

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и  
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ  
ИНФОРМАЦИИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 481 группы  
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление  
факультета КНиИТ  
Ереминой Софьи Владимировны

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

Саратов 2022

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** В настоящее время резко увеличиваются потребности в высокопроизводительных ЭВМ. Одним из основных путей достижения быстродействия является создание многопроцессорных систем, ядро которых составляют модули процессоров и оперативной памяти, соединенные системой коммутации.

В последние годы в связи с развитием микропроцессорной техники и стремлением создавать гибкие наращиваемые мультимикропроцессорные системы все большее внимание обращается на системы коммутации, состоящие из некоторого числа общих шин, к которым подключены модули памяти и процессоры. Это объясняется тем, что стоимость системы коммутации с полностью связным интерфейсом с  $p$  процессорами и  $m$  блоками памяти пропорциональна величине  $m$  и при больших значениях  $m$  и  $p$  становится значительной. Стоимость системы коммутации с общими шинами существенно меньше зависит от размеров многопроцессорной системы; такие архитектуры имеют существенно, большую надежность и обеспечивают возможность наращивания системы.

Одна из основных задач проектирования многопроцессорных систем с общими шинами заключается в выборе такого числа шин, при котором прирост в производительности системы с общими шинами по сравнению с системой с полностью связным интерфейсом на заданной нагрузке будет незначительным.

Для оценки и последующего исследования этой системы была предложена модель в виде замкнутой экспоненциальной сети массового обслуживания.

Таким образом, исследуемая тема представляет собой интерес и является актуальной.

**Цель бакалаврской работы** — построение и исследование системы обработки информации с использованием математического аппарата теории массового обслуживания.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Изучить однородные замкнутые экспоненциальные сети массового обслуживания;
2. Рассмотреть систему модели обработки информации;

3. Изучить рекурсивный метод анализа модели системы обработки информации;
4. Разработать алгоритм и программный код для вычисления определенных характеристик систем сети;
5. Провести ряд исследований для анализа зависимостей определенных характеристик систем сети;

**Методологические основы** исследования системы обработки информации и в частности рекурсивный алгоритм представлены в работах Ю.И. Митрофанова [1], Е. С. Вентцеля [2], М. Reiser [3].

**Практическая значимость бакалаврской работы.** В ходе выполнения выпускной квалификационной работы был разработан алгоритм, с помощью которого можно вычислять определенные характеристики систем сети и проводить анализ зависимостей.

**Структура и объем работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, 6 разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объем работы — 49 страниц, из них 42 страницы — основное содержание, включая 11 рисунков и 1 таблицу, список использованных источников информации — 24 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первом разделе «Системы массового обслуживания» рассматривается минимально необходимая теория систем массового обслуживания.

Так в подразделе 1.1 описаны необходимые условные обозначения, принятые в теории массового обслуживания. Системы обслуживания характеризуются пятью величинами:  $A/S/\kappa/B/Z$ . Буква  $A$  характеризует поток требований,  $S$  характеризует случайные последовательности длительностей обслуживания на отдельных приборах обслуживания,  $\kappa$  обозначает число обслуживающих приборов в СМО,  $B$  — число мест для ожидания в очереди (максимальная длина очереди),  $Z$  указывает число источников требований.

В подразделе 1.2 рассматривается система  $M/M/1$ , представляющая особый интерес, так как именно из совокупности таких систем и будет построена в последствии изучаемая сеть. Система  $M/M/1$  содержит один обслуживающий прибор, длительность обслуживания имеет экспоненциальное

распределение с параметром  $\mu$ ; в систему поступает пуассоновский поток требований, длительность интервала между последовательными требованиями имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\lambda$ ; входящие в систему требования поступают в очередь неограниченной длины; очередное требование на обслуживание выбирается из очереди по правилу «первый пришел – первый обслужен» (дисциплина обслуживания FCFS).

**Во втором разделе «Экспоненциальные сети массового обслуживания»** описаны однородные замкнутые экспоненциальные сети систем массового обслуживания, а также рекурсивный метод анализа сети.

В подразделе 2.1 и 2.2 рассматриваются однородные замкнутые экспоненциальные сети систем массового обслуживания. Так замкнутые сети массового обслуживания не имеют внешнего источника требований. Они состоят из  $L$  систем массового обслуживания, между которыми переходят требования, завершившие своё обслуживание. В любой момент времени в такой сети пребывает постоянное количество требований, равное  $N$ . Переход требований внутри сети определяется маршрутной матрицей  $\Theta = (\theta_{ij})$  размерностью  $L \times L$ . Такой переход происходит мгновенно, а элемент  $\theta_{ij}$  отражает вероятность перехода требования из системы  $S_i$  в систему  $S_j$ .

В подразделе 2.3 описан рекурсивный метод анализа сети. Он подразумевает параллельное вычисление таких величин, как математическое ожидание длительности пребывания требований в системах и математическое ожидание числа требований в системах. Расчёт производится по полученным рекуррентным соотношениям. Преимущество этого метода по сравнению с аналогами становится особенно явным при анализе замкнутых сетей массового обслуживания с большим количеством элементов.

Рекуррентные соотношения основаны на вычислении системы  $U$  базовых функций, которая является достаточно полной для представления характеристик сети.

$$U = \langle G(y, l), G_i^k(y, l); i = \overline{1, l}; \quad l = \overline{1, L}, \quad y = \overline{0, N}, \quad k = \overline{0, y} \rangle.$$

$$G(y, l) = \omega(y, l | S(y, l)),$$

$$G_{j_i}^k(y, l) = \omega(y, l | S_{j_i}^k(y, l)), \quad k = \overline{1, y}, \quad i = \overline{1, m}.$$

Здесь функция  $\omega$  определяется следующим образом:

$$\omega(y, l | S(y, l), S_{j_i}^k(y, l)) = \sum_{S(y, l), S_{j_i}^k(y, l)} \prod_{i=1}^l x_{j_i}^{n_{j_i}} / \beta_{j_i}(s_{j_i}),$$

в которой  $x_{j_i}$  являются решениями уравнений равновесия для сети:

$$\sum_{i=1}^L \mu_{j_i} \theta_{j_i, j_h} x_{j_i} = \mu_{j_h} x_{j_h}, \quad h = \overline{1, m},$$

а  $\beta_{j_i}(s_{j_i})$  определяются рекуррентным соотношением:

$$\begin{aligned} \beta_{j_i}(t) &= \alpha_{j_i}(t) \beta_{j_i}(t-1), \\ \beta_{j_i}(0) &= 1, \quad \alpha_{j_i}(t) = \min(t, r_{j_i}), \quad i = \overline{1, l}, \quad t = \overline{1, y} \end{aligned}$$

и заданы начальные условия

$$\omega(0, l | S(0, l), S_{j_i}^k(0, l)) = 1, \quad \omega(y, 1 | S(y, 1), S_{j_1}^k(y, 1)) = x_{j_1}^y | \beta_{j_1}(y).$$

Используя систему базовых функций  $U$  выводятся необходимые рекуррентные соотношения. Они позволяют итерационно вычислить компоненты указанных выше характеристик, а затем по известным выражениям получить оставшиеся характеристики.

**Третий раздел «Алгоритм моделирования системы обработки информации»** посвящен системе обработки информации.

В подразделе 3.1 описана многопроцессорная система с общими шинами. Как и было сказано ранее, модель данной системы обработки информации будет построена в виде сети систем массового обслуживания. Под требованием здесь будет пониматься запрос, направляемый по шине от процессора к модулю общей памяти. Процессоры и устройство управления памятью представляем в виде системы типа  $M/M/1$ . Модули общей памяти предназначены для хранения запросов, поступающих от процессоров. Они представляют собой совокупность систем вида  $M/M/1$  в количестве  $m$  штук. После обслужи-

вания требования, оно вновь поступает в систему, отражающую процессоры и устройство управления памятью. Таким образом, сеть не имеет внешнего источника, применительно к данному объекту рассмотрения, а значит является замкнутой.

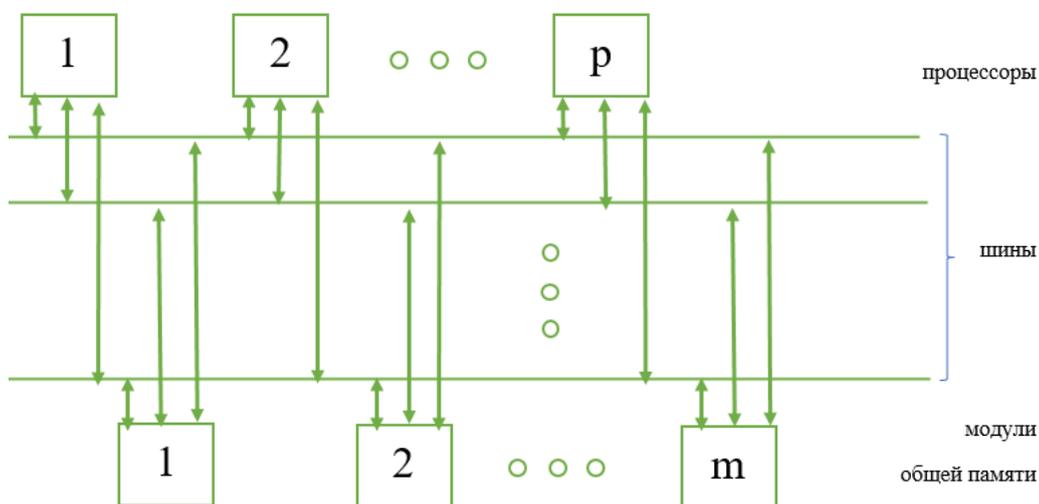


Рисунок 1 – Многопроцессорная система с общими шинами

В подразделе 3.2 проиллюстрирована блок-схема алгоритма рекурсивного метода анализа модели системы обработки информации, позволяющая вычислять следующие характеристики систем сети:

- вектор математического ожидания числа требований в системах;
- вектор математического ожидания длительности пребывания требований в системах;
- вектор математического ожидания длительности ожидания требований в очереди системы;
- вектор математического ожидания длительности числа требований, ожидающих обслуживания в очереди системы;
- вектор математического ожидания числа занятых приборов в системах;
- вектор интенсивностей входящих потоков требований в системы;
- вектор коэффициентов использования систем;
- вектор математического ожидания длительности реакции сети обслуживания для систем;
- вероятности пребывания требований в системах.

#### Четвертый раздел «Описание программы для анализа систе-

**мы обработки информации»** посвящен описанию программы, реализованной на основе алгоритма рекурсивного метода анализа модели системы обработки информации.

Так в подразделе 4.1 описана структура и назначение программы. Она была разработана на языке программирования Python, который дает возможность вычислять стационарные вероятности и характеристики при заданных начальных параметрах сети, с целью анализа модели системы обработки информации.

В подразделе 4.2 указан список идентификаторов с их описанием, а в подразделе 4.3 особое внимание уделяется правилам использования.

**В пятом разделе «Результаты выполнения программы»** приведен численный пример использования программы анализа модели системы обработки информации. Изменяя входные параметры, можно рассчитывать различные зависимые переменные.

**В заключительном шестом разделе «Анализ зависимостей характеристик модели системы обработки информации»** получены зависимости характеристик от некоторых параметров модели, которые для наглядности показаны графически. На основе анализа зависимостей делаются соответствующие выводы.

Перейдем непосредственно к результатам первого эксперимента:

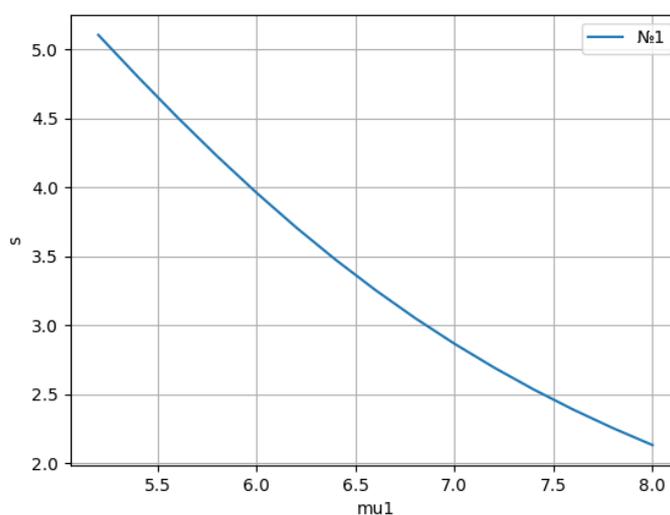


Рисунок 2 – Зависимость м.о. числа требований в системе  $S_1$  сети от интенсивности обслуживания

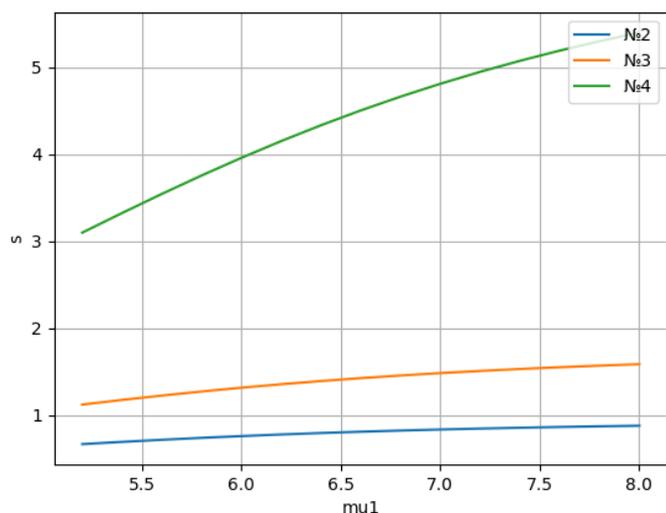


Рисунок 3 – Зависимость м.о.числа требований в системах  $S_2 - S_4$  сети от интенсивности обслуживания в  $S_1$

Исходя из наглядно представленных результатов логично предположить, что при увеличении интенсивности обслуживания в первой системе, уменьшается математическое ожидание числа требований в ней.

Аналогичным образом были проведены остальные эксперименты и сделаны следующие выводы: при увеличении интенсивности обслуживания в первой системе, уменьшается математическое ожидание длительности пребывания требований в ней, при увеличении числа требований, увеличивается математическое ожидание числа требований, при увеличении числа требований, увеличивается математическое ожидание длительности пребывания требований.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе были рассмотрены необходимые элементы теории массового обслуживания, касающиеся экспоненциальных сетей массового обслуживания, а именно замкнутых сетей.

Также был разработан алгоритм анализа модели системы обработки информации с множеством процессоров и общими шинами. Была построена модель данной системы — она представляет собой однородную замкнутую экспоненциальную сеть систем массового обслуживания.

На основе алгоритма был написан программный код, с помощью которого и были проведены исследования зависимостей характеристик.

Таким образом, поставленные цели были успешно выполнены.

**Список использованных источников:**

1. Перегудов, Ф. И. Введение в системный анализ / Ф. И. Перегудов, Ф. П. Тарасенко. М.: Высш. Школа, 1989. - 367 с.
2. Математическая энциклопедия т. 3. – М.: «Советская энциклопедия», 1982. – 1184 с.
3. Митрофанов, Ю. И. Анализ систем массового обслуживания: Учебно-методическое пособие./ Ю. И. Митрофанов, Е. С. Рогачко, Н. П. Фокина – Саратов: Научная книга, 2009. - 48 с.
4. Вишневский, В. М., Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. / В. М. Вишневский – Москва: Техносфера, 2003. - 512с.
5. Коган, Я. А., Асимптотический анализ производительности многопроцессорных систем с общими шинами./ Ю. И. Митрофанов, А. И. Ляхов, // Автомат. и телемех., 1988, выпуск 4, 148–163 с.
6. Бочаров, П. П. Теория массового обслуживания./ П. П. Бочаров, А. В. Печинкин – М.: Изд-во РУДН, 1995. — 529 с.
7. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей. / Е. С. Вентцель – М. 2003. - 576 с.
8. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания./ Л. Клейнрок. Пер. с англ.– М.: Машиностроение, 1979. - 438 с.
9. Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания: Учеб. Пособие для студентов университетов./ Ю. И. Митрофанов – С.: Научная книга, 2004. - 175 с.
10. Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания./ Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко – М.: Наука, ГРФМЛ, 1966. — 215 с.
11. Новиков, О. А. Прикладные вопросы теории массового обслуживания./ О. А. Новиков, С. И. Петухов – М.: Изд-во "Советское радио 1969. — 400 с.
12. Reiser M. Mean-value analysis of closed multichain queuing networks. / M. Reiser, S. S. Lavenberg // J. of ACM, April 1980, V. 27, N. 2, pp. 313-322.
13. Беляков, В. Г. К исследованию замкнутых сетей массового обслуживания большой размерности./ В. Г. Новиков, Ю. И. Митрофанов // Автомат. и телемех., 1981, №7, с. 61-69.
14. Хайрер, Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Не

- жесткие задачи: Пер с англ /Э. Хайрер, С. Нерсетт, Г. Ваннер – М.: Изд-во "МИР 1990. — 512 с.
15. Попов, В. А. Теория вероятностей. Случайные величины: Учеб.- метод. пособие/ В. А. Саакян.— М. : Издательство ФГАОУВПО , 2013.— 46 с.
  16. Измайлов, А. Ф. Численные методы оптимизации: учебное пособие /А. Ф. Измайлов.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 304 с.
  17. Карманов, В. Г. Математическое программирование: учебное пособие / В. Г. Карманов.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 264 с.
  18. Семакин, И. Г. Информационные системы и модели / И. Г. Семакин.— М.: БИНОМ, 2005. - 303 с.
  19. Златопольский Д. М. Основы программирования на языке Python. – М: ДМК Пресс, 2017. – 284 с.
  20. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений: учеб. пособие для бакалавров. /В. Е. Зализняк - М.: Изд-во Юрайт, 2012. – 356 с.
  21. Климов, Г. П. Теория массового обслуживания. /Г. П. Климов - М.: Изд-во Московского университета. – 2011. – 312 с.
  22. Сущенко, С. П. Математические модели компьютерных сетей /С. П. Сущенко. - Томск: Изд-во «Издательский дом Томского государственного университета, 2017. – 271 с.
  23. Климов, Г. П. Теория массового обслуживания. /Г. П. Климов - Томск: Изд-во «Издательский дом Томского государственного университета, 2017. – 271 с.
  24. Назаров, А. А. Теория массового обслуживания: Учеб. пособие /А. А. Назаров, А. Ф. Терпугов - Томск: Изд-во «НЛТ», 2010. – 228 с.