

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии
наименование кафедры

**Сложное поведение колебательных систем с адаптивным внешним
воздействием**

наименование темы выпускной квалификационной работы полужирным шрифтом

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 2 курса 2281 группы

направления 12.04.04 «Биотехнические системы и технологии»
код и наименование направления

институт физики

наименование факультета, института, колледжа

Крылосова Дарина Андреевна

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

М.Н.С

должность, уч. степень, уч. звание

Сказкина 06.06.2021

подпись, дата

В.В. Сказкина

инициалы, фамилия

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., доцент

должность, уч. степень, уч. звание

Караваяв 06.06.2021

подпись, дата

А.С. Караваяв

инициалы, фамилия

Саратов 2022

Введение

Во многих системах, включая радиофизические, биологические и другие, наблюдаются колебательные процессы, при которых один объект, входящий в систему, воздействует на другой периодическим сигналом, но при изменении условий функционирования, частота воздействия изменяется. Например, в радиосвязи для обеспечения высокой устойчивости используется, так называемая, фазовая автоподстройка частоты. Система сердечно сосудистой регуляции живых организмов при изменении нагрузки увеличивает или уменьшает частоту сердцебиений. В настоящее время подобное поведение называют адаптивным.

Адаптация не является четко определенным термином. Тем не менее, есть системы, которые обычно считаются адаптивными. В природе достаточно много примеров адаптивного поведения. Например, эволюцию видов можно рассматривать как адаптивное поведение. Различные виды конкурируют за ресурсы и борются за выживание. Виды, хорошо приспособленные к окружающей среде, могут выжить и процветать, другие виды, которые менее приспособлены, с большей вероятностью погибнут.

Во всех случаях адаптацию можно понимать как процесс оптимизации. В эволюции фенотип вида изменяется для оптимизации выживания в изменяющейся среде.

Процесс адаптации может быть представлен как движение частицы в потенциальном поле, которое можно рассматривать как окружающая среда. С приведенным выше рабочим определением адаптации простейшая адаптивная динамическая система состоит из одномерного потенциала, полностью определяющего движение частицы, и динамическое правило, как потенциал изменяется с течением времени. Один из вариантов – синусоидальный потенциал, который медленно меняется в зависимости от положения частицы.

При такого рода взаимодействиях зависимость фазы от динамической переменной может привести к возникновению в системе сложной динамики.

Процесс управления в таком случае оказывается очень сложным, его исследование и моделирование наталкивается на целый ряд трудностей.

Другим примером адаптации, на этот раз из нейробиологии, является адаптация нейрона к стимуляции. В то время как новый стимул вызывает увеличение запуска нейронов, скорость стрельбы возвращается к исходному уровню после длительного представления этого стимула. Приспособление является общим принципом в нервной системе и происходит на разных уровнях обработки и на широкий спектр разных временных шкал.

В теоретической нейробиологии было предложено несколько сетей и механизмов для производства такой динамики, которую Тревес назвал *динамикой защелкивания*. В сетях Хопфилда – как и в сетях, характеризующихся сильно связанными ячейками, конкурирующими друг с другом, имеется несколько неподвижных точек аттракторов. Хопфилд-подобные сети могут выполнять вычислительные задачи, такие как завершение шаблона, категоризация и воспроизведение некоторых эффектов восприятия, такие как прайминг или мультистабильное восприятие. Если оснащен дополнительный механизм, дестабилизирующий аттракторы, на более медленной временной динамике можно наблюдать: система начинается в бассейне на аттракторе и движется в направлении. Этот дополнительный механизм дестабилизирует токовый аттрактор бассейна, и система движется к следующему аттрактору. В целом система производит последовательность фиксации от одного аттрактор к другому. Механизмы, которые обсуждались для дестабилизации аттракторов, включают синаптические или интраневральные механизмы, шум и торможение.

Один из путей в исследовании подобных систем и процессов состоит в рассмотрении более простых объектов, в которых возбуждение колебаний и управление частотой достаточно просто моделируется. В качестве такой системы удобно использовать классическую модель теории колебаний – линейный диссипативный осциллятор, находящийся под внешним гармоническим воздействием.

Целью данной работы является численное исследование поведения автоколебательных систем при адаптивном внешнем воздействии.

Осциллятор Ван дер Поля

Осциллятор Ван дер Поля является “эталонной” моделью теории колебаний и нелинейной динамики, с его помощью можно описать множество автоколебательных систем различной природы. Одним из примеров таких систем является простейший вариант бифуркаций Андронова-Хопфа. Так же очень хорошо изучены модификации осциллятора, посредством которых была описана динамика более сложных физических процессов, примером является модель Ван дер Поля – Дуффинга. Рассмотрим уравнение Ван дер Поля при наличии внешнего гармонического воздействия, эта система принимает вид уравнения 1:

$$\ddot{x} + (\lambda - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = A \sin(2\pi f t + \phi(x)), \quad (1)$$

где x – динамическая переменная, α - коэффициент диссипации, λ - управляющий параметр, ω_0 - собственная частота колебаний осциллятора, A – амплитуда, f – частота, а $\phi(x)$ – фаза внешнего воздействия, соответственно. Предположим, что фаза внешнего воздействия линейно зависит от динамической переменной:

$$\phi(x) = \phi_0 + \phi_1 x. \quad (2)$$

Полагая начальную фазу нулевой, $\phi_0 = 0$, перейдя к безразмерному времени и нормированной частоте внешнего воздействия, уравнение (1) принимает вид:

$$\ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x = A \sin(p\tau + kx) \quad (3)$$

где $\tau = \omega_0 t$ - безразмерное время, $p = 2\pi f / \omega_0$ - нормированная частота внешнего воздействия, $k = \phi_1$ - коэффициент управления фазой.

Численное исследование поведение системы при адаптивном внешнем воздействии.

В процессе исследований изменялись следующие параметры: амплитуда A , частота p , коэффициент перестройки k и параметр λ . Для анализа на устойчивость уравнение (3) было преобразовано в систему трех

дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -(\lambda - x^2)y - x + A\sin(z) \\ \dot{z} = p + ky \end{cases} \quad (4)$$

Рассмотрим влияния адаптивного воздействия на систему (4).

На рисунке 1а представлена структура плоскости параметров системы (4) на плоскости параметров (A, k) , на которой представлены области существования различных режимов колебаний. Различными цветами обозначены области периодических и хаотических колебаний. В динамике системы наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода, завершающаяся переходом к хаосу. При значениях параметров $\lambda=1$ и $k=0$ на карте режимов мы наблюдаем область периодических колебаний (зеленый цвет). Так же мы наблюдаем основной язык синхронизации на основной частоте колебаний. С лева от языка синхронизации располагаются языки периода 1 (зеленый цвет) и языки, соответствующие высшим гармоникам. Справа от основного языка синхронизации наблюдаем наиболее выраженные языки, соответствующие высшим гармоникам, периоду 3 (темно синий цвет), периоду 5 (голубой цвет) и периоду 2 (желтый цвет).

При добавлении аддитивного внешнего воздействия наблюдается развитие сложной динамики, в том числе квазипериодической (рисунок 1б). На карте режимов так же хорошо видны области, соответствующие периоду 1. Слева от языков синхронизации развитие сложной динамики нет, так же наблюдаем языки, соответствующие области периода 1 отличающиеся субгармоникам. Справа от основного языка синхронизации видно, что языки, соответствующие высшим гармоникам, увеличились при изменении параметров. При увлечении амплитуды наблюдаются каскады бифуркаций удвоения периода и формирование хаотической динамики.

Дальнейшее увеличение параметра k приводит к развитию языков, область периода 1 сверху становится больше и все языки стягиваются в одну точку. В

них также наблюдаются бифуркации удвоения периода, и формируется хаотическое поведение.

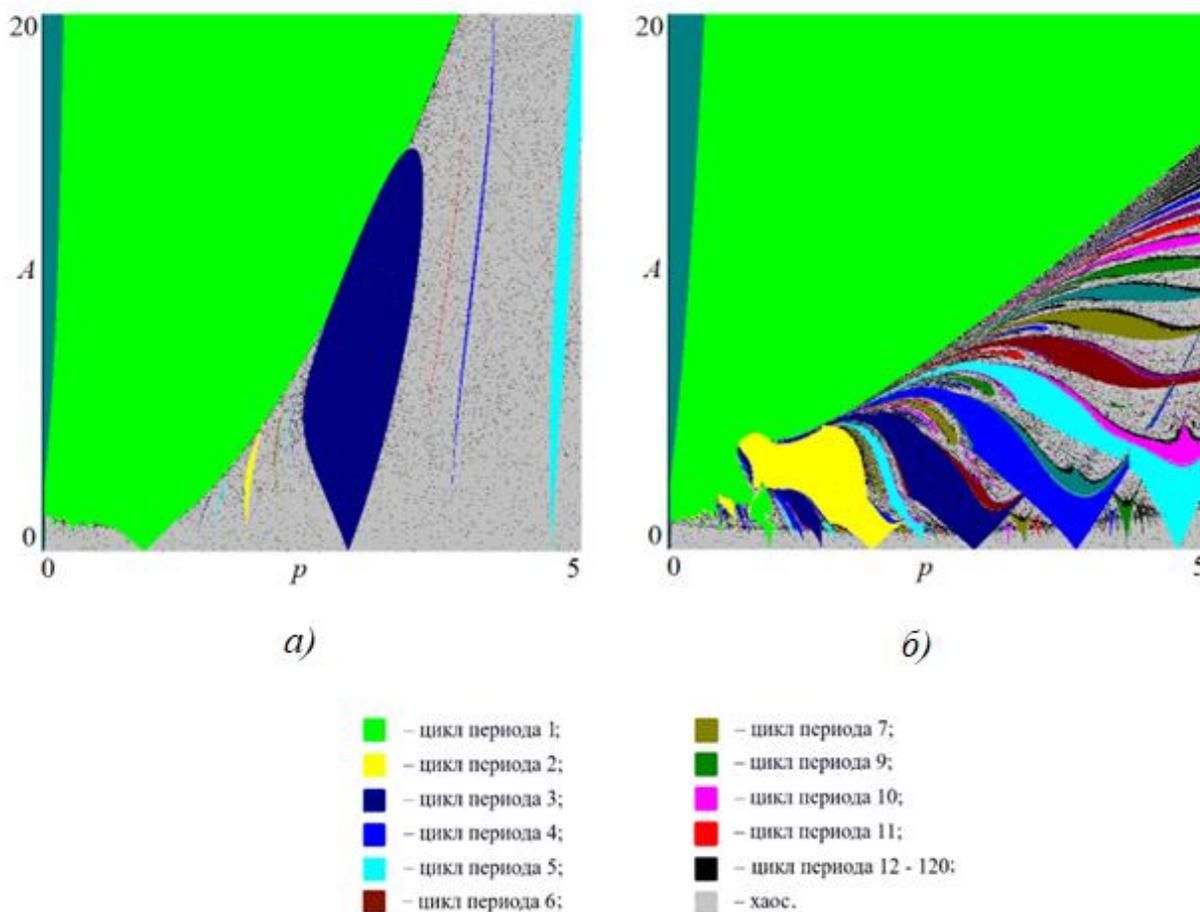


Рисунок 1 – Карты динамических режимов системы (4) на плоскость параметров (p, A) при значениях: а) $\lambda=1, k=0$; б) $\lambda=1, k=1$.

Модель ФитцХью-Нагумо

В данной работе рассмотрим в качестве объекта исследования такой системы модель нейрона – модель ФитцХью-Нагумо, возбуждаемого внешним сигналом. Исследуемая система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{v} = \varepsilon(u - a - bv) \\ \dot{u} = u - \frac{u^3}{3} - bv + I_{ext} \end{cases} \quad (5)$$

где u описывает динамику мембранного потенциала нейрона; v – совокупное действие всех медленных ионных токов, отвечающих за восстановление потенциала покоя мембраны. Параметры a и b определяют проводимостные

характеристики ионных каналов, а ε ($\varepsilon > 0$) – относительную скорость изменения медленных ионных токов. I_{ext} – внешнее воздействие.

Численное исследование поведение системы при адаптивном внешнем воздействии.

Для удобства преобразуем систему (5) к следующему виду:

$$\begin{cases} \dot{x} = \varepsilon(y - a - bx) \\ \dot{y} = y - \frac{y^3}{3} - x + A \sin(pt + kx) \end{cases} \quad (6)$$

В модели (6) при значении параметра $k \neq 0$ начальная фаза внешнего воздействия зависит от динамической переменной, и в этом случае можно говорить, что воздействие носит адаптивный характер.

Коэффициент k отвечает за адаптивность системы, при $k=0$ мы получаем простое гармоническое внешнее воздействие. При малых значениях частотной отстройки большую часть плоскости параметров занимают периодические автоколебания с периодом 1. При малых значениях p наблюдается развитие динамики, так же наблюдается бифуркация добавления периода и каскад бифуркации добавления периода с развитием хаотической динамики. Область языков высших порядков локализована в пространстве параметров и представляет собой круглую форму. Развитие динамики наблюдается в небольшой области пространства параметров. При малых значениях k , при $k=0,1$ хорошо видно, что языки, которые находились внутри локализованной области, становятся шире и между ними появляются расстояния. При увеличении коэффициента k увеличивается сила адаптивной связи. При значениях $k=1$ наблюдается развитие данной структуры и ее расширение. В области локализованных в пространстве параметров наблюдаются большие частотные отклонения и частотные расстройки, и большая амплитуда внешнего воздействия дают автоколебания периода 1. При больших значениях коэффициента k наблюдаются более существенные изменения. Для коэффициента $k=10$ структура бифуркации добавления периода и развитие хаоса изменяет свою

форму, добавление периода происходит при больших значениях амплитуды, частота при этом не изменяется (для $p > 1$ развивается сложная динамика). При этом хорошо видны каскад бифуркации добавления периода. Такие трансформации характерны для систем с быстро-медленной динамикой и развития берст-спайковых аттракторов.

На рисунке 2а представлена структура плоскости параметров частота p – амплитуда A внешнего воздействия в случае, когда в невозмущенной системе существует устойчивое положение равновесия при значениях параметров: $a=1$; $b=1$; $\varepsilon=0,001$. Различными цветами обозначены области периодических и хаотических колебаний. На плоскости параметров имеется область сложного динамического поведения. При этом наблюдается широкий набор колебаний с различным периодом, что в свою очередь связано с возбуждением берстов. На рисунке 2б представлен увеличенный фрагмент структуры плоскости параметров (p, A) при значениях $a=1$; $b=1$; $\varepsilon=0,001$; $k=0$. На карте режимов хорошо видны языки различных периодов колебаний.

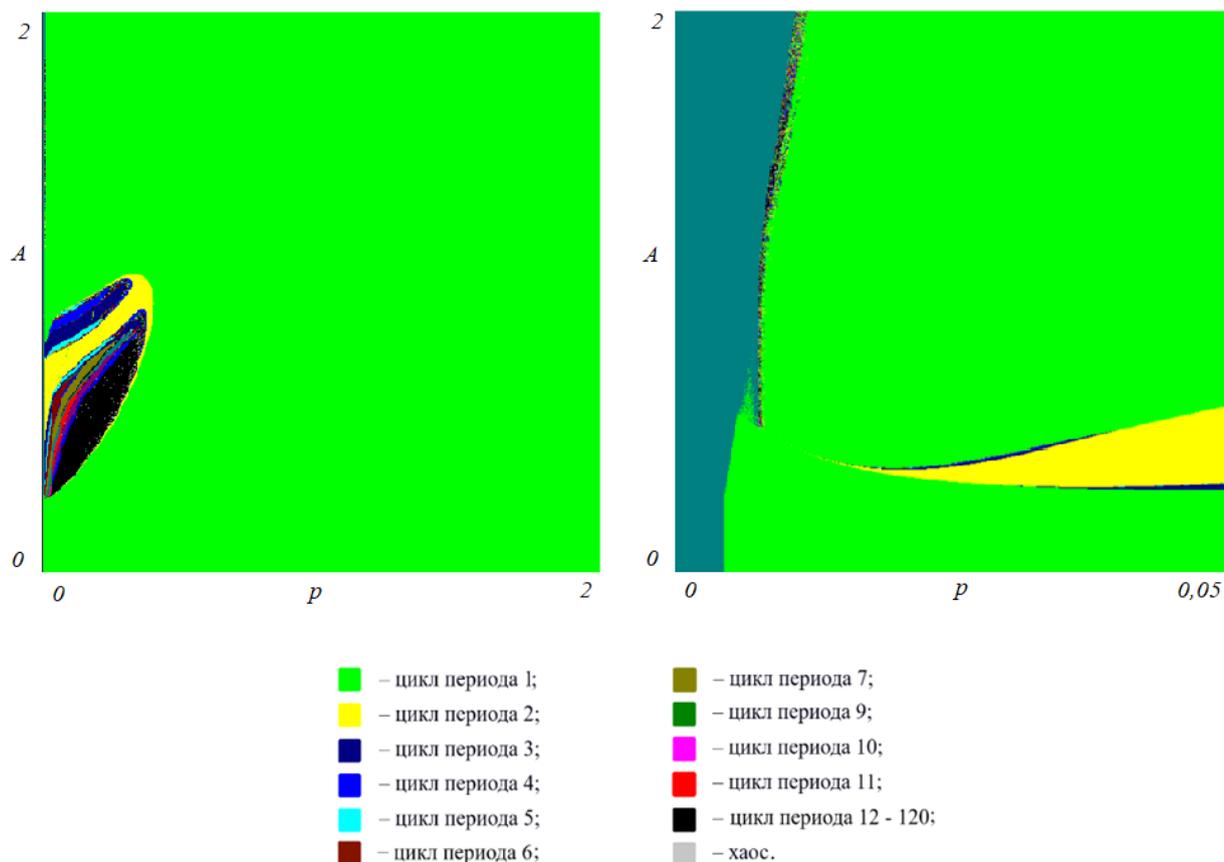


Рисунок 2 – Карты динамических режимов системы (6) на плоскость параметров (p, A) при: $a=1$; $b=1$; $\varepsilon=0,001$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе проведено исследование автоколебательных систем с адаптивным внешним воздействием. В качестве объектов исследования рассмотрены осциллятор ван дер Поля и система ФитцХью-Нагумо. Первая система является эталонной системой, демонстрирующей рождение автоколебаний в результате бифуркации Андронова-Хопфа. Вторая модель также демонстрирует или устойчивое состояние равновесия, или устойчивый предельный цикл, при этом колебания системы более нелинейны и релаксационные. Также система ФитцХью-Нагумо представляет простейшую модель, описывающую динамику нейрона.

Было рассмотрено влияние адаптивного внешнего воздействия на осциллятор ван дер Поля. Построены карты динамических режимов для

различных плоскостей параметров. Показано, что для осциллятора ван дер Поля учет адаптивных свойств внешнего воздействия приводит к развитию сложного поведения внутри языков синхронизации. До порога бифуркации Андронова-Хопфа в автономной системе сложная динамика не наблюдается.

Было рассмотрено влияние адаптивного воздействия на систему ФитцХью-Нагумо в различных режимах поведения: в состоянии равновесия и в режиме генерации спайков. Для выбранных значений управляющих параметров построена структура плоскости параметров внешнего воздействия. Показано, что при наличии положения равновесия в автономной системе в неавтономной системе формируется область существования сложных режимов колебаний, в том числе хаоса. Существенные изменения в динамике и структуре пространства параметров внешнего воздействия исследуемой системы отмечаются в сильной зависимости начальной фазы воздействия от динамической переменной при генерации спайков.

Публикации по ВКР:

1 **Крылосова Д.А., Селезнев Е.П., Станкевич Н.В.** «Возникновение хаотического поведения в модели нейрона при учете адаптивных свойств» // XVII международный междисциплинарный конгресс НЕЙРОНАУКА ДЛЯ МЕДИЦИНЫ И ПСИХОЛОГИИ. г. Судак, Крым, Россия, (30 мая – 10 июня 2021 г.) Стр.214.