

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
С ГРУППОВЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление
факультета КНиИТ
Карпенко Оксаны Сергеевны

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н.

Е. П. Станкевич

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2022

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Анализ производственных систем является важной задачей тактического управления производством. Сети массового обслуживания позволяют выполнить подобные задачи, особенно хорошо для больших и сложных производственных систем из-за их быстрого времени отклика, в отличие от трудоемкого дискретно-событийного моделирования. Полупроводниковые отрасли, например, имеют сложные производственные процессы, с сотнями операций после высокодоходных потоков процесса. Поэтому сети массового обслуживания обеспечивают неоценимую пользу для планирования производства сложных производственных линий [1].

Сети массового обслуживания имеют два преимущества. Во-первых, они просты в реализации. Во-вторых, они быстро обеспечивают решения. Оба свойства позволяют промышленному инженеру вычислять, анализировать и сравнивать в режиме реального времени широкий спектр альтернатив в течение короткого периода времени и быстро понимать последствия изменений параметров физических характеристик. Кроме того, они могут предоставить результаты анализа емкости, включая процент перегрузок узких мест и т.д., и объединить это с соответствующими расчетами времени цикла. Сети массового обслуживания с групповым обслуживанием могут использоваться для анализа и планирования крупномасштабных производственных систем, таких как производство полупроводниковых изделий.

Цель бакалаврской работы — изучение методов анализа и исследование сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием требований.

В соответствие с поставленной целью определены **следующие задачи**:

1. Изучение систем и сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием и методов их анализа;
2. Разработка алгоритма и реализация программы для анализа сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием;
3. Анализ полученных стационарных характеристик.

Методологические основы исследования систем и сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием требований представлены в работах Th. Hanschke, G. Bolch, W. Klünder, H. Zisgen, Е. П. Станкевич, И. Е. Тананко.

Теоретическая значимость бакалаврской работы. Рассмотренная сеть массового обслуживания, состоящая из систем $GI^{X_k}/G(b_k, b_k)/c_k$, расширяет круг задач, решаемых в теории массового обслуживания, поскольку позволяет рассмотреть особенности структуры и функционирования сети массового обслуживания с групповым обслуживанием требований.

Практическая значимость бакалаврской работы. Разработан алгоритм и программа для анализа сети массового обслуживания с групповым обслуживанием.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объем работы — 59 страниц, из них 40 страниц — основное содержание, включая 6 рисунков и 4 таблиц, список использованных источников информации — 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Основные понятия теории массового обслуживания» посвящен основным сведениям из теории массового обслуживания.

В *подразделе 1.1* описываются основные распределения случайных величин.

Подраздел 1.2 включает в себя описание и определения стохастического и марковского процессов.

В *подразделе 1.3* приводится описание параметров и характеристик систем массового обслуживания.

Второй раздел «Системы массового обслуживания с групповым обслуживанием» посвящен рассмотрению систем массового обслуживания с групповым обслуживанием [2, 3].

В *подразделе 2.1* рассматривается система $G^X/G^{(b,b)}/1$, в которую требования поступают группами случайного размера X с общим распределением и независимым временем поступления I_n . Требования обслуживаются группами фиксированного размера b и с произвольным распределением длительности обслуживания S_n . Требования в очереди на обслуживание ожидают, когда другие входящие требования будут сформированы в группу размера b . Обслуживающий прибор простаивает, если число требований в очереди не превышает $b - 1$ требований.

В *подразделе 2.2* рассматривается система $GI^X/G^{(b,b)}/c$ с c параллельными обслуживающими приборами, в которую требования поступают группами размера X . Время обслуживания, необходимое для обслуживания групп требований размера b имеет произвольное распределение. Приводятся описания процесса формирования групп и модуляции входящего потока, а также формулы для вычисления стационарных характеристик.

Третий раздел «Сети массового обслуживания с групповым обслуживанием» посвящен описанию математической модели и методов анализа сети массового обслуживания с групповым обслуживанием требований [4, 5].

В *подразделе 3.1* описываются сети массового обслуживания с групповым обслуживанием. Рассматривается открытая сеть массового обслуживания. Системы сети массового обслуживания последовательно нумеруются от 1 до K . Требования поступают в сеть извне группами фиксированного размера b_0 в соответствие с процессом восстановления с интенсивностью $\lambda_0 < \infty$ и квадратом коэффициента вариации $SCV[D_0] < \infty$. Вероятность того, что группа требований размера b_0 поступит в систему k равна P_{0k} ,

$$\sum_{k=1}^K P_{0k} = 1.$$

Согласно классификации Кендалла/Гнеденко данная система обозначается как

$$GI^{X_k}/G(b_k, b_k)/c_k, \quad k = 1, \dots, K,$$

где X_k обозначает размер входящей группы требований. X_k обычно является случайной переменной и зависит от маршрутной вероятности $(P_{ik})_{0 \leq i, k \leq K}$. P_{ik} — это вероятность того, что группа требования, обслуживание которой завершилось в системе i , переходит в систему k .

Каждая система массового обслуживания k содержит c_k обслуживающих приборов и неограниченный бункер для ожидания. В каждой системе массового обслуживания k предполагается групповое обслуживание, то есть обслуживание требований начинается только после того как в систему поступит b_k требований. Если число требований, ожидающих, когда прибор освободится, меньше чем b_k , то обслуживающий прибор находится в ожидании

до тех пор, пока в бункере не накопится b_k требований. Длительность обслуживания S_k группы требований в системе k , имеет произвольное распределение со средним значением $E[S_k] < \infty$ и квадратом коэффициента вариации $SCV[S_k] < \infty$. Кроме того, предполагается, что длительности обслуживания $(S_{kn})_{n \in \mathbb{N}}$ являются независимыми случайными величинами и не зависят от входящих потоков. Каждый раз, когда требования обслуживаются группами, они переходят в следующую систему той же группой.

Так же в подразделе приводятся формулы вычислений некоторых характеристик:

1. Среднее значение размера входящей группы требований:

$$E[X_k] = \sum_{i=0}^K b_i \cdot \tau_i \cdot P_{ik} / \left(\sum_{i=0}^K \tau_i \cdot P_{ik} \right), \quad k = 1, \dots, K.$$

2. Относительная пропускная способность:

$$\tau_k = P_{0k} \cdot b_0 \cdot b_k^{-1} + \sum_{i=1}^K \tau_i \cdot P_{ik} \cdot b_i \cdot b_k^{-1}, \quad k = 1, \dots, K.$$

3. Коэффициент вариации размера входящей группы требований:

$$SCV[X_k] = (E[X_k^2] / (E[X_k])^2) - 1, \quad k = 1, \dots, K.$$

4. Интенсивность выхода из системы k групп требований размера b_k :

$$\lambda_k = \lambda_0 \cdot \tau_k, \quad k = 1, \dots, K.$$

5. Коэффициент использования системы k :

$$\rho_k = \lambda_k \cdot E[S_k] / c_k = \lambda_0 \cdot \tau_k \cdot E[S_k] / c_k, \quad k = 1, \dots, K.$$

Подраздел 3.2 посвящен описанию методов анализа сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием требований. Для анализа сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием требований используются два метода: метод декомпозиции и приближенный метод.

Стационарные характеристики системы массового обслуживания с груп-

повым обслуживанием и групповым входящим потоком можно получить путем соответствующих преобразований моделей поступления и обслуживания. Идея состоит в том, чтобы разделить обслуживание требований на две последовательные станции, где первая будет рассматриваться как область для групп, где прибывающие требования размера X преобразуются в группы размера b . Если группа сформирована, она немедленно отправляется в область обслуживания, где обслуживается так же, как и отдельное требование в обычной системе $GI/G/c$.

В основе рассматриваемого метода декомпозиции сетей массового обслуживания лежат следующие два предположения: системы внутри сети могут рассматриваться, как стохастически независимые и внутренние входящие потоки могут быть приближены процессами восстановления. В рамках сделанных предположений формируется и решается задача декомпозиционной аппроксимации — составление и решение систем уравнений относительно двух моментов распределения интервалов времени между моментами поступления.

Благодаря этим методам можно вычислить следующие стационарные характеристики:

1. Коэффициент вариации времени поступления:

$$SCV[I_k] = \left(\sum_{i=0}^K \tau_i \cdot P_{ik} \right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^K \tau_i \cdot P_{ik} \left(\left(\left(\rho_i^2 \cdot SCV[S_i] + (1 - \rho_i) \cdot \left(\frac{E[X_i]}{b_i} \cdot (SCV[X_i] + SCV[I_i]) \right) + \rho_i \cdot (1 - \rho_i) \right) - 1 \right) P_{ik} + 1 \right) + \tau_0 \cdot P_{0k} ((SCV[D_0] - 1)P_{0k} + 1),$$

$$k = 1, \dots, K.$$

2. Математическое ожидание числа отдельных требований в системе k :

$$E[N_k] \approx E[Z_\infty] + b_k \cdot E[Q_k]_{GI/G/c}(\rho, SCV[I_k^*], SCV[S_k]) + b_k \cdot c_k \cdot \rho_k + h_k.$$

3. Математическое ожидание числа отдельных требований в сети:

$$E[N] = \sum_{k=1}^K E[N_k].$$

4. Максимальная пропускная способность сети:

$$\lambda_0^{max} = \min_{k \in [1, \dots, K]} c_k / (E[S_k] \cdot \tau_k).$$

5. Математическое ожидание длительности пребывания отдельных требований находящихся в сети:

$$E[L] = E[N] / (\lambda_0 \cdot b_0).$$

В *подразделе 3.3* описывается метод декомпозиции для анализа сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием. В основу метода декомпозиции были положены следующие принципы:

1. Декомпозиция сети массового обслуживания на подсистемы, например, отдельные системы массового обслуживания или подсети;
2. Каждая система анализируется отдельно;
3. Приближение стационарными процессами восстановления всех процессов, не являющихся процессами восстановления;
4. При рассмотрении входного и выходного процессов учитываются только математическое ожидание и дисперсия.

В работе представлен метод декомпозиции для открытых сетей массового обслуживания с групповым поступлением и групповым обслуживанием требований. Процесс вычисления основных стационарных характеристик состоит из трех этапов: слияние, поток и разделение.

Четвертый раздел «Описание алгоритма и программы для анализа сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием» посвящен описанию алгоритма и программы для анализа сети массового обслуживания с групповым обслуживанием [6].

В *подразделе 4.1* приводится описание блоков алгоритма для анализа сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием.

В *подразделе 4.2* приводится описание и структура программы. Про-

грамма написана на языке программирования *Python* в среде разработки *PyCharm*. С ее помощью возможно вычисление стационарных характеристик сети, таких как: математическое ожидание размера входящей группы требований, коэффициент вариации размера входящей группы требований, относительная пропускная способность, коэффициент использования, коэффициент вариации времени поступления в системы, максимальная пропускная способность сети.

В *подразделе 4.3* рассматриваются примеры использования программы. Рассматривается открытая сеть массового обслуживания с групповым обслуживанием требований состоящая из 3 систем (рис. 1).

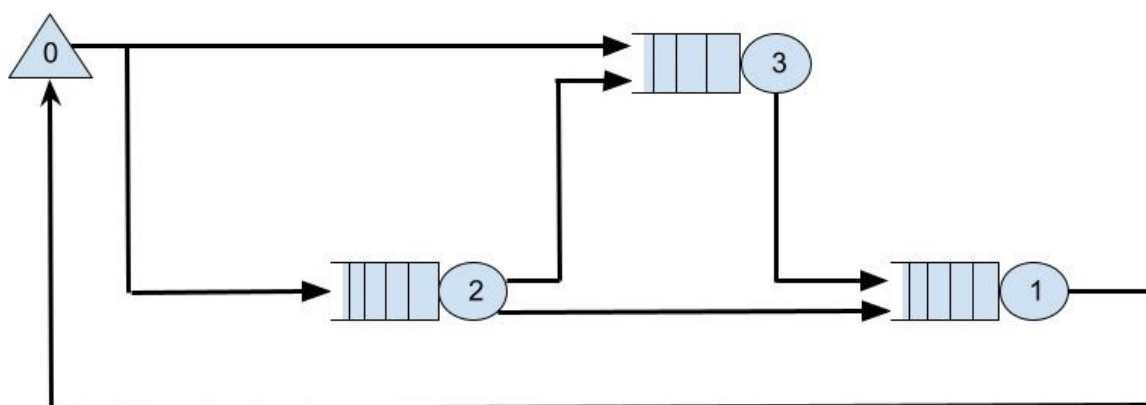


Рисунок 1 – Пример открытой сети массового обслуживания с групповым обслуживанием

Подраздел 4.4 посвящен результатам исследования сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием. С помощью программы для анализа сети массового обслуживания, состоящей из систем $GI^{X_k}/G(b_k, b_k)/c_k$, было проведено исследование зависимости стационарных характеристик от размера обслуживаемой группы в системах сети. Так же исследована точность приближенного метода от начальных параметров сети массового обслуживания. По результатам исследования были сделаны следующие выводы:

- увеличение размера обслуживаемой группы ухудшает показатели системы;
- рассмотренные методы анализа для открытой сети массового обслуживания, состоящей из систем $GI^{X_k}/G(b_k, b_k)/c_k$, могут быть использованы только для частных случаев;
- точность вычислений зависит от начальных параметров сети.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сети массового обслуживания с групповым обслуживанием требований [7, 8] могут применяться в качестве математических моделей таких реальных систем как транспортные сети, крупномасштабные производственные системы, телекоммуникационные системы, компьютерные сети и многие другие [9].

В данной выпускной квалификационной работе были рассмотрены математические модели некоторых видов систем массового обслуживания с групповым обслуживанием. Изучена открытая сеть массового обслуживания вида $GI^{X_k}/G(b_k, b_k)/c_k$ и описаны для нее методы анализа. Разработан алгоритм и программа для анализа сети массового обслуживания с групповым обслуживанием требований.

В ходе исследования сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием была достигнута цель работы и решены поставленные задачи.

Отдельные части бакалаврской работы были представлены на конференции:

1. Карпенко, О. С. Программный комплекс для исследования сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием требований / О. С. Карпенко // Информационные технологии в образовании (ИТО2021) : Материалы XIII Всероссийской научно-практической конференции «Информационные технологии в образовании», Саратов, 5–6 ноября 2021 года. — С. 108-111.
2. Гуркова В. М., Карпенко, О. С. Использование сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием требований в качестве моделей информационных интернет-порталов / В. М. Гуркова, О. С. Карпенко // Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2022» : Материалы XXIX Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», Москва, 11–22 апреля 2022 года. — (в печати).

Основные источники информации:

1. Bolch, G. Queueing Networks and Markov Chains / G. Bolch. — N.Y. : Wiley, 2006. — 896 pp.
2. Zisgen, H. A diffusion approximation for batch queues of type $G^X/G(b, b)/1$ / H. Zisgen. // European J. Industrial Engineering. — 2009. — Т. 5, № 66. — P. 557–563.
3. Hanschke, Th. Approximations for the mean queue length of the $GI^X/G^{(b,b)}/c$ queue / Th. Hanschke. // European J. Industrial Engineering. — 2006. — Т. 5, № 34. — P. 205–213.
4. Hanschke, Th. Queueing networks with batch service / Th. Hanschke, H. Zisgen // European J. Industrial Engineering. — 2011. — Т. 5, № 3. — P. 313–326.
5. Klünder, W. Decomposition of Open Queueing Networks with Batch Service / W. Klünder. // European J. Industrial Engineering. — 2018. — Т. 5, № 34. — P. 575–581.
6. Bolch, G. On the Relation between Customer and Time Averages in Queues / G. Bolch. — N.Y. : Wiley, 2006. — 180 pp.
7. Станкевич, Е. П. Метод анализа замкнутых сетей массового обслуживания с системами типа $M^a/M^{[x,y]}/1$ / Е. П. Станкевич, И. Е. Тананко // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2020) : Материалы XIX Международной конференции имени А.Ф. Терпугова, Томск, 02–05 декабря 2020 года. — Томск: Издательство научно-технической литературы, 2021. — С. 251-254.
8. Митрофанов, Ю. И. Метод анализа сетей массового обслуживания с групповыми переходами требований / Ю. И. Митрофанов, Е. С. Рогачко, Е. П. Станкевич // Известия Саратовского университета. Серия Математика. Механика. Информатика. — 2009. — Т. 2, № 3. — С. 143–145.
9. Станкевич, Е. П. Использование сетей массового обслуживания с групповыми переходами требований в качестве моделей транспортных систем / Е. П. Станкевич // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2018) : Материалы XVII Международной конференции имени А.Ф. Терпугова, Томск, 10–15 сентября 2018 года. — Томск: Издательство научно-технической литературы, 2018. — С. 151-155.