

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и  
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ СЛУЖБЫ ТАКСИ С  
ЭЛЕКТРОННЫМИ ВЫЗОВАМИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 481 группы  
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление  
факультета КНиИТ  
Зуева Владислава Викторовича

Научный руководитель  
доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

Е. П. Станкевич

Заведующий кафедрой  
к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

Саратов 2022

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** В наше время, увеличивающийся парк такси с вызовами через приложение, и такси с вызовами на улицу могут нагружать дорожную сеть и приводить к перегрузке. Соревнование между *ATS* (app-based taxi system — система такси с вызовом через приложение) и *TTS* (traditional street-hailing taxi system — система такси с вызовом на улице) за пассажирами может приводить так же к очередям на время поиска пассажира, что в свою очередь негативно влияет на дорожную сеть, забивая ее пустыми автомобилями [1].

**Цель бакалаврской работы** — исследование модели службы такси с электронными вызовами.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Изучить математическую модель службы такси с электронными вызовами;
2. Разработать алгоритм и программу для анализа модели службы такси с электронными вызовами;
3. С помощью разработанной программы выполнить анализ модели службы такси с электронными вызовами.

**Методологические основы** исследования модели службы такси с электронными вызовами представлены в работах W. Zhang [1], T. Nick [2], D. R. Alexander [3], S. Banerjee [4], F. Kelly [5], D. Prabhakar [6].

**Практическая значимость бакалаврской работы.** В ходе выполнения выпускной квалификационной работы был разработан алгоритм анализа модели службы такси, с помощью которого была разработана программа, которая позволяет вычислять стационарные характеристики сети, строить графики зависимостей характеристик от параметров модели.

**Структура и объем работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, 6 разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Общий объем работы — 50 страниц, из них 41 страница — основное содержание, включая 11 рисунков, список использованных источников информации — 20 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Системы массового обслуживания» посвящен описанию систем  $M/M/1$  и  $M/M/k$ , которые используются в модели службы такси в качестве моделей такси и систем дорог соответственно.

В подразделе 1.1 и 1.2 рассмотрены структура и стационарные характеристики систем  $M/M/1$  и  $M/M/k$  соответственно.

Во втором разделе «Модель службы такси» кратко описывается модель службы такси с электронными вызовами.

В подразделе 2.1 рассматриваются конкурентный рынок такси  $ATS$  и  $TTS$ , как показано на рис.1. На рынке такси, где доминируют  $TTS$ , дина-

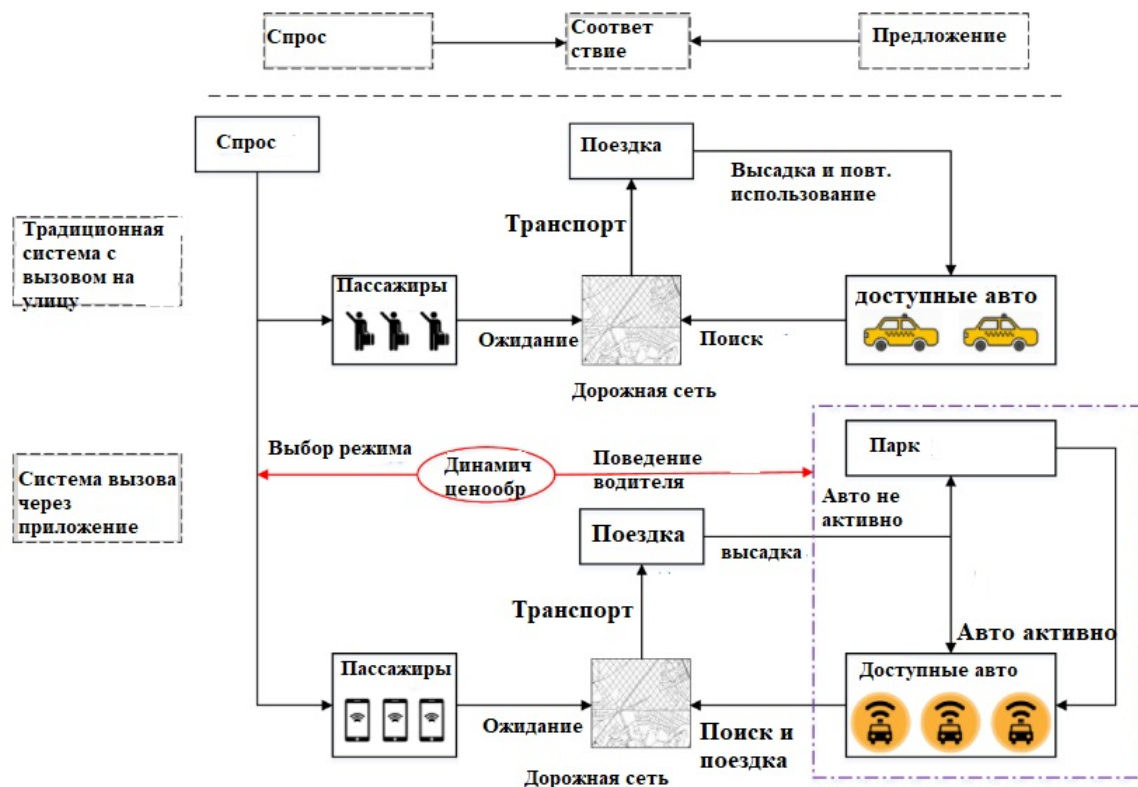


Рисунок 1 – Конкурентоспособный рынок такси с  $ATS$  и  $TTS$

мика может быть объяснена двусторонним соответствием между пассажирами и автомобилями, а также перемещениями транспортных средств между пространственными единицами. Поскольку существует пространственно—временное несоответствие между одной высадкой и следующей отправкой, водители такси всегда ищут пассажиров. Хотя  $ATS$  также работает как  $TTS$ , централизованная платформа с управлением в реальном времени вносит больше сложности, как показано на рис. 1. Первое дополнение - это соревнование

за пассажиров между *ATS* и *TTS*. Второе дополнение - гибкий график работы водителей *ATS*. Более того, платформа *ATS* часто изучает спрос и предложение и использует динамическое ценообразование для поиска баланса спроса и предложения. В целом на конкурентный рынок такси поступают два типа внешних потоков: пассажиры и автомобили. Благодаря модели свободного въезда автомобиля *ATS* могут часто входить в систему и выходить из нее. Таким образом, это открытая система, включающая внешние входы и выходы.

Подраздел 2.2 посвящен описанию процесса подбора автомобиля. В нем рассказывается как образуются пары пассажир-автомобиль. Система такси, независимо от того, является ли это *ATS* или *TTS*, требует согласования пассажиров и транспортных средств. Здесь пассажиры и транспортные средства выстраиваются в отдельные очереди и сопоставляются по принципу «первым пришел — первым обслужен». Предполагая, что отдельные процессы поступления являются пуассоновскими процессами и что время обслуживания распределено экспоненциально, процесс согласования моделируется синхронизированной системой массового обслуживания, подобной *SM/M/1*.

Поскольку *ATS* и *TTS* сосуществуют и конкурируют в каждой подсистеме, мы вводим систему массового обслуживания *SM/M/1* для каждой *ATS* и *TTS* и разворачиваем параллельную схему вместе с разделением спроса, как показано на рис.2.

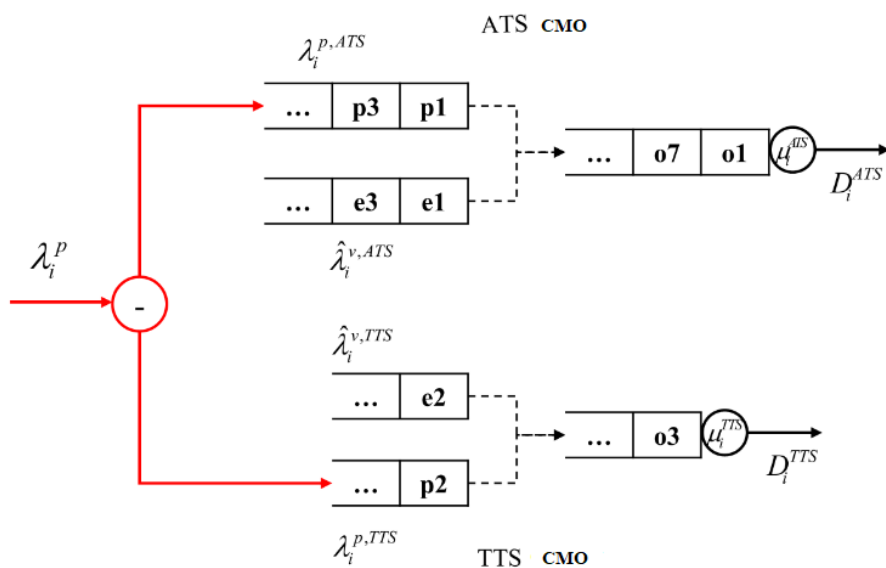


Рисунок 2 – Процесс синхронизации подбора автомобиля и пассажира в системе массового обслуживания  $i$ , соответствующей такси

На рис.2  $\lambda_i^p$  – общая интенсивность поступления пассажиров как для  $ATS$ , так и для  $TTS$  в пространственную единицу  $i$ ,  $i = 1, \dots, |I|$ , а надстрочный индекс  $p$  обозначает пассажиров;  $e1, e2, e3$  – свободные легковые автомобили;  $o1, o2, o3$  – занятые легковые автомобили.

Эффективная интенсивность поступления транспортных средств  $ATS$  в пространственную единицу  $i$

$$\widehat{\lambda}_i^{\nu, ATS} := \lambda_i^{\nu, ATS} + F_{i, in} p_i^{p, ATS},$$

где  $p_i^{p, ATS}$  – вероятность того, что пустые автомобили  $ATS$  успешно заберут пассажиров в пространственной единице  $i$ ;  $F_{i, in}$  – интенсивность поступления автомобилей в пространственную единицу  $i$  из соседних пространственных единиц;  $\lambda_i^{\nu, ATS}$  – интенсивность поступления автомобилей  $ATS$  в пространственную единицу  $i$  новых транспортных средств.

Эффективная интенсивность поступления транспортных средств  $TTS$  в пространственную единицу  $i$

$$\widehat{\lambda}_i^{\nu, TTS} := \lambda_i^{\nu, TTS} + F_{i, in} p_i^{p, TTS},$$

где  $p_i^{p, TTS}$  – вероятность того, что пустые автомобили  $TTS$  успешно заберут пассажиров в пространственной единице  $i$ ;  $\lambda_i^{\nu, TTS}$  – интенсивность поступления автомобилей  $TTS$  в пространственную единицу  $i$  новых транспортных средств;

интенсивность обслуживания  $ATS$  пар «пассажир – автомобиль» в пространственной единице  $i$

$$\mu_i^{ATS} = \lambda_i^{pv, ATS} + \widehat{t}_i^{ATS},$$

интенсивность обслуживания  $TTS$  пар «пассажир – автомобиль» в пространственной единице  $i$

$$\mu_i^{TTS} = \lambda_i^{pv, TTS} + \widehat{t}_i^{TTS},$$

где  $\lambda_i^{pv, *}$  – интенсивность поступления пар «пассажир – автомобиль» в пространственную единицу  $i$ ,  $\widehat{t}_i^*$  – среднее эмпирическое время поиска автомобиля (верхний индекс  $*$  может быть либо  $ATS$ , либо  $TTS$ ).

Подраздел 2.3 посвящен описанию дорожной сети. В нем рассматривается как автомобили движутся по подсистемам дорог, выстраиваются в очереди и обслуживаются, как показано на рис.3.

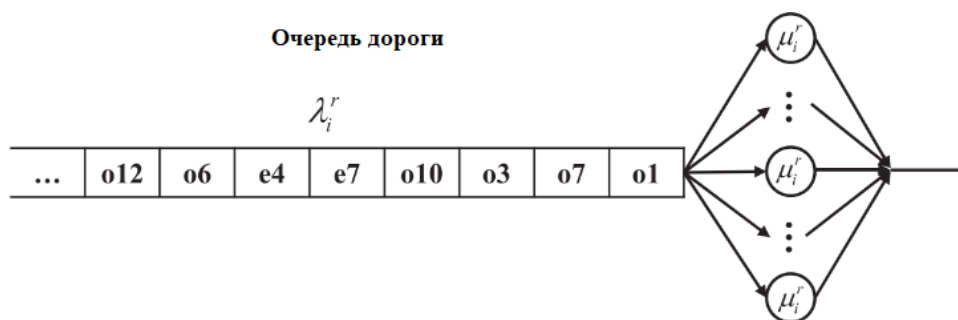


Рисунок 3 – Система массового обслуживания, являющаяся моделью дороги

На рис.3  $\lambda_i^r$  – общая интенсивность поступления транспортных средств в систему массового обслуживания (СМО), соответствующую дороге в пространственной единице  $i$ , а надстрочный индекс  $r$  означает что СМО соответствует дороге;  $\mu_i^r$  – интенсивность обслуживания в СМО, соответствующей дороге в пространственной единице  $i$ ,  $i = 1, \dots, |I|$ .

Поскольку дорожная сеть не различает типы услуг и статус транспортных средств, эффективные поступления должны быть объединенным потоком как от  $ATS$ , так и от  $TTS$ , содержащего два типа транспортных потоков: согласованные пары (т. е. занятые автомобили, доставляющие пассажиров в пункты назначения) из подсистемы такси  $i$  и остальные автомобили, которые просто проезжают через пространственную единицу  $i$ , независимо от поиска или перевозки пассажиров. Эффективная интенсивность поступления имеет вид автомобилей в систему  $i$ , соответствующую дороге

$$\lambda_i^r := D_i^{TTS} + D_i^{ATS} + (1 - p_i^{p,ATS} - p_i^{p,TTS})F_{i,in}.$$

За исключением модального разделения между  $ATS$  и  $TTS$ , обе системы такси взаимодействуют друг с другом способами разделения потока транспортных средств и сливаются внутри каждой пространственной единицы, как показано на рис.4.

На рис.4  $p_{i,E}^{r,ATS}$  – часть транспортных потоков свободных  $ATS$  автомобилей в пространственной единице  $i$ ;  $p_{i,O}^{r,ATS}$  – часть транспортных потоков занятых  $ATS$  автомобилей в пространственной единице  $i$ ;  $p_{i,O}^{r,TTS}$  – часть транспортных потоков занятых  $TTS$  автомобилей в пространственной еди-

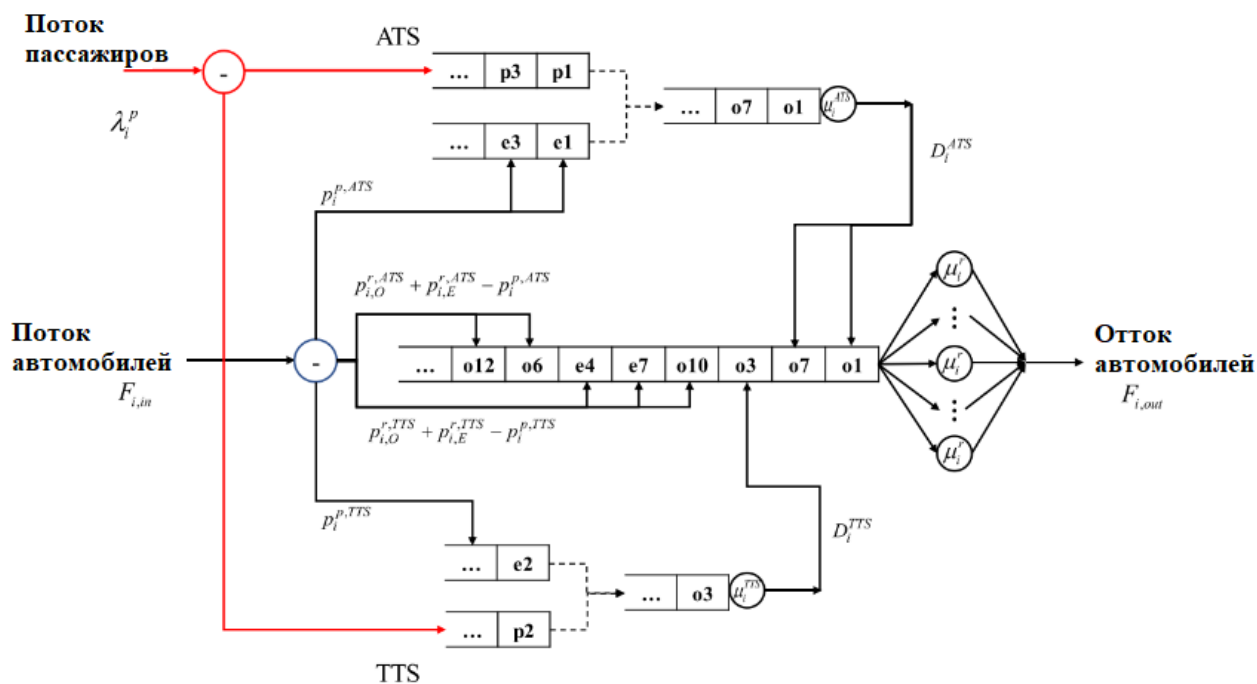


Рисунок 4 – Подсеть, состоящая из двух систем, соответствующих такси и дороге, в пространственной единице  $i$

нице  $i$ ;  $p_{i,E}^{r,TTS}$  — часть транспортных потоков свободных  $TTS$  автомобилей в пространственной единице  $i$ ,  $i = 1, \dots, |I|$ .

За пределами одной уникальной пространственной единицы интенсивности входящих и исходящих потоков  $F_{i,in}$  и  $F_{i,out}$  связаны выражением

$$F_{i,in} = \sum_{j \in I} a_{ji} F_{j,out} (p_{ji}^{O,ATS} p_{j,O}^{r,ATS} + p_{ji}^{E,ATS} p_{j,E}^{r,ATS} + p_{ji}^{O,TTS} p_{j,O}^{r,TTS} + p_{ji}^{E,TTS} p_{j,E}^{r,TTS}),$$

где  $a_{j,i}$  — связь между пространственными единицами  $i$  и  $j$  соответствующая сети дорог;  $p_{j,i}^{E,ATS}$  — вероятность перемещения пустых  $ATS$  автомобилей из пространственной единицы  $j$  в пространственную единицу  $i$ ,  $p_{j,i}^{E,TTS}$  — вероятность перемещения пустых  $TTS$  автомобилей из пространственной единицы  $j$  в пространственную единицу  $i$ .

**Третий раздел «Стационарные характеристики модели»** посвящен аппроксимации системы  $SM/M/1$  и вычислению стационарных характеристик модели.

В подразделе 3.1 описывается метод аппроксимации  $SM/M/1$  системой  $M/M/1$ , как показано на рис.5.

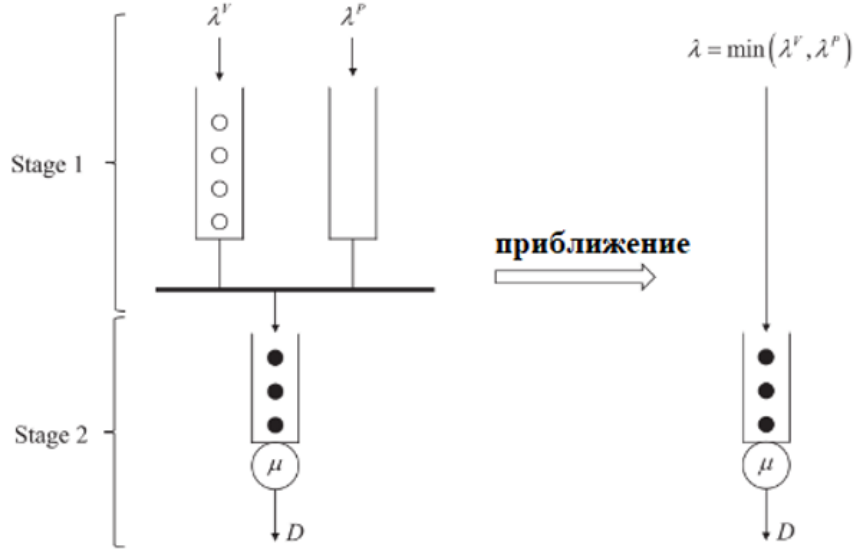


Рисунок 5 – Общий случай аппроксимации  $SM/M/1$  системой  $M/M/1$

Совместное распределение двух отдельных потоков в процессе синхронизации никогда не может достичь устойчивого состояния. Предлагаемая система массового обслуживания  $SM/M/1$  может быть представлена как двухэтапный процесс путем введения виртуального буфера для синхронизированных пар пассажиров и транспортных средств, состоящего из виртуальной синхронизации двух различных потоков пассажиров  $\lambda^P$  и автомобилей  $\lambda^V$ , которые немедленно выстраиваются в очередь; обслуживания синхронизированного потока в системе массового обслуживания с интенсивностью обслуживания  $\mu$ .

Идея аппроксимации заключается в том, что при  $t \rightarrow \infty$  количество синхронизированных пар пассажиров и транспортных средств в виртуальном буфере  $S_t = \min(X_t^P, X_t^V)$  может приблизиться к пуассоновскому процессу, так что асимптотически мы имеем  $M/M/1$  — подобное поведение.

Подраздел 3.2 посвящен показателям эффективности. В данном подразделе приведены формулы стационарных характеристик: коэффициент использования прибора системы массового обслуживания соответствующий такси

$$\rho_i^{ATS} = \frac{\lambda_i^{pv,ATS}}{\mu_i^{ATS}};$$



$$\rho_i^{TTS} = \frac{\lambda_i^{pv,TTS}}{\mu_i^{TTS}};$$

среднее количество машин в пространственной единице  $i$ ,  $i = 1, \dots, |I|$

$$L_i^{ATS} = \frac{\lambda_i^{pv,ATS}}{\mu_i^{ATS} - \lambda_i^{pv,ATS}};$$

$$L_i^{TTS} = \frac{\lambda_i^{pv,TTS}}{\mu_i^{TTS} - \lambda_i^{pv,TTS}};$$

среднее количество пар пассажир—легковой автомобиль в пространственной единице  $i$

$$L_i^{q,ATS} = \frac{(\lambda_i^{pv,ATS})^2}{\mu_i^{ATS}(\mu_i^{ATS} - \lambda_i^{pv,ATS})};$$

$$L_i^{q,TTS} = \frac{(\lambda_i^{pv,TTS})^2}{\mu_i^{TTS}(\mu_i^{TTS} - \lambda_i^{pv,TTS})};$$

среднее время пребывания пар пассажир-легковой автомобиль в пространственной единице  $i$

$$W_i^{ATS} = \frac{1}{\mu_i^{ATS} - \lambda_i^{pv,ATS}};$$

$$W_i^{TTS} = \frac{1}{\mu_i^{TTS} - \lambda_i^{pv,TTS}};$$

среднее время в очереди в пространственной единице  $i$

$$W_i^{q,ATS} = \frac{\lambda_i^{pv,ATS}}{\mu_i^{ATS}(\mu_i^{ATS} - \lambda_i^{pv,ATS})};$$

$$W_i^{q,TTS} = \frac{\lambda_i^{pv,TTS}}{\mu_i^{TTS}(\mu_i^{TTS} - \lambda_i^{pv,TTS})};$$

коэффициент использования прибора в системе  $i$ , соответствующий дороге

$$\rho_i^r = \frac{\lambda_i^r}{c_i \mu_i^r};$$

средняя длина очереди системе  $i$ , соответствующей дороге

$$L_i^r = c_i \rho_i^r + \left( \frac{(c_i \rho_i^r)^{c_i} \rho_i^r}{c_i! (1 - \rho_i^r)^2} \right) p_i(0);$$

средняя длина очереди ожидания обслуживания в системе  $i$ , соответствующей дороге

$$L_i^{q,r} = \left( \frac{(c_i \rho_i^r)^{c_i} \rho_i^r}{c_i! (1 - \rho_i^r)^2} \right) p_i(0);$$

среднее время пребывания автомобилей в системе  $i$ , соответствующей дороге

$$W_i^r = \frac{1}{\mu_i^r} + \left( \frac{(c_i \rho_i^r)^{c_i} \rho_i^r}{c_i! c_i \mu_i^r (1 - \rho_i^r)^2} \right) p_i(0);$$

среднее время ожидания перед началом обслуживания в пространственной единице  $i$

$$W_i^{q,r} = \left( \frac{(c_i \rho_i^r)^{c_i} \rho_i^r}{c_i! c_i \mu_i^r (1 - \rho_i^r)^2} \right) p_i(0);$$

вероятность того, что система  $i$  пуста

$$p_i(0) = \left( \frac{r^{c_i}}{c_i! (1 - \rho_i) + \sum_{n=0}^{c_i-1} \frac{r^n}{n!}} \right)^{-1};$$

среднее количество автомобилей в сети

$$L_I = \sum_{i \in I} L_i^r + \sum_{i \in I} (L_i^{ATS} + L_i^{TTS}).$$

**В четвертом разделе «Алгоритм анализа модели службы такси»** представлен алгоритм анализа модели службы такси, который позволяет получить стационарные характеристики модели.

**Пятый раздел «Описание программы для анализа модели службы такси»** посвящен описанию программы для анализа модели службы такси.

Подраздел 5.1 посвящен описанию назначения и структуры программы. Код программы написан на языке *Python* с помощью интегрированной среды разработки *Spyder* и использованием библиотеки *dearpygui*, для создания интерфейса программы. Программа позволяет вычислять стационарные характеристики, такие как: коэффициент использования СМО, соответствующий

ющий такси; среднее количество автомобилей в пространственной единице  $i$ ,  $i = 1, \dots, |I|$ ; среднее количество пар пассажир—легковой автомобиль в пространственной единице  $i$ ; коэффициент использования СМО, соответствующей дороге; вероятность того, что пространственная единица  $i$  пуста; средняя длина автомобильной очереди в пространственной единице  $i$ ; среднее время пребывания автомобилей в пространственной единице  $i$ ; среднее время ожидания до начала обслуживания автомобилей в пространственной единице  $i$ ; среднее количество автомобилей в сети и другие.

В подразделе 5.2 описываются основные идентификаторы и методы, которые используются в программе.

Подраздел 5.3 посвящен описанию и правилам использования программы. В данном подразделе представлены необходимые входные параметры, которые нужно задать в интерфейсе.

**Шестой раздел «Результаты исследований модели службы такси»** посвящен анализу численных результатов, полученных с помощью программы. В данном разделе приведены численные значения входных параметров. После работы программы были вычислены стационарные характеристики модели, а так же были построены графики зависимостей некоторых характеристик от входных параметров.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была рассмотрена математическая модель службы такси с электронными вызовами, ее актуальность, практическая значимость, стационарные характеристики и был предложен алгоритм анализа модели службы такси. На основе алгоритма был создан программный код, с помощью которого были проведены исследования зависимостей характеристик.

### **Основные источники информации:**

- 1 Zhang, W. Modeling urban taxi services with e-hailings: A queueing network approach/ W. Zhang, H. Honnappa, S. Ukkusuri. - Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2019. — 276 с.
- 2 Nick, T. Statistical Methods for Analyzing Queuing Models/ T. Nick. — New York: Fundamentals of Queuing Systems, 2012. — 182 с.

- 3 Alexander, D. R. Transient and asymptotic behavior of synchronization processes in assembly-like queues/ R. D. Alexander// Annals of Operations Research, 2010.— 641–659 c.
- 4 Banerjee, S. Pricing and Optimization in Shared Vehicle Systems: An Approximation Framework/ S. Banerjee.- New York, 2017.— 1-5 c.
- 5 Kelly, F. Reversibility and Stochastic Networks/ F. Kelly// Cambridge University Press, 2011. — 235 c.
- 6 Prabhakar, D. . The Synchronization of Poisson Processes and Queueing Networks with Service and Synchronization Nodes/ D. Prabhakar// Applied Probability Trust, 2000.— 824–843 c.