МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра Дифференциальных уравнений и математической экономики

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ЖИЗНИ И МОДЕЛИ ДОЛГОСРОЧНОГО СТРАХОВАНИЯ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 451 группы
направления 38.03.05 — Бизнес- информатика

механико-математического факультета
Куренковой Валерии Сергеевны

Научный руководитель
к. ф.-м. н., доцент ____________ В. С. Рыхлов

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., профессор ____________ С. И. Дудов

Саратов 2022

ВВЕДЕНИЕ

Все виды человеческой деятельности и вся жизнь в обществе сопряжена с риском потерять жизнь, здоровье и имущество. Причем время и масштабы подобных событий заранее не могут быть оценены. Они определяются широким набором случайных факторов.

На современном этапе развития российской экономики страхование играет все более существенную роль в защите социальных и имущественных интересов граждан.

Для наиболее точного расчета долгосрочного страхования жизни изучают продолжительность жизни — интервал между рождением и смертью, равный возрасту смерти. В основе определения средней продолжительности жизни лежит построение таблиц смертности, или дожития. Эти таблицы показывают порядок последовательного вымирания совокупности лиц, одновременно родившихся (реального или условного поколения). Это исследование ложится в основу рейтинга, который демонстрирует продолжительность жизни по странам.

В этой связи особую актуальность приобретают разработки методов моделирования и оптимизации управления бизнес-процессами в страховании как необходимого условия обеспечения устойчивого и динамичного функционирования страховой компании.

Целями данной работы являются: изучение характеристик продолжительности жизни и моделей долгосрочного страхования жизни, анализ и построение модели бизнес-процесса страховой компании, изучение языка программирования Python и использование его для решения задач. Актуарная математика является основным инструментом, который может помочь с этим вопросом.

Основное содержание работы

Данная работа состоит из введения, 5 разделов, заключения.

В первом разделе рассмотрены такие области математики, как финансовая и актуарная математика, их основные понятия и небольшая историческая справка.

Во втором разделе представлены характеристики продолжительности жизни, даются расчеты основных характеристик и обсуждаются главные моменты данной темы.

В третьем разделе разбирается долгосрочное страхование жизни.

В четвертом разделе проанализирована и построена модель бизнес-процесса страховой компании.

В пятом разделе описан язык программирования Python, его возможности и преимущества.

В шестом разделе приводятся задачи и их решения на тему долгосрочного страхования, а также автоматизация решения этих задач на основе языка программирования Python.

В Заключении подводятся итоги всей работы и делаются выводы.

В Приложении представлен полный код программы на языке Python.

Финансовая и актуарная математика.

В настоящее время существует множество методов финансового анализа, которые дают количественное решение задач финансового менеджмента. Эти методы различаются как по степени общности, так и по уровню теоретического обоснования, однако в основе каждого из них лежит некоторый базис, который и представляет собой финансовую математику. Финансовая математика — это наука, которая изучает основные методы и модели количественного финансового анализа. Финансовая математика непосредственно применяется в практической финансовой деятельности.

Финансовая математика – это дисциплина, в рамках которой изучаются методы математических расчётов, применяемых в финансовых операциях. Объектом изучения являются любые финансово-кредитные операции, которые предполагают наличие ряда условий, с которыми согласны участвующие стороны.

Актуарная математика — это дисциплина, изучающая методы и модели, связанные со страхованием различных рисков. Страхование представляет собой специальный механизм перераспределения риска между сторонами, заключающими страховой договор. Условия страховой сделки должны быть выгодны обеим сторонам.

Характеристики продолжительности жизни. Время жизни как случайная величина.

Неопределенность момента смерти является основным фактором риска при страховании жизни. Поэтому создание адекватной теории для страхования жизни должно начинаться с разработки системы понятий и определения величин, позволяющих высказывать объективные суждения о продолжительности жизни. Основным является следующий вывод. Относительно момента смерти отдельного человека нельзя сказать ничего определенного. Однако если мы имеем дело с большой однородной группой людей и не интересуемся судьбой отдельных людей из этой группы, то мы находимся в рамках теории вероятностей как науки о массовых случайных явлениях, обладающих свойством устойчивости частот. Соответственно, мы можем говорить о продолжительности жизни как о случайной величине T .

Функция выживания.

В теории вероятностей описывают стохастическую природу любой случайной величины T функцией распределения $F(x)$, которая определяется как вероятность того, что случайная величина T меньше, чем число x:

$$F(x) = P(T < x).$$

В актуарной математике принято работать не с функцией распределения, а с дополнительной функцией распределения $\overline{F}(x) = 1 - F(x)$. Применительно к продолжительности жизни $1 - F(x)$ — это вероятность того, что человек доживет до возраста x лет. Функция

$$s(x) = 1 - F(x)$$

называется функцией выживания:

$$s(x) = P(T \geq x).$$

Функция выживания обладает следующими характеристическими свойствами:

1. $s(x)$ убывает (при $x \geq 0$);
2. $s(0) = 1$;

3. $s(+\infty) = 0$;
4. $s(x)$ непрерывна.

В таблицах продолжительности жизни обычно считают, что существует некоторый предельный возраст ω (как правило, $\omega = 100 - 120$ лет) и соответственно $s(x) = 0$ при $x > \omega$. При описании смертности аналитическими законами обычно считают, что время жизни неограниченно, однако подбирают вид и параметры законов так, чтобы вероятность жизни свыше некоторого возраста была бы пренебрежимо мала.

Функция выживания имеет простой статистический смысл. Допустим, что мы наблюдаем за группой из l_0 новорожденных (как правило, $l_0 = 100000$) и можем фиксировать моменты их смерти. Обозначим число живых представителей этой группы в возрасте x через $L(x)$. Тогда:

$$l_x \equiv EL(x) = l_0 s(x).$$

Символ E здесь и ниже используется для обозначения математического ожидания. Итак, функция выживания $s(x)$ равна средней доле доживших до возраста x из некоторой фиксированной группы новорожденных.

В актуарной математике часто работают не с функцией выживания $s(x)$, а с только что введенной величиной l_x (зафиксировав начальный размер группы l_0).

Кривая смертей.

В теории вероятностей принято описывать стохастическую природу непрерывных случайных величин плотностью $f(x)$, которая может быть определена как производная от функции распределения. В актуарной математике график плотности продолжительности жизни $f(x) = -s'(x)$ (или, что практически одно и то же, график функции $l_0 f(x)$ называют кривой смертей. Величина $l_0 f(x)$ имеет простой статистический смысл. Рассмотрим среднее число представителей исходной группы в l_0 новорожденных, умерших в возрасте x лет; эта величина обозначается d_x и равна $l_x - l_{x+1}$. Тогда $d_x \approx l_0 f(x)$. Функция выживания $s(x)$ может быть восстановлена по плотности:

$$\int_{x}^{\infty} f(u)\,du = s(x),$$

так что кривая смертей может быть использована в качестве первичной характеристики продолжительности жизни.

Долгосрочное страхование жизни. Основные виды долгосрочного страхования жизни.

При этом виде страхования фиксированная страховая сумма выплачивается в момент смерти. Поскольку человек рано или поздно умрет, страховая компания совершенно точно выплатит страховую сумму (если только причина смерти не покрывается условиями договора, например, если смерть наступила в результате противоправных действий застрахованного). Если плата за это покрытие полностью вносится в момент заключения договора, то речь идет о довольно большой сумме, соизмеримой со страховой суммой. Поэтому обычно премии выплачиваются периодически в течение всей жизни или вплоть до достижения застрахованным определенного возраста (скажем, пенсионного, когда его доходы резко снижаются).

Для простоты расчетов будем предполагать, что по всем рассматриваемым видам страхования премия полностью вносится в момент заключения договора. Денежные потоки, связанные с пожизненным страхованием такого рода, условно изображены на рисунке 1.

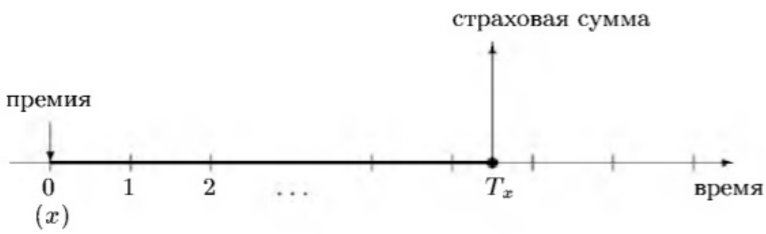

Рисунок 1

Виды страхования:

1. N-летнее временное страхование жизни;
2. Страхование с переменной страховой выплатой;
3. Пожизненное страхование, отсроченное на m лет;
4. Дискретные договоры;

5. N-летнее чисто накопительное страхование;
6. N-летнее смешанное страхование.

Актуарная современная стоимость обязательств.

С математической точки зрения долгосрочное страхование характеризуется тем, что при расчетах принимается во внимание изменение ценности денег с течением времени. Поэтому теория долгосрочного страхования существенно опирается на теорию сложных процентов.

В частности, сопоставляя обязательства страхователя и страховщика, мы должны приводить их к одному моменту времени. Скажем, для того, чтобы сформулировать принцип эквивалентности обязательств в момент заключения договора, мы должны привести обязательства страхователя и страховщика именно к этому моменту Их средние значения называются актуарными современными стоимостями обязательств.

Моделирование бизнес-процесса страховой компании «КАПИТАЛ LIFE»

В современных условиях одним из эффективных методов прогнозирования и исследования процессов в социально-экономических системах является построение моделей. Практика менеджмента доказывает, что использование разнообразных моделей позволяет описать деятельность организации на всех этапах ее жизненного цикла, а также отдельные функциональные сферы.

Современные средства моделирования процессов организации — системы автоматизированного проектирования моделей по средствам CASE-технологий (Computer — Aided Software Engineering). Данные системы позволяют строить модели процессов, проводить их взаимоувязку, разбивать на составляющие процессы. В качестве данного средства в данной работе используется программный продукт Ramus, позволяющий строить различные модели по стандартам IDEF0 и DFD.

На контекстной диаграмме 2 мы видим основные составляющие деятельности страховой компании. Клиенты обращаются в компанию с целью осуществить страхование, либо по появлению страхового случая. В ходе прохождения обращения через систему на выходе получаем либо страховой продукт (оказание услуг страхования клиенту), либо страховую выплату соответственно. Функционирование системы происходит под воздействием Мини-

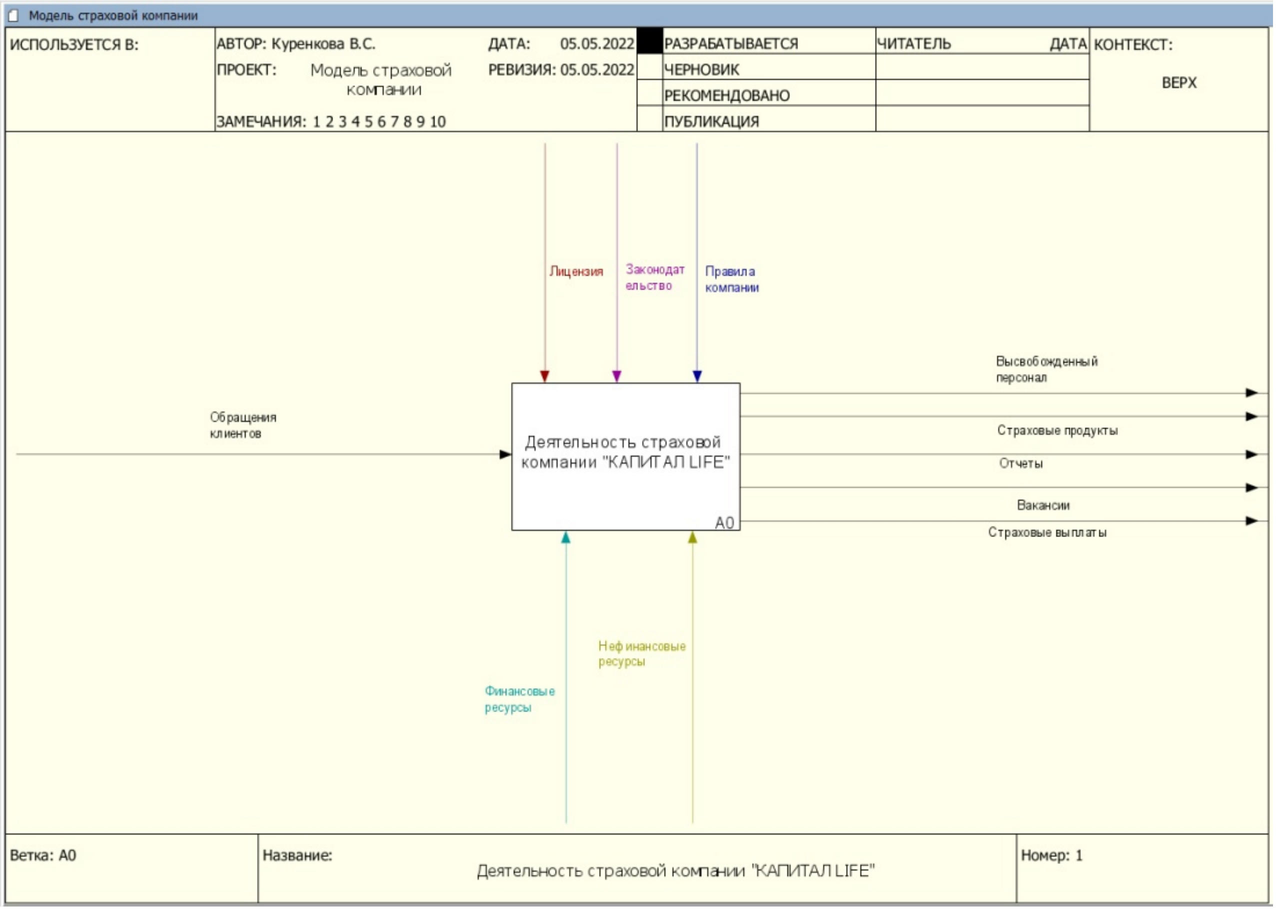

Рисунок 2 — Контекстная диаграмма деятельности страховой компании «КАПИТАЛ LIFE» в методологии IDEF0

стерства финансов РФ (а именно, полученной от него лицензией), действующего законодательства РФ, касающегося страховой деятельности, а также внутрифирменными нормативно-правовыми актами и документами. Функционирование таких бизнес-процессов, как «Управление персоналом» и «Учет и отчетность» определяет результаты деятельности фирмы — различные отчеты, информация об открытых вакансиях или сокращение штата. Вся деятельность страховой компании «КАПИТАЛ LIFE» осуществляется с использованием финансовых и нефинансовых ресурсов.

Язык программирования Python.

Python — это активно развивающийся скриптовый язык, который используют для решения большого объема самых разноплановых проблем и задач. Python пригодится в создании компьютерных и мобильных приложений, его применяют в работе с большим объемом информации, при разработке web-сайтов и других разнообразных проектов, используют в машинном обучении.

Таким образом, Python нашел свое место в различных областях — с его помощью можно решить множество задач разной сложности.

Пример задачи и ее решение.

Страховая компания предполагает заключить договор пожизненного страхования на случай смерти на сумму 10000$ с человеком в возрасте $x = 30$ лет. Предположим, что смертность описывается законом де Муавра:

$$f(x) = \frac{1}{\omega}, \quad 0 < x < \omega,$$

с предельным возрастом $\omega = 100$, а премия равна 2500$. Страховая компания использует при расчетах техническую процентную ставку $i = 6\%$.

Учитывая только поступление премий, выплаты страховых сумм и инвестиционный доход, определите среднее значение и среднее квадратичное отклонение приведенного дохода страховщика (на момент заключения договора). Чему равна вероятность того, что договор будет убыточным?

Решение.

Прежде всего отметим, что остаточное время жизни $T_x \equiv T_{30}$ равномерно распределено на промежутке $(0, \omega - x) \equiv (0, 70)$. Кроме того, примем страховую сумму в качестве единицы измерения денежных сумм, так что премия равна 0,25 (условных единиц).

При пожизненном страховании страховая сумма выплачивается в момент смерти застрахованного. Поэтому приведенная стоимость (в момент заключения договора) единичной страховой суммы, $\overline{Z}_x$, есть

$$\overline{Z}_x = v^{T_x} = e^{-\delta T_x},$$

где $v = 1/1 + i$ — коэффициент дисконтирования, а $\delta = \ln(1 + i)$ - интенсивность процентов. Соответственно, приведенное значение дохода страховщика есть $0,25 - \overline{Z}_x$.

Среднее значение приведенного дохода равно

$$0,25 - \mathrm{E}\overline{Z}_x \equiv 0,25 - \overline{A}_x,$$

где (в силу принципа эквивалентности обязательств страховщика и страхователя)

$$\overline{A}_x \equiv \mathrm{E}\overline{Z}_x$$

— разовая нетто—премия по рассматриваемому виду страхования:

$$\overline{A}_x \equiv \mathrm{E}\overline{Z}_x = \int\limits_0^{\infty} v^t f_x(t)dt = \int\limits_0^{\omega-x} e^{-\delta t}\frac{1}{\omega-x}dt = \frac{1-e^{-\delta(\omega-x)}}{\delta(\omega-x)}.$$

Для $x = 30$, $\omega = 100$, $\delta = \ln 1,06$ мы получим: $\overline{A}_{30} = 0,241019$ (условных единиц), так что среднее значение приведенного дохода равно 90$.

Чтобы найти дисперсию величины $0,25 - \overline{Z}_x$, отметим, что она равна дисперсии величины

$$\overline{Z}_x^2 = e^{-2\delta T_x},$$

т. е. квадрат величины $\overline{Z}_x$ совпадает с современной стоимостью единичной страховой суммы при использовании технической процентной ставки с удвоенной интенсивностью процентов:

$$\overline{Z}_x^2 = {}^2\overline{Z}_x.$$

Соответственно, второй момент величины $\overline{Z}_x$ совпадает с разовой нетто—премией при использовании технической процентной ставки с удвоенной интенсивностью процентов:

$$\mathrm{E}\overline{Z}_x^2 = {}^2\overline{A}_x = \frac{1-e^{-2\delta(\omega-x)}}{2\delta(\omega-x)}.$$

Для $x = 30$, $\omega = 100$, $\delta = \ln 1,06$ мы получим: $\mathrm{E}\overline{Z}_x^2 = 0,122549$, $\mathrm{Var}\overline{Z}_x = 0,064459$.

Таким образом, искомое среднее квадратическое отклонение равно приблизительно 2539$.

Договор будет убыточным, если в момент смерти застрахованного премия вместе с накопленными процентами меньше выплачиваемой страховой суммы. Вероятность этого события есть:

$$P(0,25(1+i)^{T_x} < 1) = P(T_x < \frac{\ln 4}{\delta}) = P(T_x < 23,8) = 23,8/70 \approx 34\%.$$

Была написана программа на языке Python для решения данной задачи, необходимо задать премию, техническую процентную ставку, возраст человека, предельный возраст. Данная программа выполняет все действия приведенные выше.

```
i = float(input('Введите техническую процентную ставку: '))
x = int(input('Введите возраст человека: '))
w = int(input('Введите предельный возраст: '))
v = 1/1+i
Delta = math.log(1 + i)
b = 0.25
Ax = (1 - math.exp(-2*Delta*(w - x)))/(Delta*(w - x))
print('Среднее значение приведенного дохода равно:', 0.25 - Ax)
EZx = (1 - math.exp(-Delta*(w - x)))/(2*Delta*(w - x))
print('Вероятность того, что договор будет убыточным:',\
math.log(4)/(Delta*70))
```

Результат работы программы приведен на рисунке 3

```
Если хотите решить задачу на нахождение нахождение вероятности убыточности договора введите "1"
Если хотите решить задачу на нахождение разовой Нетто-премии введите "2"
Если хотите решить задачу на нахождение  Нетто-премии введите "3"
Если хотите завершить программу введите "stop"
Какую задачу хотите решить? 1
Премия: 2500$
Введите техническую процентную ставку: 0.06
Введите возраст человека: 30
Введите предельный возраст: 100
Среднее значение приведенного дохода равно: 0.004901518198710708
Вероятность того, что договор будет убыточным: 0.3398760298840536
```

Рисунок 3

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении дипломной работы были изучены основы финансовой математики, актуарной математики, модели долгосрочного страхования и характеристики продолжительности жизни, также исследованы особенности страховой деятельности в Российской Федерации, рассмотрена и изучена деятельность страховой компании «КАПИТАЛ LIFE», описана структура отделов и подразделений. Были построены модели бизнес-процессов компании и проведен анализ бизнес-процесса. И в итоге решили задачи по теме и реализовали их с помощью языка программирования Python.

Подводя итог можно сделать следующие вывод:

В условиях перехода к рыночным отношениям страхование становится объективно необходимым элементом всего хозяйственного механизма. Сфера его применения значительно расширяется, охватывая все формы собственности, семейные отношения, привлекая широкий круг новых заинтересованных страхователей.

Исследуя данную тему со стороны компании можно отметить, что моделирование бизнес-процессов является инструментом для выявления текущих проблем в компании, понять то, как работает предприятие в целом, как оно взаимодействует с заказчиками и поставщиками, как организована деятельность на каждом отдельно взятом рабочем месте, позволяет дать стоимостную оценку каждому процессу в компании по отдельности, и всем бизнес-процессам в совокупности, предвидеть и минимизировать риски.