениях коэффициента связи k (б,г,е) в случае $\gamma = 0$ (а,б), $\gamma = 0.001$ (в,г), $\gamma = 0.1$ (д,е) Другие параметры и начальные условия: $\alpha = 3.8$; $\mu = 4$; $\varepsilon = 0.001$; $x_0 = 0.1$; $y_0 = 0.2$.

Граница синхронизации при $\gamma = 0$ и $\gamma = 0.001$ зависит от начального состояния элемента связи. А при $\gamma = 0.1$ граница синхронизации перестает зависеть от начального состояния элемента связи и, соответственно, мемристивный характер связи исчезает.

2) Уравнения исследуемой двухслойной сети имеют вид:

$$\begin{aligned} x_j(n+1) &= f(x_j(n)) + \frac{\sigma_1}{2P_1} \sum_{k=j-P_1}^{j+P_1} [f(x_k(n)) - f(x_j(n))] + kM(z_j(n)) [f(y_j(n)) - f(x_j(n))], \\ y_j(n+1) &= f(y_j(n)) + \frac{\sigma_2}{2P_2} \sum_{k=j-P_2}^{j+P_2} [f(y_k(n)) - f(y_j(n))] + kM(z_j(n)) [f(x_j(n)) - f(y_j(n))], \\ z_j(n+1) &= (1-\gamma)z_j(n) + \varepsilon(x_j(n) - y_j(n)), \quad j = 0, 1, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (2)$$

Граничные условия: $x_{j\pm N}(n) = x_j(n)$, $y_{j\pm N}(n) = y_j(n)$.

Здесь j – номер элемента в слое, n – дискретное время. Каждый слой представляет собой кольцо отображений с нелокальной связью, которая характеризуется коэффициентом внутрислойной связи σ_i и числом соседей P_i ($i = 1, 2$) с каждой стороны. Параметры внутрислойной связи в первом и втором слоях в общем случае могут различаться.

Фиксировались следующие параметры системы (2):

- размер слоев ансамбля: $N = 500$;
- параметры элементов сети: $\alpha = 3.8$, что соответствует хаосу в логистическом отображении;
- параметры элементов мемристивной связи: $\mu = 4$, $\varepsilon = 0.001$;
- параметры связи в первом слое $\sigma_1 = 0.32$ (коэффициент внутрислойной связи в первом слое), $P_1 = 150$ (число соседей элемента в первом слое с каждой стороны).

В качестве управляющих параметров будут рассмотрены параметры связи во втором слое (σ_2 и P_2), параметр межслойной связи k , параметр забывания γ и начальное значение переменных мемристивной связи $z_j(0)$, которое будет полагаться одинаковым для всех элементов: $z_j(0) = z_0$.

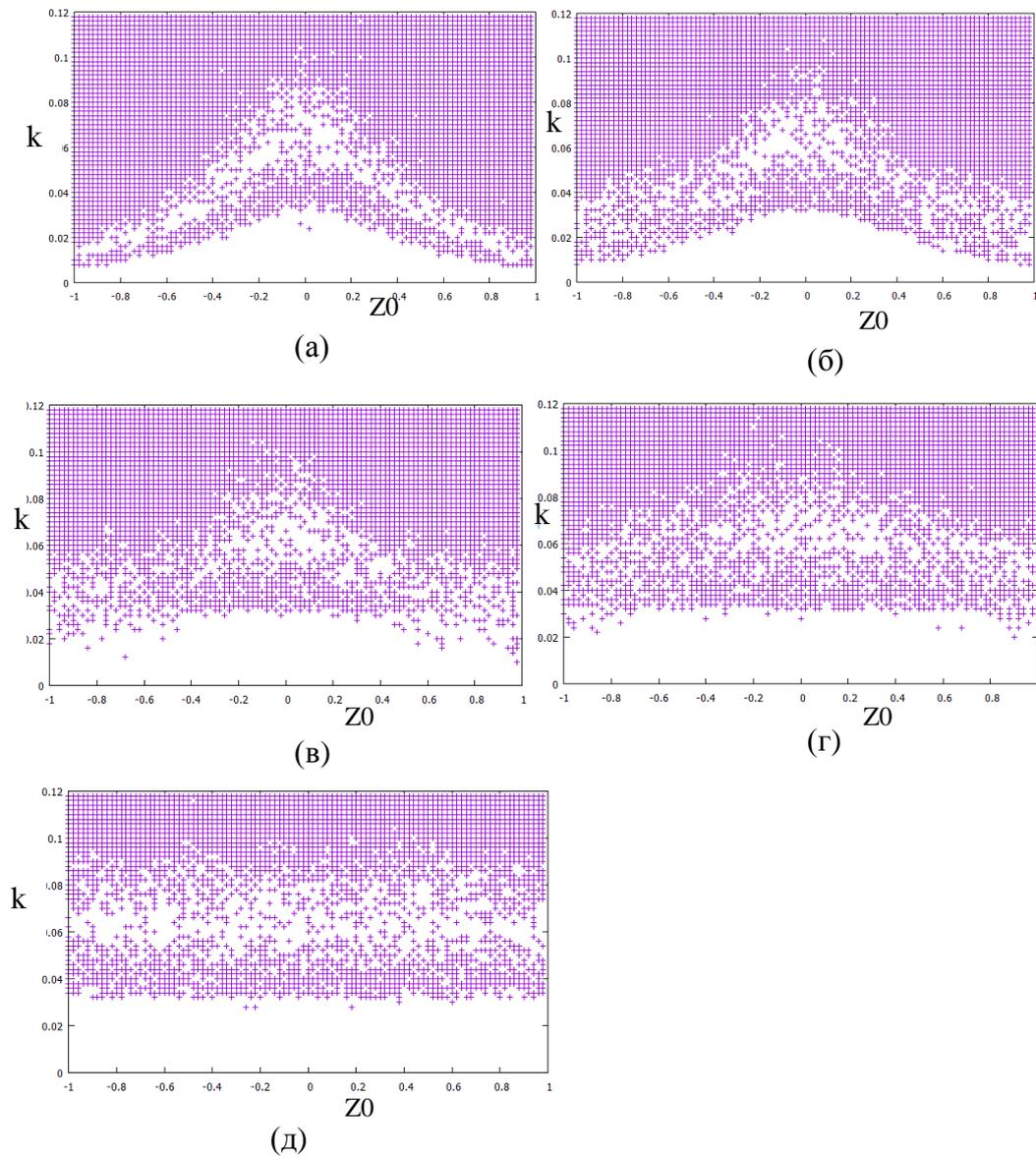


Рисунок 2. Карта синхронного и несинхронного режимов для случая идентичных слоев на плоскости параметров $z_0 - k$ при идеальной мемристивной связи $= 0$ (а), $\gamma = 0.0001$ (б), $\gamma = 0.001$ (в), $\gamma = 0.01$ (г) и $\gamma = 0.1$ (г). Другие параметры: $N = 500$; $\alpha = 3.8$; $\sigma_2 = \sigma_1 = 0.32$; $P_2 = P_1 = 150$. Критерий синхронизации - $\delta \leq 10^{-5}$. Время вычислений δ - 5000 итераций

Граница между областями синхронных и несинхронных колебаний не является линией, а представляет достаточно широкий слой, в котором перемешаны синхронные и несинхронные состояния. Это объясняется мультистабильностью режимов, не связанной с мемристивным характером взаимодействия слоев.

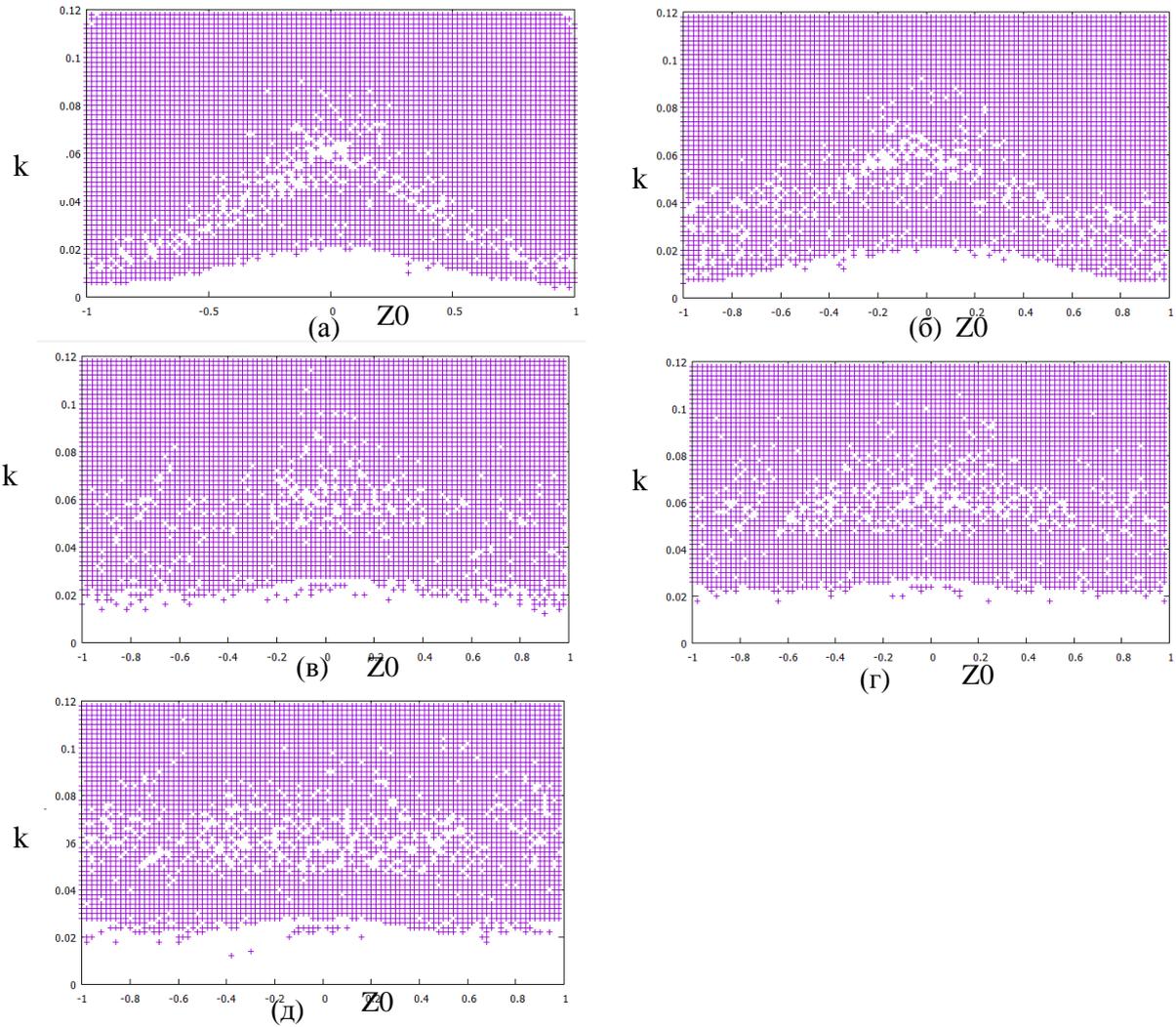


Рисунок 3. Карта синхронного и несинхронного режимов для случая идентичных слоев на плоскости параметров $z_0 - k$ при идеальной мемристивной связи $\gamma = 0$ (а), $\gamma = 0.0001$ (б), $\gamma = 0.001$ (в), $\gamma = 0.01$ (г) и $\gamma = 0.1$ (д). Другие параметры: $N = 500$; $\alpha = 3.8$; $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.32$; $P_1 = 150$ $P_2 = 100$. Критерий синхронизации - $\delta \leq 0.01$. Время вычислений δ - 5000 итераций

При мемристивной связи более близкой к идеальной, удастся получить частичную синхронизацию с меньшим значением ошибки δ .

3) Уравнения многослойной сети имеют вид

$$\begin{aligned}
 x_{j,i}(n+1) &= f(x_{j,i}(n)) + \frac{\sigma_i}{2P} \sum_{k=j-P_1}^{j+P_1} [f(x_{k,i}(n)) - f(x_{j,i}(n))] + k_i M(z_{j,i}(n)) [f(x_{j,i+1}(n)) - f(x_{j,i}(n))] + \\
 &+ k_{i-1} M(z_{j,i-1}(n)) [f(x_{j,i-1}(n)) - f(x_{j,i}(n))], \\
 z_{j,i}(n+1) &= (1 - \gamma) z_{j,i}(n) + \varepsilon (x_{j,i}(n) - x_{j,i+1}(n)), \quad j = 0, 1, \dots, N-1, \quad i = 0, 1, 2, \dots, M, \\
 \text{Граничные условия: } &x_{j \pm N, i}(n) = x_{j, i}(n),
 \end{aligned} \tag{3}$$

Во всех моделях в качестве нелинейных элементов предполагается рассматривать идентичные логистические отображения, задаваемые функцией

последования вида $f(x) = \alpha x(1-x)$. Характеристику элементов мемристивной связи будем задавать в виде $M(z) = 1 + \mu z^2$, где μ - параметр элемента связи.

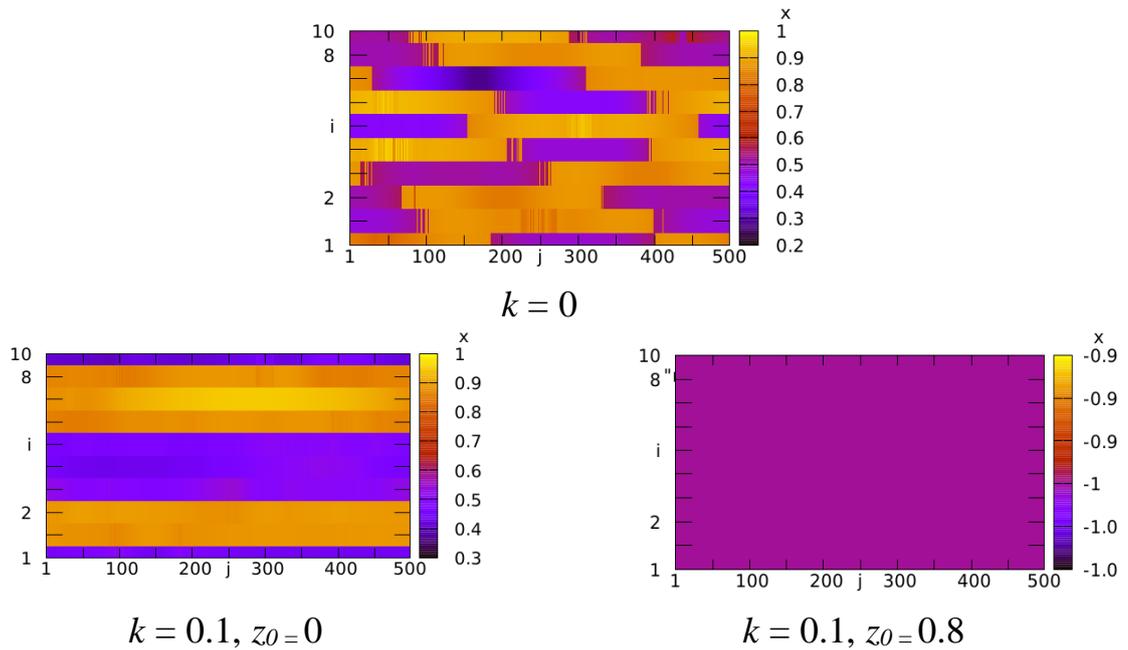


Рисунок 4. Мгновенные состояния многослойной цепи (9) при различных значениях коэффициента связи и переменных, задающих начальные состояния мемристоров межслойной связи. Мемристоры связи полагались идеальными ($\gamma = 0$)

Из приведенных на Рис.4 диаграмм можно видеть, что введение связи приводит к существенному упрощению пространственной структуры в сети. При $z_0 = 0$ вместо химерных состояний в слоях наблюдаются режимы, близкие к пространственно-однородным, которым соответствуют полосы одного цвета на пространственной диаграмме. Полосы включают несколько слоев, синхронизованных между собой. При $z_0 = 0.8$ наблюдается полная синхронизация всех слоев и элементов сети, что отражено в однотонной окраске всей пространственной диаграммы.

Методы и алгоритмы

В работе используются методы компьютерного моделирования, анализ мгновенных пространственных профилей и реализаций колебаний во времени. Для диагностики эффекта синхронизации в работе рассчитывается величина

$$\delta = \langle [x_2(t) - x_1(t)]^2 + [y_2(t) - y_1(t)]^2 + [z_2(t) - z_1(t)]^2 \rangle. \quad (4)$$

Заключение

В ходе данной работы методами компьютерного моделирования было установлено наличие полной синхронизации хаотических колебаний при взаимодействии хаотических отображений через мемристивную связь; установлен эффект полной синхронизации химерных состояний в идентичных слоях сети хаотических отображений с нелокальной внутрислойной связью и мемристивной связью между слоями.

Было установлено, что для химерных структур в неидентичных слоях, отличающихся числом внутрислойных связей, также имеет место эффект синхронизации. Однако в этом случае наблюдается частичная синхронизация. Рассматривалась частичная синхронизация с погрешностью 10^{-2} .

Было показано, что порог частичной синхронизации неидентичных слоев с заданной погрешностью 10^{-2} зависит от начальных состояний идеальных мемристивных элементов связи. Была построена карта синхронных и несинхронных режимов на плоскости параметров «коэффициент связи – начальное значение переменных, задающих состояние мемристоров», отражающая зависимость порога синхронизации от начального состояния мемристоров связи.

Было установлено, что зависимость порога частичной синхронизации неидентичных слоев от начальных состояний мемристоров с конечным временем памяти частично сохраняется в случае только очень малого отклонения мемристора от идеального ($\gamma \leq 0.0001$) и исчезает быстрее (при меньших γ), чем в случае идентичных слоев.