

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и  
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С  
НЕСКОЛЬКИМИ КЛАССАМИ ТРЕБОВАНИЙ**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 481 группы  
направления 27.03.03 – Системный анализ и управление  
факультета КНиИТ  
Плотицына Максима Ростиславовича

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

Зав. кафедрой

к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

Саратов 2022

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Системы и сети массового обслуживания являются удобными математическими моделями дискретных стохастических систем. В реальной жизни иногда дисциплина обслуживания требований может быть такой, что некоторые виды требований пользуются приоритетом при обслуживании. Возникает необходимость отправлять некоторые типы требований из источника на обслуживающие приборы в обход менее приоритетных типов требований.

Особенность таких моделей заключается в возможности использования приоритетов в выборе требований на обслуживание прибором системы обслуживания. Системы массового обслуживания с двумя классами требований могут быть использованы также для анализа систем обслуживания с ненадежными приборами. Один класс требований отображает обычные требования, другой класс требований – это фантомные требования. Их поступление в систему обслуживания отображает «поломки» приборов.

**Цель бакалаврской работы** – исследование системы массового обслуживания с несколькими классами требований.

В соответствии с этой целью определены **следующие задачи:**

1. Изучить методы анализа систем массового обслуживания с несколькими классами требований.
2. Разработать алгоритм метода анализа систем массового обслуживания с несколькими классами требований.
3. Разработать программу для анализа модели системы массового обслуживания с несколькими классами требований.
4. Провести исследование модели системы массового обслуживания с несколькими классами требований.

**Методологические основы** исследования систем массового обслуживания с несколькими классами требований представлены в работах Н.Джейсоула, О. И. Бронштейна, В. Vinod, J. J. Solberg, А. А. Назарова, А. Н. Соколова.

**Теоретическая значимость бакалаврской работы.** В ходе выполнения работы была рассмотрена математическая модель системы массового обслуживания с ненадежными элементами, используя систему массового обслуживания с двумя классами требований. Были получены формулы для основных стационарных характеристик исследуемой неоднородной системы обслуживания.

**Практическая значимость бакалаврской работы.** Представленные в работе результаты и программа может быть использована для математического моделирования систем с ненадежными элементами, используя системы массового обслуживания с двумя классами требований с абсолютным приоритетом.

**Структура и объем работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и 2 приложений. Общий объем работы – 48 страниц, из них 40 страниц – основное содержание, включая 16 рисунков и 1 таблицу, список использованных источников информации – 20 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Первый раздел «Система массового обслуживания с несколькими классами требований»** посвящен описанию общей теории систем массового обслуживания с несколькими классами требований.

В подразделе 1.1 приведено описание общих понятий и сведений о системах массового обслуживания.

Подраздел 1.2 содержит описание систем массового обслуживания с приоритетами требований общего вида. Введем обозначение  $k$  ( $k > 1$ ), для классов требований. Каждому требованию можно присвоить индекс от 1 до  $k$ , где 1 – это самый высокий приоритет, а  $k$  – самый низкий. Дисциплина, согласно которой обслуживающий прибор выбирает следующие требование для обработки, называется приоритетной дисциплиной.

При внесистемных приоритетных дисциплинах выбор осуществляется по номеру приоритета, что означает, что требование  $i$ -го класса всегда выбирается раньше требования  $j$ -го класса, однако если в данный момент на обслуживании находится требование  $j$ -го класса и поступает требование  $i$ -го класса возможны следующие варианты:

1) Абсолютный приоритет: обработка  $j$ -го требования немедленно прекращается и прибор приступает к обслуживанию требования  $i$ -го класса.

2) Относительный приоритет: сперва заканчивается обслуживание требования  $j$ -го класса и только затем приступает к более приоритетному требованию.

3) Смешанный приоритет: обслуживающий прибор выбирает между первыми двумя приоритетами, основывая свой выбор на времени необходимом для обслуживания требования класса  $j$ .

В свою очередь дисциплина с абсолютным приоритетом может быть подразделена на следующие типы, в зависимости от реализации дообслуживания брошенного требования  $j$ -го класса:

а) Абсолютный приоритет с дообслуживанием: обслуживание возобновляется с момента прерывания.

б) Абсолютный приоритет с повторением обслуживания: обработка требования начинается с самого начала вместе с прежним временем обслуживания

в) Абсолютный приоритет с обслуживанием заново: обслуживание происходит заново, но уже с новой реализацией времени обслуживания.

Модели очередей с приоритетами можно разделить на два типа: приоритетные модели с бесконечными источниками требований и приоритетные модели с конечными источниками требований. Последние делятся на:

а) сложные модели, где требования каждого класса поступают из разных конечных источников.

б) модели, где два или более типов требований поступают из одинакового конечного источника

В подразделе 1.3 представлена общая информация о системе массового обслуживания с ненадежным прибором, описан принцип работы и введены обозначения. На вход в очередь данной системе поступают требования из разных источников: обычных требований из бесконечного источника требований и особых требований-сбоев, при поступлении которых на обслуживающий прибор происходит сбой и прибору необходимо некоторое количество времени для восстановления своей работы, поступающих из конечного источника требований. После обслуживания требования каждого вида возвращаются каждый в свой источник. Система массового обслуживания с ненадежным прибором является частным случаем систем массового обслуживания с несколькими классами требований и отлично подходит для математического моделирования систем обслуживания с ненадежными элементами.

Использование в системе массового обслуживания нескольких классов требований с приоритетами позволяет учитывать в получаемых характеристиках отказы и восстановления приборов. Помехи обслуживания, вызванные поломкой прибора, моделируются как обслуживание фантомного (сбойного в работе) требования. Модель с отказами имеет двумерное пространство состояний  $(m,n) \in S$ ,  $m=0,1,\dots,c$  и  $n=0,1,\dots$ , в котором представлены соответственно класс требований-сбоев и класс обычных

требований. Ограниченный источник требований-сбоев имеет всего  $c$  требований этого класса. Требования-сбои имеют абсолютный приоритет над обычными требованиями. Число требований-сбоев равно числу приборов  $c$  в системе массового обслуживания. Требование-сбой с номером  $m$  может поступить на обслуживание только на прибор с номером  $m$ , где  $m=0,1,\dots,c$ .

Поступление требований-сбоев в очередь системы обслуживания производится в соответствии с модулированным пуассоновским процессом, интенсивность которого зависит от числа работоспособных приборов. Интенсивность поступления требований-сбоев в систему обслуживания, когда в ней находится  $i$  работоспособных приборов, обозначим  $i\lambda_{\phi}$ ,  $0 \leq i \leq c$ . Занятие прибора требованием-сбоем означает начало периода восстановления этого прибора. Длительность восстановления приборов является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром  $\mu_{\phi}$ . Поступление требований-сбоев отображает период выключения прибора, когда он не работоспособен. Требования класса  $n$ , являющиеся обычными требованиями, поступают в систему обслуживания в соответствии с пуассоновским распределением с параметром  $\lambda$ . Длительность обслуживания обычных требований является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром  $\mu$ . Когда прибор перестает работать,  $n$ -требование вытесняется до тех пор, пока прибор не восстановится. Затем  $n$ -требование продолжит обслуживание. Что делает систему массового обслуживания с ненадежным прибором системой массового обслуживания с абсолютным приоритетом с дообслуживанием.

**Второй раздел «Моделирование системы массового обслуживания с ненадежным прибором системой обслуживания с двумя классами требований»** посвящен описанию модели системы, алгоритма метода анализа, а также программы написанной для реализации вычислений и визуализации графиков зависимостей необходимых для анализа.

В подразделе 2.1 содержится описание математической модели системы с ненадежным обслуживающим прибором. В этой модели делается допущение о том, что один обслуживающий прибор может выйти из строя, даже когда на обслуживании нет обычного требования. Поломка обслуживающего прибора моделируется как обслуживание фантомного требования (требования класса  $m$ ), поступающего из конечного источника требований, которое имеет абсолютный приоритет с дообслуживанием над обычными требованиями (требования класса  $n$ ), поступающими из бесконечного источника требований.

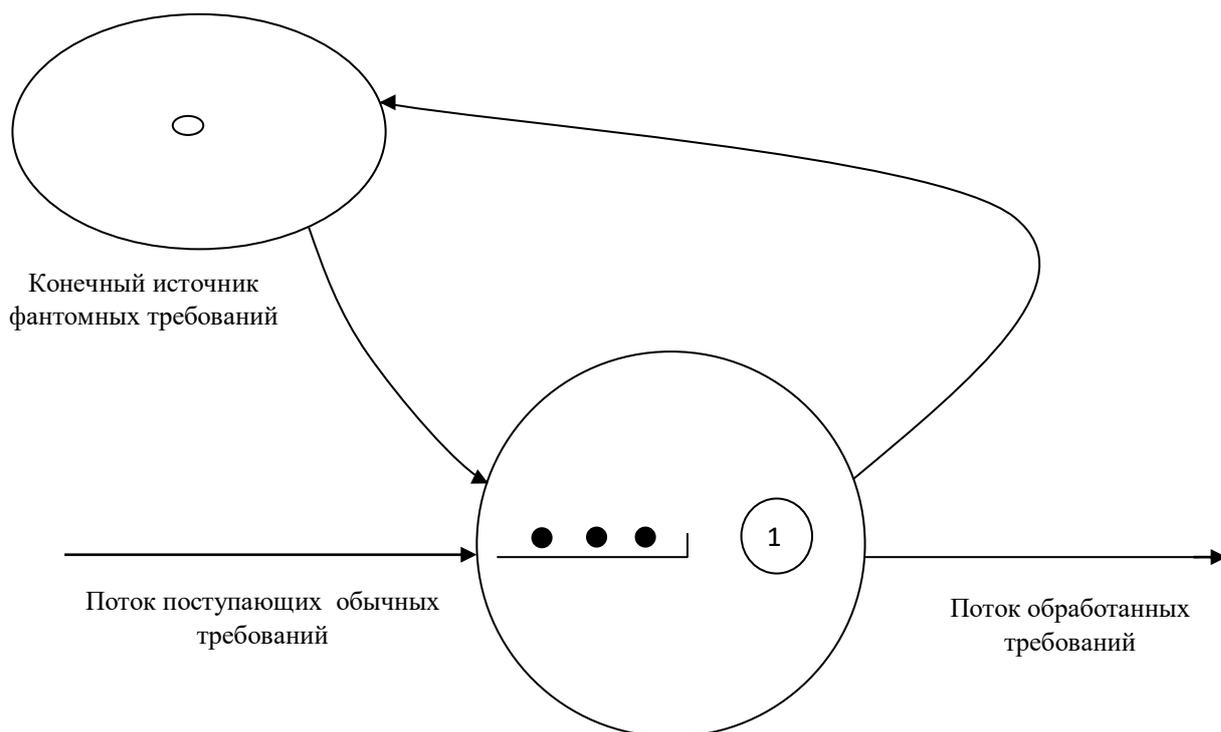


Рисунок 1 – Система массового обслуживания с одним ненадежным прибором

Также в этом подразделе приведены формулы основных характеристик системы:

1. Математическое ожидание длительности пребывания фантомного требования в системе:

$$W_{\phi} = \frac{a_1^{\phi}}{\lambda_{\phi}(c - a_1^{\phi})}.$$

2. Математическое ожидание длительности пребывания обычного требования в системе:

$$W = \frac{a_1}{\lambda}.$$

3. Эффективная интенсивность обслуживания

$$p_{eff} = \frac{\lambda_{\phi}(c - a_1^{\phi})}{c\mu_{\phi}} + \frac{\lambda}{c\mu}.$$

В подразделе 2.2 описан алгоритм метода анализа системы массового обслуживания с ненадежным прибором для анализа зависимостей основных характеристик функционирования модели системы от интенсивностей входящих потоков обычных и фантомных требований-сбоев и длительностей их обслуживания. Алгоритм подразумевает отслеживание изменений основных характеристик модели системы с изменением каждого описанного выше параметра по отдельности, с сохранением изначальных значений остальных параметров.

Подраздел 2.3 содержит описание программы, написанной на языке программирования Python. Приведены пояснения к каждой используемой функции, а также к каждому идентификатору внутри программы.

**Третий раздел «Анализ результатов экспериментов»** посвящен рассмотрению и анализу результатов численного эксперимента над моделью системы массового обслуживания с несколькими классами требований на примере системы массового обслуживания с ненадежным прибором.

Был проведен эксперимент над моделью со следующими входными данными:  $\lambda_\phi = 3$ ,  $\mu_\phi = 7$ ,  $\lambda = 6$ ,  $\mu = 10$ . Эти данные были внесены в программу. Вычисления в ходе эксперимента были проведены с использованием описанной программы. В ходе эксперимента отслеживались изменения основных характеристик модели ненадежной системы массового обслуживания с одним обслуживающим прибором в зависимости от изменений каждой из введенной в программу входной характеристики по отдельности. Основными характеристиками в ходе эксперимента считаются:  $W$ ,  $W_\phi$ ,  $p_{eff}$ .

Также программа предоставляет к просмотру графики изменения данных характеристик в процессе увеличения или уменьшения начальных характеристик на фиксированную величину. Решение увеличивать или уменьшать входную характеристику в ходе эксперимента принималось относительно необходимости не нарушать условие устойчивости:

$$\mu_\phi \mu > \lambda(\mu_\phi + \lambda_\phi).$$

На основании этих графиков был проведен анализ наличия зависимости основных от входных характеристик модели.

В подразделе 3.1 приведены результаты работы программы при изменении значения интенсивности наработки на отказ прибора. При уменьшении этой характеристики на величину  $delt = 0.5$  мы получили следующие значения параметра  $\lambda_\phi = [3.0, 2.5, 2.0, 1.5, 1.0]$ . Программой были

построены графики изменения значений  $W$ ,  $W_{\phi}$ ,  $p_{eff}$  от значений  $\lambda_{\phi}$ . Анализ графиков показал, что от интенсивности наработки на отказ в ненадежной системе массового обслуживания с одним прибором зависит среднее время ожидания обычного требования и эффективная интенсивность обслуживания, причем напрямую. Среднее время ожидания требования-сбоя в свою очередь независимо от данной величины и входе изменений  $\lambda_{\phi}$  не изменялось.

В подразделе 3.2 приведены результаты работы программы при изменении значения интенсивности обслуживания требований. При увеличении этой характеристики на величину  $delt = 0.5$  мы получили следующие значения параметра  $\mu = [10.0, 10.5, 11.0, 11.5, 12.0]$ . Программой были построены графики изменения значений  $W$ ,  $W_{\phi}$ ,  $p_{eff}$  от значений  $\mu$ . Анализ графиков показал, что от интенсивности обслуживания требований зависят, причем с обратной пропорциональной зависимостью, только среднее время ожидания обычного требования и эффективная интенсивность обслуживания из рассматриваемых в ходе данного эксперимента основных характеристик модели ненадежной системы массового обслуживания с одним обслуживающим прибором.

В подразделе 3.3 приведены результаты работы программы при изменении значения интенсивности потока требований. При уменьшении этой характеристики на величину  $delt = 0.5$  мы получили следующие значения параметра  $\lambda = [6.0, 5.5, 5.0, 4.5, 4.0]$ . Программой были построены графики изменения значений  $W$ ,  $W_{\phi}$ ,  $p_{eff}$  от значений  $\lambda$ . Анализ графиков показал, что от интенсивности потока требований зависят как эффективная интенсивность обслуживания, так и среднее время ожидания обычных требований, но не среднее время ожидания сбойных требований.

В подразделе 3.4 приведены результаты работы программы при изменении значения длительности восстановления прибора. При увеличении этой характеристики на величину  $delt = 0.5$  мы получили следующие значения параметра  $\mu_{\phi} = [7.0, 7.5, 8.0, 8.5, 9.0]$ . Программой были построены графики изменения значений  $W$ ,  $W_{\phi}$ ,  $p_{eff}$  от значений  $\mu_{\phi}$ . Анализ графиков показал, что все три выбранные основные характеристики модели ненадежной системы массового обслуживания обратно пропорционально зависят от числовой характеристики интенсивности восстановления прибора после поступления “фантомного” требования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В бакалаврской работе была исследована с помощью математического моделирования система массового обслуживания с несколькими классами требований на примере ненадежной системы массового обслуживания.

Был разработан алгоритм метода анализа модели данной системы массового обслуживания для поиска зависимостей выбранных основных характеристик системы обслуживания от: интенсивности наработки на отказ прибора, интенсивности обслуживания, интенсивности потока требований, а также длительности восстановления прибора.

По разработанному алгоритму была написана программа на языке программирования Python для анализа ненадежной системы массового обслуживания с одним обслуживающим прибором. Данная программа позволяет задать параметры системы и получить необходимые для анализа расчёты и графики.

С помощью программы был исследован частный случай систем массового обслуживания с несколькими классами требований при изменении входных данных по отдельности, с сохранением остальных входных значений, и изучены зависимости средних времен ожидания обычного и “фантомного” требования, а также эффективной интенсивности обслуживания от входных данных.

### **Основные источники информации:**

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
2. Джейсоул Н. Очереди с приоритетами. - М.: Изд-во «Мир», 1973. – 277 с.
3. Бронштейн О. И., Духовный И. М. Модели приоритетного обслуживания в информационно-вычислительных системах. – М.: Изд-во «Наука», 1976. – 220 с.
4. Vinod B. Unreliable queueing systems // Comput. & Ops. Res., 1985, Vol. 12, No. 3, pp. 323-340.
5. Vinod, B., Solberg, J.J. Performance models for unreliable flexible manufacturing systems / B. Vinod, J.J. Solberg // Omega – Int. J. Management Sci. – 1984 – 12 – pp. 299-308

6. Назаров А. А. Теория массового обслуживания: Учеб. пособие / А.А.Назаров, А.Ф.Терпугов. Томск: Изд-во «НЛТ», 2010. – 228 с.
7. Соколов А. Н. Однолинейные системы массового обслуживания: учебное по-собие / А. Н. Соколов, Н. А. Соколов. – СПб. : Изд-во «Теледом» ГОУВПО СПбГУТ, 2010. – 112 с.