

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ**  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ**  
**Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии

**Реализация нелинейной предсказательной модели с использованием  
радиальных базисных функций**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

Студента                      4 курса                      4081 группы

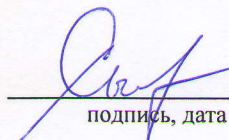
направления                      12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»

институт физики

Созонов Евгений Александрович

Научный руководитель:

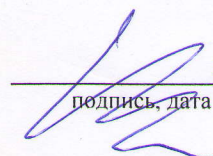
профессор, д.ф. – м.н, доцент  
должность, ученая степень, ученое звание

 20.06.2022  
подпись, дата

И.В. Сысоев  
инициалы, фамилия

Зав. кафедрой динамического  
моделирования и  
биомедицинской инженерии:

д.ф.-м.н., доцент  
должность, ученая степень, ученое звание

 20.06.2022  
подпись, дата

А.С. Караваев  
инициалы, фамилия

Саратов 2022

## **Оглавление**

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Оглавление .....                                                                       | 2  |
| Введение .....                                                                         | 3  |
| Описание радиальных базисных функций, методик обучения и тестирования<br>моделей ..... | 4  |
| Тестирование возможностей моделей .....                                                | 6  |
| Заключение .....                                                                       | 12 |

## Введение

В настоящее время предсказательное моделирование поведения динамических систем по дискретным последовательностям экспериментальных данных или же временным рядам обращает на себя внимание всё большего числа специалистов и организаций. Для решения данной задачи предлагается множество подходов начиная от достаточно простых математических аппроксимирующих моделей (линейная аппроксимация), заканчивая построением сложных многослойных нейронных сетей, разработка которых происходит на основе тестовых обучающих выборок с множеством вариантов приближения и увеличения точности, к примеру методы градиентного спуска, генетические методы, а также их комбинации. Сами по себе линейные комбинации радиальных базисных функций, представляют собой простейший вариант однослойной нейронной сети, с одним скрытым слоем радиально базисных функций активации и выходным сумматором. В дальнейшем будет использоваться термин - сеть радиальных базисных функций.

В 2008 году Даниэль Маринаццо предложил использовать радиальные базисные функции в задачах определения взаимосвязи между динамическими системами. В своих статьях [22-23] он описал метод Ядерной причинности по Грейнджеру, в котором линейная комбинация радиальных базисных функций использовалась в качестве прогностической модели. Таким образом радиальные базисные функции представляют интерес для исследователей различных областей и направлений, в том числе и в задачах нахождения взаимосвязи между различными динамическими системами.

**Целью дипломной работы** является исследование прогностических возможностей радиальных базисных функций и исследование различий результатов в зависимости от используемой функции.

Для достижения цели были поставлены следующие **задачи**:

- 1) Изучить радиальные базисные функции их виды;
- 2) Построить и протестировать линейные прогностическую модель на основе РБФ;

- 3) Провести тестирование модели меняя РБФ
- 4) Построить и протестировать нелинейную прогностическую модель на основе РБФ;
- 5) Провести тестирование модели на экспериментальных данных

Для выполнения задач и достижения цели будет создана прогностическая модель на основе радиальных базисных функций. В качестве средства реализации будет использоваться язык программирования Python<sup>1</sup> и сторонние библиотеки с открытым исходным кодом<sup>2</sup>.

Выпускная квалификационная работа состоит из двух глав. В первой главе рассматривается общая теория и описание радиальных базисных функций. Дается определение радиальных базисных функций и описание их разновидностей. Рассматриваются основные области применения, методики обучения моделей на их основе и методы тестирования, применяющиеся в выпускной квалификационной работе. Вторая глава включает в себя тестирование возможностей моделей на основе РБФ. Глава состоит из двух частей, в первой рассматриваются синтетические тесты на хаотическом аттракторе отображения Эно линейной и нелинейной разновидностей радиальных базисных сетей. Вторая часть включает в себя тестирование возможностей работы модели на реальных сигналах, в данной работе рассматриваются ЭЭГ мышей, снятые в трёх отведениях.

### **Описание радиальных базисных функций, методик обучения и тестирования моделей**

Радиальные базисные функции – вещественная функция, где значение зависит от расстояния до центра выбранной функции, либо началом координат. Для определения расстояния в большинстве случаев выступает евклидово расстояние [24]. Общий вид данных функций:

$$\varphi(x) = \varphi(x - c) \quad (1)$$

В задачах аппроксимации, интерполяции и прогнозирования используют линейные комбинации радиальных базисных функций одного вида. Однако допускается гибридная сеть [17]. В рамках данной работы гибридные модели не рассматриваются. Сама по себе данная комбинация представляет собой простейшую нейронную сеть с одним скрытым слоем, в котором находятся радиальные базисные функции и сумматором на выходе.

Общий вид сети РБФ:

$$y(X) = \sum_{i=0}^k w_i \varphi_i(X) \quad (6)$$

где  $k$  – количество радиальных базисных функций,  $w_i$  – вес  $i$ -той функции,  $\varphi$  – радиальная базисная функция, принимающая вектор  $X$ . В матричном виде выражение можно представить следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \varphi \|x_0 - c_0\| & \cdots & \varphi \|x_n - c_0\| \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi \|x_0 - c_k\| & \cdots & \varphi \|x_n - c_k\| \end{pmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_0) \\ f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

где первый член – это матрица значений функции, второй – веса функций, третий

Благодаря наличию всего одного слоя в этой сети, обучение значительно упрощается. Однако возникает задача нахождения оптимальных параметров радиальной базисной функции, в общем случае это значения ширины –  $a_i$  и расположения центров –  $C_i$ .

Для тестирования используется 2 варианта комбинаций радиально базисных функций. С фиксированными значениями  $a$  радиусов и  $C$  центров соответственно.

Для РБФ с одним неизвестным коэффициенты  $w_i$  рассчитываются с помощью метода наименьших квадратов [25]. Центры  $C_i$  и  $a_i$  выбираются вручную на основе выбранного промежутка сигнала для тестирования. Для обучения используется единственная выборка из тестового сигнала. Для обучения модели с тремя неизвестными параметрами  $w$ ,  $C$  и  $a$  используются

методы описанные в первой главе. В качестве начального приближения для центров используются случайные значения из отрезка тестовой выборки. В качестве начально приближения радиуса центров используется расстояние до ближайшего соседа, далее корректируется с помощью градиентного спуска.

### Тестирование возможностей моделей

Тестирование моделей проводилось в 2 этапа. На первом этапе рассматривались синтетические тесты с целью выявления особенностей применения радиально базисных функций на данном этапе использовалось отображение Эно в хаотическом режиме. На втором этапе проводились тесты на временных рядах ЭЭГ крыс в трёх отведениях, с целью определения предсказательных возможностей моделей на основе радиальных базисных функций. На первом этапе были получены следующие результаты:

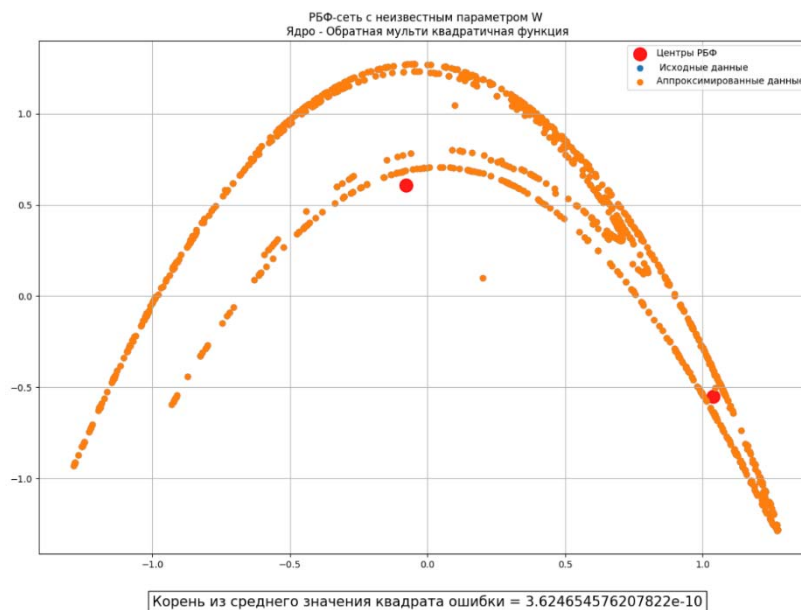


Рисунок 1 - Фазовый портрет хаотического аттрактора отображения Эно и его реконструкция с использованием РБФ-сети на основе функции Гаусса. Нелинейная модель с тремя неизвестными коэффициентами

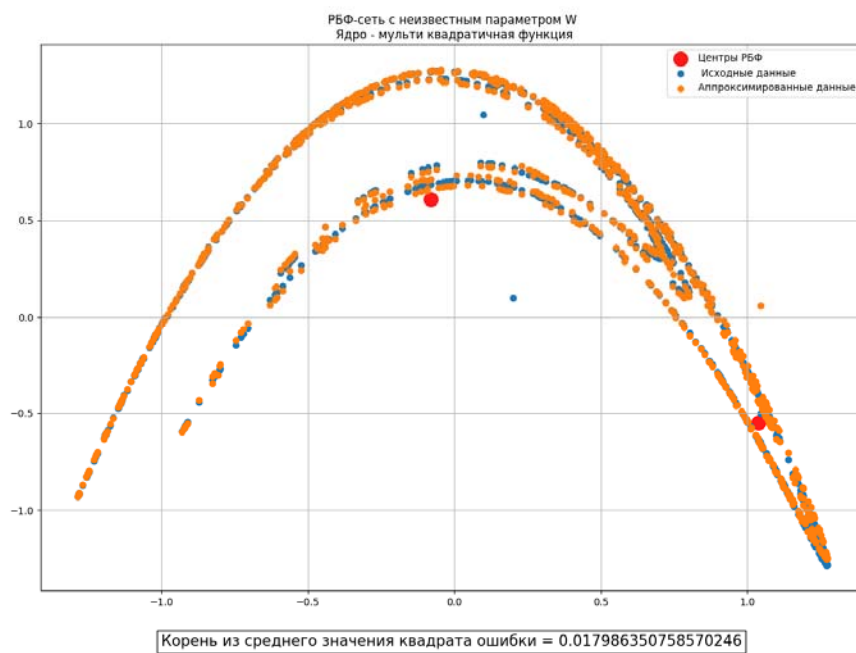


Рисунок 1 - Фазовый портрет хаотического аттрактора отображения Эно и его реконструкция с использованием РБФ-сети на основе мульти квадратичной функции. Линейная модель с одним неизвестным параметром.

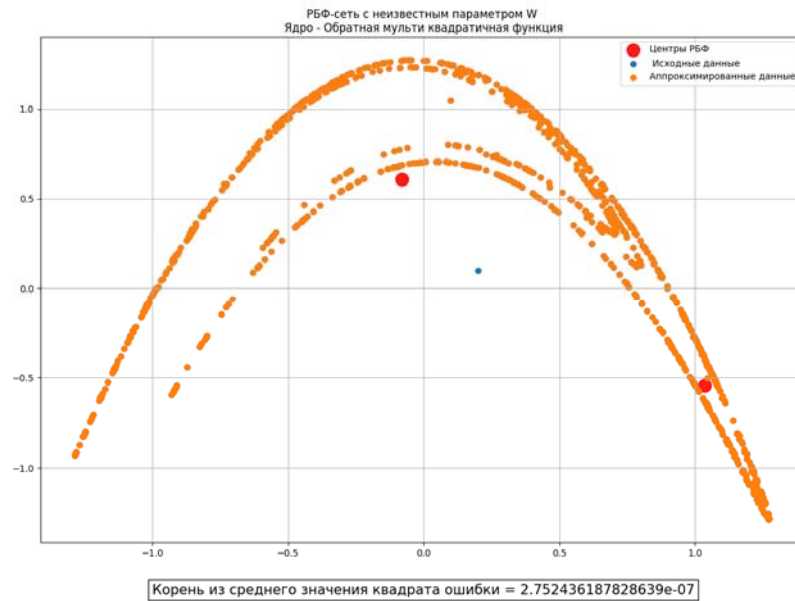


Рисунок 3 - Фазовый портрет хаотического аттрактора отображения Эно и его реконструкция с использованием РБФ-сети на основе обратной квадратичной функции. Нелинейная модель с тремя неизвестными коэффициентами

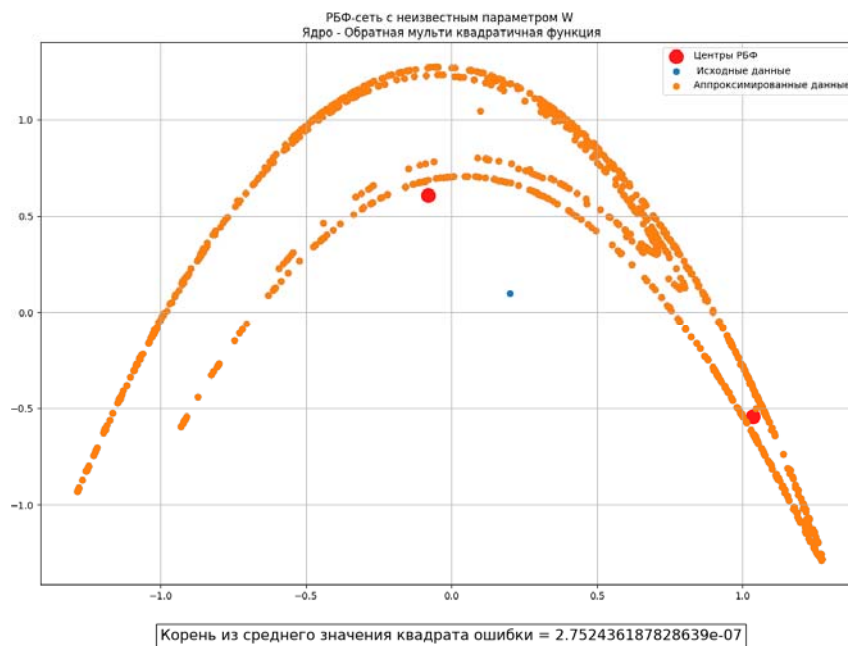


Рисунок 4 - Фазовый портрет хаотического аттрактора отображения Эно и его реконструкция с использованием РБФ-сети на основе обратной квадратичной функции. Нелинейная модель с тремя неизвестными



Графики выше показывают, что реализация моделей на основе радиальных базисных функций показывают достаточно высокую точность реконструкции тестовых временных рядов. Наиболее оптимальным выбором оказалась функция Гаусса, за счёт её стабильности и самой высокой точности среди всех тестируемых радиальных базовых функций.

На втором этапе с помощью модели, основанной на радиальной базисной функции Гаусса, были получены следующие результаты:

Моделирование исходных рядов проводится с лагом  $L = 2$ , количество центров  $C = 20$ . В моделировании участвуют первые отведения трёх мышей.

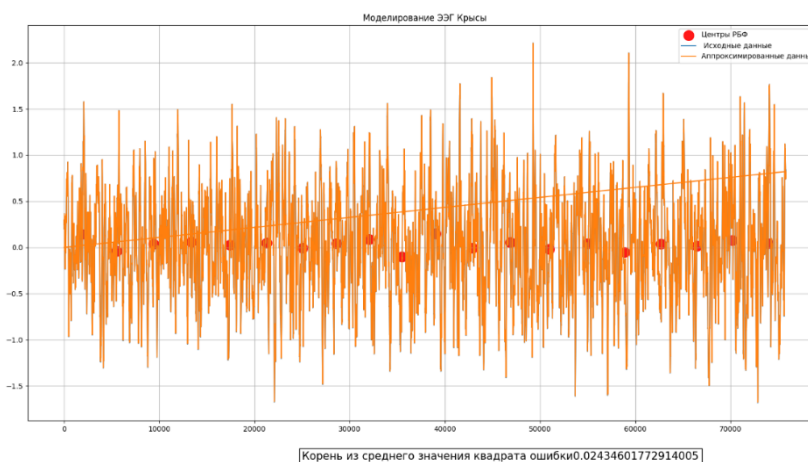


Рисунок 5 - смоделированный временной ряд для первого отведения первой крысы

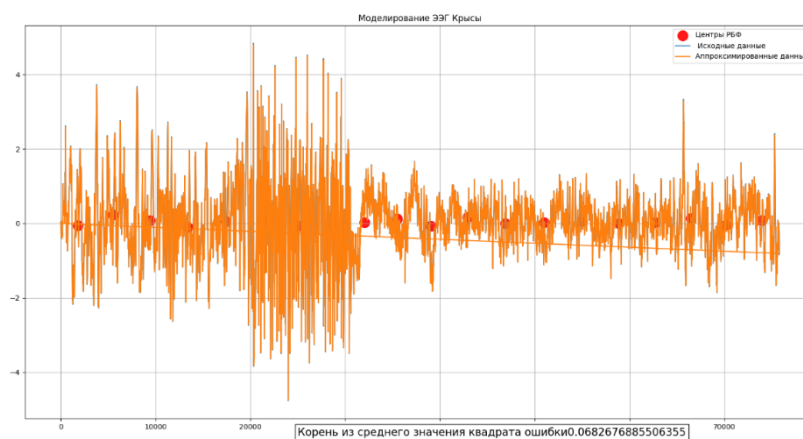


Рисунок 6 - Реконструированный временной ряд для первого отведения третьей особи

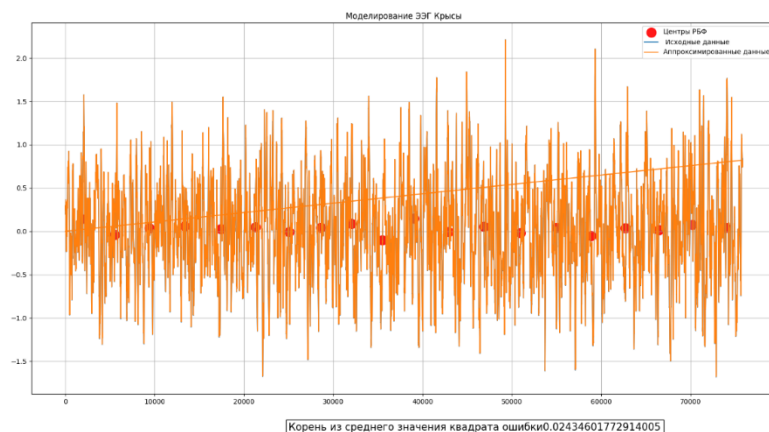


Рисунок 7 - Реконструированный временной ряд для первого отведения второй крысы

Реконструкция исходных рядов проведена успешно.

Тестирование алгоритма на основе моделирования стадий сна:

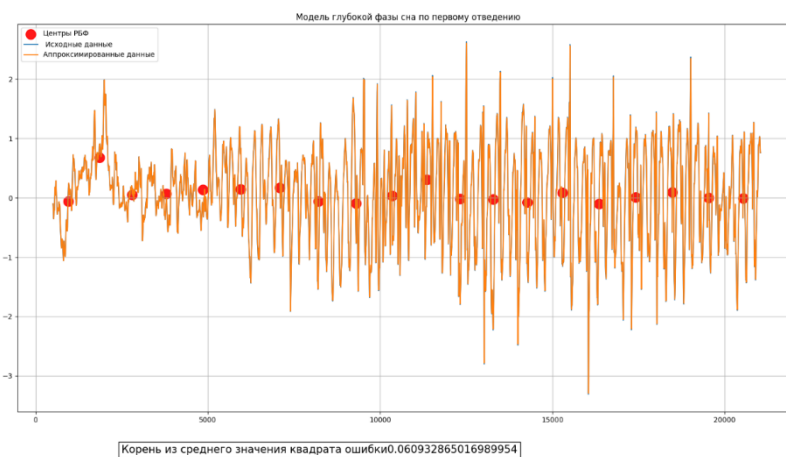


Рисунок 8 - Модель глубокой фазы сна, 1 отведение. Ошибка прогноза  $M = 0.060$

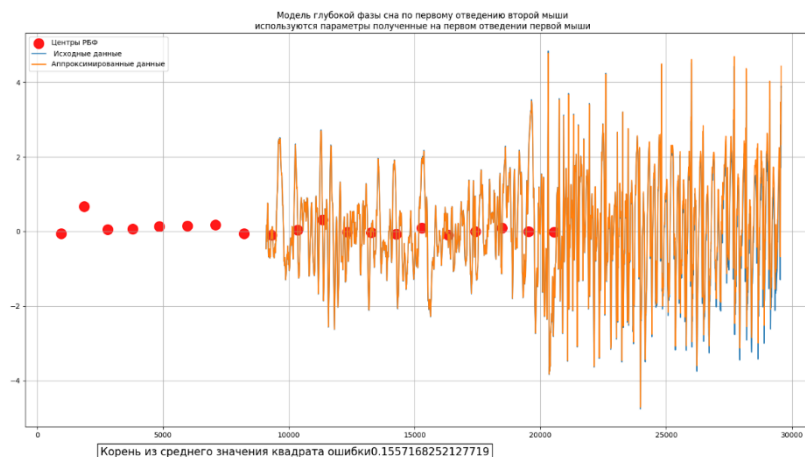


Рисунок 9 - Модель глубокой фазы сна 1 отведения второй мыши с параметрами первого отведения. Ошибка прогноза  $M=0.155$

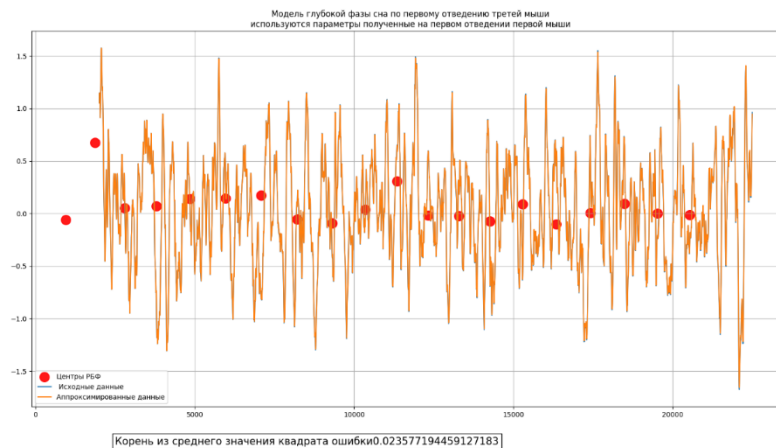


Рисунок 10 - Модель глубокой фазы сна 1 отведения третьей мыши с параметрами первого отведения. Ошибка прогноза  $M=0.023$ .

Алгоритм успешно справился реконструкцией медленной стадии сна, для всех мышей, при условии, что модель была обучена на первом отведении первой мыши.

Тестирование модели на данных из промежутка быстрого сна:

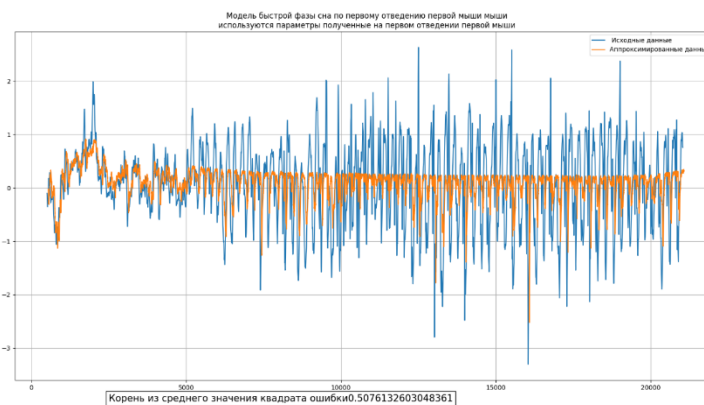


Рисунок 34 - Модель быстрой фазы сна 1 отведения первой мыши с параметрами первого отведения, полученные на модели глубокого сна

Модель не справилась, показав достаточно высокую специфичность. В результате чего, модель на основе функции Гаусса имеет достаточные возможности для применения на экспериментальных данных, в частности на сигналах ЭЭГ.

## Заключение

В результате работы были изучены радиальные базисные функции и предсказательные возможности моделей на их основе. В ходе работы были обнаружены особенности использования разновидностей радиальных базисных функций, области применения моделей, выработаны базовые рекомендации для дальнейшей работы с данными моделями, а именно:

- 1) Для каждой конкретной задачи необходимо дополнительно проводить тестирование и поиск оптимального ядра, в виду их специфики по работы по отношению к природе сигнала.
- 2) Квадратичные Ядра, в большинстве случаев требуют меньшего числа ядер, для достижения качества прогноза сопоставимого с ядром Гаусса, однако обладают более выраженной ограниченностью по отношению к природе сигнала.
- 3) Точность модели на основе ядер Гаусса, растёт с увеличением числа ядер, однако Рост ограниченный и по достижении определённого количества прекращает. Наиболее оптимально использовать наименьшее возможное количество, которое позволяет добиться желаемой точности.
- 4) Линейная РБФ-сеть, обладает достаточно высокой точностью и в виду простоты реализации допускается использование на достаточно хаотичных сигналах. Однако стоит уделить время выбору постоянных расположений центров и их радиуса
- 5) В общем случае рекомендуется использовать ядро Гаусса, ввиду его универсальности и стабильности, по сравнению с остальными протестированными ядрами в данной работе.
- 6) Прогностическая модель на основе радиальных базисных функций оказалась достаточно устойчива к помехам и пикам и показала высокую точность прогноза на экспериментальных данных ЭЭГ крыс снятых в трёх отведениях.

- 7) Модели на основе радиальных базисных функций являются универсальными, благодаря чему однажды обученная модель способна с сохранением точности прогнозировать похожие сигналы без пересчёта параметров
- 8) Модель способна работать за пределами области обучения, без серьёзных потерь точности на дистанции порядка 2000 тысяч точек.

Таким образом все задачи выполнены, цель достигнута.